

실력 확인 문제

1. 다음 중 공집합인 것을 모두 고르면? (정답 2개)

[배점 2, 하중]

① $\{0\}$

② \emptyset

③ $\{x|x \leq 2\text{인 짝수}\}$

④ $\{x|1 < x < 2\text{인 자연수}\}$

⑤ $\{\emptyset\}$

2. 다음 각 집합을 조건제시법으로 바르게 나타낸 것을 보기에서 골라라.

보기

Ⓐ $\{x|x\text{는 }10\text{ 이하의 짝수}\}$

Ⓑ $\{x|x\text{는 }10\text{보다 작은 }2\text{의 배수}\}$

Ⓒ $\{x|x\text{는 }24\text{의 약수}\}$

Ⓓ $\{x|x\text{는 }18\text{의 약수}\}$

Ⓔ $\{x|x\text{는 }36\text{의 배수}\}$

해설

③ $\{x|x \leq 2\text{인 짝수}\} = \{2\}$

④ 1 과 2 사이에는 자연수가 없으므로
 $\{x|1 < x < 2\text{인 자연수}\} = \emptyset$

(1) $\{2, 4, 6, 8, 10\}$

(2) $\{1, 2, 3, 6, 9, 18\}$

[배점 2, 하중]

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: (1) ⓐ

▷ 정답: (2) ⓒ

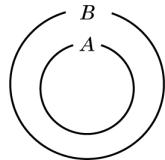
해설

조건제시법은 집합에 속하는 모든 원소들이 가지는 공통된 성질을 제시하여 나타내는 방법이다.

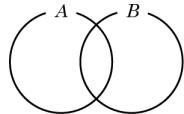
- (1) 집합의 원소들의 공통된 성질은 10 이하의 짝수(2의 배수)라는 점이고
(2) 집합의 원소들의 공통된 성질은 18의 약수라는 점이다.

3. $\{1, 2, 3, 4, 6, 12\}, \{1, 2, 3, 6\}$ 을 원소로 가지는 집합을 각각 A, B 라 할 때, 두 집합 사이의 관계를 벤 다이어그램으로 바르게 나타낸 것은? [배점 3, 하상]

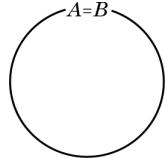
①



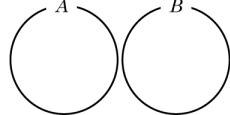
②



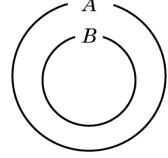
③



④



⑤



해설

$A = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}, B = \{1, 2, 3, 6\}$ ∵므로
 $B \subset A, A \neq B$

4. 두 집합이 서로 같지 않은 것은? [배점 3, 하상]

① $A = \{1, 2, 3\}, B = \{2, 3, 1\}$

② $A = \{2, 4, 6, 8\}, B = \{x|x\text{는 }8\text{ 이하의 짝수}\}$

③ $A = \{a, b, c\}, B = \{c, b, a\}$

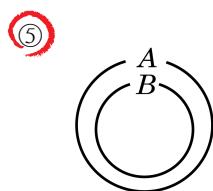
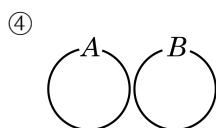
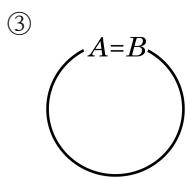
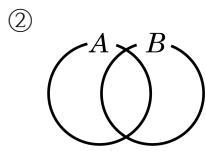
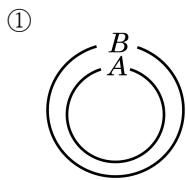
④ $A = \{x|x\text{는 }5\text{ 이하의 홀수}\}, B = \{x|x\text{는 }6\text{ 이하의 홀수}\}$

⑤ $A = \{3, 6, 9, 12\}, B = \{x|x\text{는 }3\text{의 배수}\}$

해설

⑤ $B = \{3, 6, 9, 12, \dots\} \neq A$

5. $\{1, 2, 3, 4, 6, 12\}, \{1, 2, 3, 6\}$ 을 원소로 가지는 집합을 각각 A, B 라 할 때, 두 집합 사이의 관계를 벤 다이어그램으로 바르게 나타낸 것은? [배점 3, 하상]



해설

$A = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}, B = \{1, 2, 3, 6\}$ 이므로
 $B \subset A, A \neq B$

6. 다음 중 유한집합이 아닌 것을 모두 고르면?

[배점 3, 하상]

① \emptyset

② $\{x \mid x \text{는 두 자리의 자연수}\}$

③ $\{x \mid x \text{는 문자가 1인 분수}\}$

④ $\{x \mid x \text{는 } 3 \text{으로 나누었을 때 나머지가 2인 자연수}\}$

⑤ $\{x \mid x \text{는 } 100 \text{보다 크고 } 101 \text{보다 작은 자연수}\}$

해설

③ $\left\{\frac{1}{1}, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \dots\right\}$: 무한집합

④ $\{2, 5, 8, \dots\}$: 무한집합

7. 두 집합 A, B 에 대하여 $n(A) = 43, n(B) = 28, n(A \cup B) = 50$ 일 때, $n(A - B) + n(B - A)$ 의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 29

해설

$$n(A - B) = n(A \cup B) - n(B) = 50 - 28 = 22$$

$$n(B - A) = n(A \cup B) - n(A) = 50 - 43 = 7$$

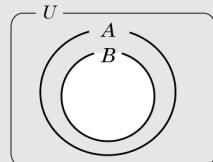
$$\therefore n(A - B) + n(B - A) = 29$$

8. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A \cup B = A$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은? [배점 3, 중하]

- ① $A \cap B = B$
- ② $A \supset B$
- ③ $A = B$
- ④ $A^c \subset B^c$
- ⑤ $B - A = \emptyset$

해설

$A \cup B = A$ 이므로 $A \supset B$ 이다.
따라서,



로 나타낼 수 있다.

- ③ $A \neq B$

9. $n(A) = 14$, $n(B) = 23$, $n(A \cap B) = 7$ 일 때, $n(B - A) - n(A - B)$ 의 값은? [배점 3, 중하]

- ① 6
- ② 7
- ③ 8
- ④ 9
- ⑤ 10

해설

$$\begin{aligned}n(A - B) &= n(A) - n(A \cap B) \\n(B - A) &= n(B) - n(A \cap B) \\n(A - B) &= 14 - 7 = 7 \\n(B - A) &= 23 - 7 = 16 \\\therefore n(B - A) - n(A - B) &= 16 - 7 = 9\end{aligned}$$

10. 38 명의 학생 중에서 축구를 좋아하는 학생이 27 명, 농구를 좋아하는 학생이 19 명이다. 두 가지 운동을 모두 좋아하는 학생이 16 명 일 때, 축구만 좋아하는 학생 수를 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:
▷ 정답: 11

해설

학생 전체를 전체집합 U , 축구를 좋아하는 학생들의 집합을 집합 A , 농구를 좋아하는 학생들의 집합을 집합 B 라 하면, 두 가지 운동을 모두 좋아하는 학생들의 모임은 $A \cap B$ 이고, 축구만 좋아하는 학생들의 모임은 $A - B$ 이다. $n(A - B) = n(A) - n(A \cap B) = 27 - 16 = 11$

11. 집합 $A = \left\{ x \mid x = \frac{4}{n}, n \text{은 } 8 \text{ 의 약수} \right\}$ 일 때, 다음 중 옳은 것을
모두 고르면? (정답 2개) [배점 4, 중중]

① $n(A) = 4$

② 집합 A 의 원소들의 합은 7이다.

③ $8 \subset A$

④ $A \subset \{1, 2, 4, 8\}$

⑤ 집합 A 의 진부분집합의 개수는 15개이다.

해설

$$A = \left\{ x \mid x = \frac{4}{n}, n = 1, 2, 4, 8 \right\} \text{이므로}$$

$$A = \left\{ \frac{4}{1}, \frac{4}{2}, \frac{4}{4}, \frac{4}{8} \right\} = \left\{ 4, 2, 1, \frac{1}{2} \right\}$$

② 집합 A 의 원소들의 합은 $\frac{15}{2}$

③ $8 \notin A$

④ $A \not\subset \{1, 2, 4, 8\}$

12. 집합 $A = \{x|x\text{는 } 20\text{보다 작은 소수}\}$ 의 부분집합 중에서 한 자리의 자연수를 모두 포함하는 부분집합의 개수는? [배점 4, 중중]

① 4 ② 10 ③ 12 ④ 16 ⑤ 20

해설

$$A = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19\} \text{의 부분집합 중 원소 } 2, 3, 5, 7 \text{을 모두 포함하는 부분집합의 개수는 } 2^{8-4} = 2^4 = 16 \text{ (개)}$$

13. 집합 $A = \{x \mid x\text{는 } 20\text{ 이하의 홀수}\}$ 의 부분집합 중에서 원소 1, 15는 반드시 포함하고, 소수는 포함하지 않는 부분집합의 개수는? [배점 4, 중중]

① 1개

② 2개

③ 3개

④ 4개

⑤ 5개

해설

$A = \{1, 3, 5, 7, \dots, 19\}$ 의 부분집합 중 원소 1, 15는 반드시 포함하고, 소수 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19는 포함하지 않는 부분집합의 개수는 $2^{10-2-7} = 2^1 = 2$ (개)