

# 문제 풀이 과제

1. 두 수 또는 두 식  $A \cdot B = 0$ 인 것을 가장 알맞게 표현한 것은? [배점 3, 하상]

- ①  $A = 0$  그리고  $B = 0$
- ②  $A \neq 0$  그리고  $B = 0$
- ③  $A = 0$  그리고  $B \neq 0$
- ④  $A = 0$  또는  $B = 0$
- ⑤  $A \neq 0$  그리고  $B \neq 0$

해설

$A \cdot B = 0$ 가 성립하려면  $A, B$  중 적어도 어느 하나는 0이 되어야 한다.  
이를 표현한 것은 ④이다.

2. 이차방정식  $ax^2 - x - 1 = 0$ 의 한 근이 1일 때,  $a$ 의 값과 또 다른 근과의 곱을 구하면? [배점 3, 하상]

- ① -2    ② -1    ③ 0    ④ 1    ⑤ 2

해설

$x = 1$ 을 대입하면  $a - 1 - 1 = 0 \therefore a = 2$   
따라서 주어진 식은  $2x^2 - x - 1 = 0$   
 $(2x + 1)(x - 1) = 0$   
 $x = -\frac{1}{2}$  또는  $x = 1$   
 $\therefore 2 \times \left(-\frac{1}{2}\right) = -1$

3. 다음 두 이차방정식을 동시에 만족시키는  $x$ 의 값을 구하여라.

보기

$$x^2 - 2x - 8 = 0, x^2 + x - 20 = 0$$

[배점 3, 하상]

▶ 답:

▷ 정답:  $x = 4$

해설

$x^2 - 2x - 8 = (x - 4)(x + 2) = 0$   
 $\therefore x = 4, -2$   
 $x^2 + x - 20 = (x + 5)(x - 4) = 0$   
 $\therefore x = 4, -5$   
따라서 공통근은  $x = 4$ 이다.

4. 다음 중 집합  $\{x|x^2 - 3x - 10 = 0\}$  과 서로 같은 것은? [배점 3, 하상]

- ①  $\{x|x + 2 = 0\} \cup \{x|x - 5 = 0\}$
- ②  $\{x|x + 2 \neq 0\} \cup \{x|x - 5 = 0\}$
- ③  $\{x|x + 2 = 0\} \cup \{x|x - 5 \neq 0\}$
- ④  $\{x|x + 2 \neq 0\} \cap \{x|x - 5 \neq 0\}$
- ⑤  $\{x|x + 2 = 0\} \cap \{x|x - 5 = 0\}$

해설

$x^2 - 3x - 10 = 0$   
 $(x + 2)(x - 5) = 0$   
 $x + 2 = 0$  또는  $x - 5 = 0$   
 $\therefore \{x|x + 2 = 0\} \cup \{x|x - 5 = 0\}$

5. 이차방정식  $3x^2 - 16x - ax + 4a + 15 = 0$  이 정수의 근을 가질 때, 정수  $a$  의 값을 구하여라.

[배점 3, 중하]

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답:  $a = 6$

▷ 정답:  $a = 10$

해설

주어진 식을  $a$  에 관하여 정리하면  $-a(x - 4) + 3x^2 - 16x + 15 = 0$  이다.

$$a = \frac{3x^2 - 16x + 15}{x - 4}$$

$$= \frac{(x - 4)(3x - 4) - 1}{x - 4}$$

$$= 3x - 4 - \frac{1}{x - 4}$$

$a$  는 정수이므로  $x - 4 = \pm 1$  이다.

$x = 3$  또는  $x = 5$  이므로

(i)  $x = 3$  일 때,  $a = 6$

(ii)  $x = 5$  일 때,  $a = 10$  이다.

6.  $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc$  일 때,  $\begin{vmatrix} x - 3 & x + 1 \\ 4 & 2x \end{vmatrix} = x + 17$  을 만족하는  $x$  의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답:  $x = -\frac{3}{2}$

▷ 정답:  $x = 7$

해설

$$\begin{vmatrix} x - 3 & x + 1 \\ 4 & 2x \end{vmatrix} = x + 17$$

$$2x(x - 3) - 4(x + 1) = x + 17$$

$$2x^2 - 6x - 4x - 4 = x + 17$$

$$2x^2 - 11x - 21 = 0$$

$$(x - 7)(2x + 3) = 0$$

따라서  $x = 7$  또는  $x = -\frac{3}{2}$  이다.

7. 집합  $A = \{x \mid (x + 5)^2 = a\}$  에 대하여  $n(A) = 1$  일 때, 상수  $a$  의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답:  $a = 0$

해설

$A = \{x \mid (x + 5)^2 = a\}$  가 중근을 가지므로

$$25 - a = \left(\frac{10}{2}\right)^2$$

$$\therefore a = 0$$

8. 다음 중 집합  $\{x \mid x^2 - 7x - 30 = 0\}$  과 같은 것은?  
[배점 3, 중하]

- ①  $\{x \mid x + 3 \neq 0\} \cap \{x \mid x - 10 \neq 0\}$
- ②  $\{x \mid x + 3 \neq 0\} \cup \{x \mid x - 10 \neq 0\}$
- ③  $\{x \mid x + 3 = 0\} \cap \{x \mid x - 10 = 0\}$
- ④  $\{x \mid x + 3 = 0\} \cup \{x \mid x - 10 = 0\}$
- ⑤  $\{x \mid x + 3 = 0\} \cup \{x \mid x - 10 \neq 0\}$

해설

$$\begin{aligned} & \{x \mid x^2 - 7x - 30 = 0\} \\ &= \{x \mid (x + 3)(x - 10) = 0\} \\ &= \{x \mid x + 3 = 0 \text{ 또는 } x - 10 = 0\} \\ &= \{x \mid x + 3 = 0\} \cup \{x \mid x - 10 = 0\} \end{aligned}$$

9. 다음에서  $AB \neq 0$ 과 같은 뜻을 갖는 것은?  
[배점 4, 중중]

- ①  $A \neq 0$  또는  $B \neq 0$       ②  $A \neq 0$  또는  $B = 0$
- ③  $A = 0$  또는  $B \neq 0$       ④  $A \neq 0$  이고  $B \neq 0$
- ⑤  $A \neq 0$  이고  $B = 0$

해설

$AB \neq 0$  이려면  $A, B$  모두 0이 아니어야 한다.

10.  $x$  에 관한 이차방정식  $(a-1)x^2 - (a^2+1)x + 2(a+1) = 0$  의 한 근이 3 일 때, 두 근의 곱은? ( $a$  는 정수)  
[배점 4, 중중]

- ① 2                      ② 3                      ③ 2, 3
- ④ -6                    ⑤ 6

해설

$$\begin{aligned} & x = 3 \text{ 을 대입하면 } 3a^2 - 11a + 10 = 0 \\ & \text{인수분해하면 } (3a - 5)(a - 2) = 0 \\ & a = 2 \text{ (}\because a \text{ 는 정수)} \\ & x^2 - 5x + 6 = 0 \text{ 을 인수분해하면 } (x - 3)(x - 2) = 0 \\ & x = 3 \text{ 또는 } x = 2 \\ & \text{따라서 두 근의 곱은 } 6 \end{aligned}$$

11. 두 집합  $A, B$  에서  $A = \{x|x^2 - 4x - a = 0\}$ ,  
 $B = \{x|x^2 + bx + c = 0\}$  에 대해서  $A \cap B = \{-1\}$ ,  
 $n(B) = 1$  일 때,  $a+b+c$  의 값은? [배점 4, 중중]

- ① 6    ② 8    ③ 10    ④ 12    ⑤ 14

**해설**

$A \cap B = \{-1\}$  이므로  $x = -1$  은 공통의 해이다.  
 $x = -1$  을  $x^2 - 4x - a = 0$  에 대입하면  $1+4-a = 0$   
 $\therefore a = 5$   
 또  $n(B) = 1$  이고  $x = -1$  가 공통의 해이므로  
 $x^2 + bx + c = 0$  는 중근  $x = -1$  을 갖는다.  
 $(x+1)^2 = 0$   
 $x^2 + 2x + 1 = 0$   
 $\therefore b = 2, c = 1$   
 $\therefore a + b + c = 5 + 2 + 1 = 8$

12. 이차방정식  $x^2 + (x+2)^2 = 7x+3$  의 두 근이  $a, b(a > b)$  일 때, 이차방정식  $x^2 - 2b - 2a = 0$  의 두 근의 곱은?  
 [배점 4, 중중]

- ① 0    ② 1    ③ -1    ④ 2    ⑤ -2

**해설**

전개하여 정리하면  
 $2x^2 - 3x + 1 = 0$   
 $(x-1)(2x-1) = 0$   
 $\therefore x = 1$  또는  $\frac{1}{2}$   
 두근이  $a, b(a > b)$  이므로  
 $a = 1, b = \frac{1}{2}$   
 $x^2 - 2b - 2a = 0$  에 대입하면  
 $x^2 - x - 2 = 0$   
 $(x+1)(x-2) = 0$   
 $\therefore x = -1$  또는  $x = 2$   
 따라서 두 근의 곱은  $-2$  이다.

13. 다음에 주어진 이차방정식 중 중근을 갖는 것은?

보기

- ㉠  $x^2 - 4x - 4 = 0$
- ㉡  $x^2 = \frac{2}{3}x - \frac{1}{9}$
- ㉢  $x^2 + 8x + 16 = 0$
- ㉣  $x^2 + 6x = 9$
- ㉤  $\frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{5}x + \frac{1}{25} = 0$

[배점 4, 중중]

- ① ㉠
- ② ㉠, ㉡
- ③ ㉠, ㉢, ㉣
- ④ ㉠, ㉡, ㉢, ㉣, ㉤
- ⑤ ㉠, ㉡, ㉢, ㉣, ㉤

해설

중근을 가지려면 (완전제곱식) = 0의 꼴이어야 한다.

㉠  $x^2 - 4x + 4 = 0 \Rightarrow (x - 2)^2 = 0 \therefore x = 2$   
(중근)

㉡  $x^2 = \frac{2}{3}x - \frac{1}{9} \Rightarrow 9x^2 - 6x + 1 = 0$   
 $(3x - 1)^2 = 0 \therefore x = \frac{1}{3}$  (중근)

㉢  $x^2 + 8x + 16 = 0 \Rightarrow (x + 4)^2 = 0 \therefore x = -4$   
(중근)

㉤  $\frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{5}x + \frac{1}{25} = 0$ 의 양변에 100을 곱하면  
 $25x^2 + 20x + 4 = 0, (5x + 2)^2 = 0$   
 $\therefore x = -\frac{2}{5}$

14. 임의의 실수  $x$ 의 정수 부분이  $a$ 일 때,  $[x] = a$ 로 나타내기로 한다.  $2 \leq x < 3$ 일 때, 방정식  $[x]x^2 - x - 5[x] = 0$ 의 해는? [배점 5, 중상]

- ①  $\frac{5}{2}$
- ②  $\frac{7}{3}$
- ③  $\frac{3}{2}$
- ④  $-2$
- ⑤  $-\frac{5}{2}$

해설

$2 \leq x < 3$  이므로  $[x] = 2$  이다.

$[x] = 2$  를 대입하면  $2x^2 - x - 10 = 0$  이고, 인수분해를 하면  $(2x - 5)(x + 2) = 0$   
 $\therefore x = \frac{5}{2}$  ( $\because 2 \leq x < 3$ )

15. 이차방정식  $x^2 - 4x - 12 = 0$ 의 근 중 음수가 이차방정식  $x^2 + 2ax + a + 2 = 0$ 의 한 근일 때,  $a$ 의 값은? [배점 5, 중상]

- ① 3
- ② 2
- ③ 1
- ④ -2
- ⑤ -3

해설

$x^2 - 4x - 12 = 0$ 을 인수분해하면  $(x - 6)(x + 2) = 0$

$x = 6, -2$

음수의 근  $-2$ 가  $x^2 + 2ax + a + 2 = 0$ 의 근이므로  
 $(-2)^2 - 4a + a + 2 = 0$

$\therefore a = 2$

16. 두 집합  $A = \{x \mid 2x^2 + 2x - 12 = 0\}$ ,  $B = \{x \mid x^2 + ax - a - 6 = 0\}$ 에 대하여  $A \cup B = \{-4, -3, 2\}$  일 때, 상수  $a$ 의 값을 구하면?  
[배점 5, 중상]

- ① -3    ② -1    ③ 1    ④ 2    ⑤ 3

**해설**

$A : 2(x-2)(x+3) = 0, x = 2, -3$   
 $A \cup B = \{-4, -3, 2\}$  이므로, 집합  $B$ 는  $-4$ 를 원소로 갖는다.  
 이차방정식  $x^2 + ax - a - 6 = 0$ 의 한 근은  $-4$ 이므로  
 $(-4)^2 + a \times (-4) - a - 6 = 0$   
 $16 - 4a - a - 6 = 0, 10 - 5a = 0 \therefore a = 2$

17. 이차방정식  $x^2 + ax + b = 0$ 의 계수를 정하는데, 안이 보이지 않는 상자에 0~9까지의 숫자가 적힌 공을 넣어 첫 번째 뽑힌 숫자를  $a$ , 두 번째 뽑힌 숫자를  $b$ 로 정했다고 한다. 이차방정식  $x^2 + ax + b = 0$ 의 근이 1개일 확률이  $\frac{t}{s}$ 라고 할 때,  $t+s$ 의 값을 구하여라. (단,  $t, s$ 는 서로소이고, 첫 번째 뽑은 공은 다시 상자 안에 넣고 두 번째 공을 뽑는다.) [배점 5, 중상]

▶ **답:**

▷ **정답:** 26

**해설**

중근을 가지려면  $x^2 + ax + b = 0$ 이 완전제곱식이 되어야 하므로  $\left(a \times \frac{1}{2}\right)^2 = b, a^2 = 4b$   
 이를 만족하는  $(a, b)$ 를 구하면  
 $(a, b) = (0, 0), (2, 1), (4, 4), (6, 9)$ 의 네 가지이고 모든 경우의 수는 100가지이다.  
 따라서 구하는 확률은  $\frac{4}{100} = \frac{1}{25}$ 이다.  
 $\therefore t = 1, s = 25$  이므로  $t+s = 26$ 이다.