

문제 풀이 과제

1. 45에 어떤 자연수를 곱하여 어떤 수의 제곱이 되게 하려고 한다. 곱해야 할 가장 작은 수를 구하여라.

[배점 2, 하중]

▶ 답 :

▶ 정답 : 5

해설

$$45 = 3^2 \times 5$$

따라서 제곱이 되려면 5를 곱해야 한다.

2. 다음 수 중에서 8과 서로소인 것을 모두 골라라.

2, 3, 4, 5, 6, 7

[배점 2, 하중]

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : 3

▶ 정답 : 5

▶ 정답 : 7

해설

8과 2의 최대공약수는 2, 8과 4의 최대공약수는 4, 8과 6의 최대공약수는 2 이므로 2, 4, 6은 8과 서로소가 아니다.

따라서 8과 서로소인 수는 3, 5, 7이다.

3. 세 집합 $A = \{2, 4, 5, 6, 8\}$, $B = \{1, 3, 4, 6, 7\}$, $C = \{4, 7, 8, 9\}$ 에 대하여 $(A - B) \cap C$ 는?

[배점 3, 하상]

① {3}

② {8}

③ {3, 8}

④ {3, 8, 9}

⑤ {3, 5, 7}

해설

$$(A - B) \cap C = \{2, 5, 8\} \cap \{4, 7, 8, 9\} = \{8\} \text{ 이다.}$$

4. 전체집합 $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 의 두 부분집합 $A = \{2, 3, 4\}$, $B = \{1, 3, 5\}$ 에 대하여 $A \cap B^c$ 은?

[배점 3, 하상]

① {1}

② {2}

③ {4}

④ {1, 2}

⑤ {2, 4}

해설

$$A \cap B^c = A - B = \{2, 4\} \text{ 이다.}$$

5. 세 수 30, 60, 80 의 공약수 중에서 소수의 합은?
[배점 3, 중하]

- ① 3 ② 5 ③ 7 ④ 10 ⑤ 17

해설

30, 60, 80 의 최대공약수 : 10
공약수 중 소수 : 2, 5
(소수의 합) = $2 + 5 = 7$

6. 사과 24 개와 배 36 개를 될 수 있는대로 많은 학생들에게 똑같이 나누어 주려고 한다. 몇 명에게 나누어 줄 수 있는가?
[배점 3, 중하]

- ① 10 명 ② 11 명 ③ 12 명
④ 13 명 ⑤ 14 명

해설

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 36 \ 24} \\ 2 \overline{) 18 \ 12} \\ 3 \overline{) 9 \ 6} \\ \quad 3 \ 2 \end{array} \quad 2 \times 2 \times 3 = 12$$

7. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 9 \text{보다 작은 홀수}\}$ 의 부분집합 중 원소 3, 7 를 포함하지 않는 부분집합의 개수를 구하여라.
[배점 4, 중중]

▶ 답:

▷ 정답: 4 개

해설

$A = \{1, 3, 5, 7\}$ 이므로
 $2^{(3, 7 \text{를 뺀 원소의 개수})} = 2^{4-2} = 2^2 = 4(\text{개})$

8. $6 \times x$, $8 \times x$, $10 \times x$ 의 최소공배수가 720 이라고 할 때, x 의 값은 얼마인가? (단, x 는 한 자리의 자연수이다.)
[배점 4, 중중]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

해설

$2 \times 3 \times x$, $2^3 \times x$, $2 \times 5 \times x$ 의 최소공배수는
 $2^3 \times 3 \times 5 \times x = 720 = 2^4 \times 3^2 \times 5$ 이다.
 $\therefore x = 2 \times 3 = 6$

9. 두 집합 X, Y 에 대하여 기호 \otimes 를 $X \otimes Y = \{x \times y | x \in X \text{ 그리고 } y \in Y\}$ 라고 약속한다.

$A = \{0, 1, 2\}, B = \{1, 2\}$ 일 때, $\otimes AB$ 를 구하면?

[배점 5, 중상]

- ① $\{0, 1, 2, 4\}$ ② $\{0, 1, 2\}$
 ③ $\{0, 1\}$ ④ $\{0\}$
 ⑤ $\{1, 2\}$

해설

$$\begin{aligned} A \otimes B &= \{0 \times 1, 0 \times 2, 1 \times 1, 1 \times 2, 2 \times 1, 2 \times 2\} \\ &= \{0, 1, 2, 4\} \end{aligned}$$

10. 196 을 $a^m \times b^n$ 으로 소인수분해하였을 때, $a+b+m+n$ 의 값은? [배점 5, 중상]

- ① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

해설

$$\begin{aligned} 196 &= 2^2 \times 7^2 \\ \text{따라서 } a &= 2, b = 7, m = 2, n = 2 \\ a + b + m + n &= 13 \end{aligned}$$

11. 다음 조건을 만족하는 집합 A 의 원소를 작은 순서로 $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ 으로 나타낼 때, $a_2 + a_3 + a_5$ 의 값을 구하여라.

- 집합 A 의 원소는 항상 1 보다 크거나 같다.
- $a_1 = 1, x \in A$ 이면, $\frac{3}{2}x \in A$ 이다.

[배점 5, 상하]

▶ 답:

▶ 정답: $\frac{141}{16}$

해설

$a_1 = 1$ 이면 $a_2 = \frac{3}{2} \times a_1$ 이고 이러한 방식으로 집합 A 를 구하면,

$$\{a_1, a_2, a_3, \dots, a_n\} = \left\{1, \frac{3}{2}, \frac{9}{4}, \frac{27}{8}, \frac{81}{16}, \frac{243}{32}, \dots, \left(\frac{3}{2}\right)^{(n-1)} \times a_1\right\}$$

, $a_2 = \frac{3}{2}, a_3 = \frac{9}{4}, a_5 = \frac{81}{16}$ 이다.

$\therefore a_2 + a_3 + a_5 = \frac{141}{16}$

12. 어느 지방의 마을에서는 5 일마다 한 번씩 장이 열린다.
어느 해의 첫 장이 열린 날은 1 월 2 일 토요일일 때, 그
다음 해의 첫 장이 열리는 날의 월, 일, 요일을 찾아라.
[배점 5, 상하]

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 1 월

▷ 정답: 2 일

▷ 정답: 일요일

해설

1 년은 365 일이고 365 가 5 의 배수이므로,
다음 해의 첫 장도 1 월 2 일에 열린다.
일주일은 7 일,
5 와 7 의 공배수 중 365 보다 작으면서 가장 가까
운 수는 350 이므로,
1 월 2 일에서 350 일이 지난 시점에 또 토요일에
장이 열린다.
다음 해 1 월 2 일은 15 일 이후이므로 다음해 첫
장은 일요일이다.
∴ 1 월 2 일 일요일

13. 전체집합 $U = \{a, b, c, d, e, f, g, h\}$ 이고, 두 부분
집합 $A = \{a, c, d, e, h\}$,
 $B = \{b, f, h\}$ 일 때, $A^c \cap B$ 는? [배점 6, 상중]

① $\{b\}$

② $\{f\}$

③ $\{b, f\}$

④ $\{h\}$

⑤ $\{b, h\}$

해설

$$A^c = \{b, f, g\}$$

$$B = \{b, f, h\}$$

$$A^c \cap B = \{b, f\}$$

14. $n(U) = 50$ 인 전체집합 U 의 부분집합 A, B, C 가 다음과 같은 조건을 만족할 때,
 $n((A - B) - C) + n((B - C) - A) + n((C - A) - B)$ 를 구하여라.

- $n(A) + n(B) + n(C) = 80, n((A \cup B \cup C)^c) = 5$
- $n(A - B) = 10, n(B - C) = 15, n(C - A) = 17$

[배점 6, 상중]

▶ 답:

▶ 정답: 13

해설

$n(U) = 50, n((A \cup B \cup C)^c) = 5 \rightarrow n(A \cup B \cup C) = 45,$
 $A - B, B - C, C - A$ 는 서로소이므로,
 $n(A - B) + n(B - C) + n(C - A) = n(A \cup B \cup C) - n(A \cap B \cap C)$
 $\rightarrow 42 = 45 - n(A \cap B \cap C) \rightarrow n(A \cap B \cap C) = 3$
 $n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(B \cap C) - n(C \cap A) + n(A \cap B \cap C)$ 이므로,
 $45 = 80 - n(A \cap B) - n(B \cap C) - n(C \cap A) + 3$
 $\rightarrow n(A \cap B) + n(B \cap C) + n(C \cap A) = 38$
 $\therefore n((A - B) - C) + n((B - C) - A) + n((C - A) - B)$
 $= n(A \cup B \cup C) - (n(A \cap B) + n(B \cap C) + n(C \cap A)) + 2n(A \cap B \cap C)$
 $= 45 - 38 + 6 = 13$

15. 다음은 골드바흐가 생각해 낸 소수에 관한 추측이다. 골드바흐의 추측을 가장 잘 설명하고 있는 식은?

보기

[골드바흐의 추측]

2 보다 큰 모든 짝수는 두 소수의 합으로 나타낼 수 있다.

[배점 6, 상상]

① $7 = 3 + 4$

② $12 = 5 + 7$

③ $14 = 5 + 9$

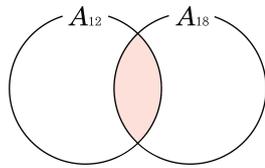
④ $14 = 2 + 5 + 7$

⑤ $17 = 1 + 5 + 11$

해설

소수는 2, 3, 5, 7, 11, 13, ... 이므로 골드바흐의 추측을 가장 잘 설명한 것은 $12 = 5 + 7$ 이다.

16. 집합 $A_k = \{x \mid x \text{는 } k \text{의 배수}\}$ 라고 하면 $A_{12} = \{x \mid x \text{는 } 12 \text{의 배수}\}$, $A_{18} = \{x \mid x \text{는 } 18 \text{의 배수}\}$ 이다. 다음 중 다음 벤 다이어그램의 색칠한 부분을 나타내는 집합을 A_n 이라고 할 때, n 의 값을 구하여라.



[배점 6, 상상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 36

해설

색칠한 부분은 A_{12} , A_{18} 의 교집합이다.

$A_{12} = \{x \mid x \text{는 } 12 \text{의 배수}\} = \{12, 24, 36, \dots\}$,

$A_{18} = \{x \mid x \text{는 } 18 \text{의 배수}\} = \{18, 36, 54, \dots\}$

이므로 $A_{12} \cap A_{18} = \{36, 72, 108, \dots\}$ 이다.

$\{36, 72, 108, \dots\}$ 를 조건제시법으로 나타내면

$\{x \mid x \text{는 } 36 \text{의 배수}\}$ 이므로 n 은 36 이다.