

오답 노트-다시풀기

1. 집합 $A = \{2, 4, 8, 16, 22\}$ 의 부분집합 중에서 적어도 한 개의 4 의 배수를 원소로 갖는 부분집합의 개수는?
[배점 4, 중중]

- ① 12 개 ② 24 개 ③ 28 개
④ 34 개 ⑤ 36 개

해설

집합 A 의 부분집합의 개수는 $2^5 = 32$ (개) 이고, 이 중에서 4 의 배수를 원소로 하나도 갖지 않는 부분집합은 원소 2, 22 로 만든 부분집합이므로 $2^2 = 4$ (개) 이다.
 $\therefore 32 - 4 = 28$ (개)

2. 다음 중 옳지 않은 것은? [배점 4, 중중]

- ① $\{x, y\} \subset \{y, x, z\}$
② $\{\emptyset\} \subset \{4, \{4, \emptyset\}\}$
③ $\{4, 8\} \subset \{4, 4 \times 2\}$
④ $\{1, 3, 5\} \subset \{1, 3, 5, 7, 9, 11\}$
⑤ $\emptyset \subset \emptyset$

해설

② $\{\emptyset\} \not\subset \{4, \{4, \emptyset\}\}$

3. 집합 A 의 진부분집합의 개수가 15 개일 때, $n(A)$ 를 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

진부분집합은 자기 자신을 제외한 모든 부분집합
이므로, 진부분집합의 수 = 부분집합의 수 - 1 이 된다. 따라서 집합 A 의 부분집합의 개수는 $15 + 1 = 16$ 개이며, $2^n = 16 \therefore n = 4$ 이다.

4. 전체집합 $U = \{x | x \text{는 } 10 \text{ 이하의 자연수}\}$ 의 두 부분집합 $A = \{x | x \text{는 } 8 \text{의 약수}\}$, $B = \{2, 4, 6\}$ 에 대하여 다음 중 옳은 것은? [배점 4, 중중]

- ① $n(A - B) = 3$
② $n(A \cap B) = 1$
③ $n(B \cap A^c) = 2$
④ $n(B^c) = 2$
⑤ $n((A \cup B)^c) = 1 \{1, 9\}$

해설

$U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$, $A = \{1, 2, 4, 8\}$, $B = \{2, 4, 6\}$ 이므로

- ① $n(A - B) = 3$
② $n(A \cap B) = 2$
③ $n(B \cap A^c) = 1$
④ $n(B^c) = 7$
⑤ $n((A \cup B)^c) = 5$

5. 두 집합 A, B 에 대하여 $A \times B$ 를
 $A \times B = \{(a, b) | a \in A, b \in B\}$ 라고 정의한다.
 $n(A \cup B) = 8, n(A \cap B) = 4$ 일 때, $n(A) \times n(B)$ 의
 최댓값을 구하여라.

[배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 36

해설

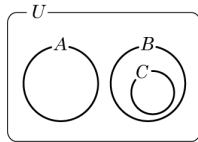
$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$\therefore n(A) + n(B) = 12$$

따라서 A, B 의 원소의 개수는 각각 최대 6 개씩
 들어가야 한다.

따라서, $n(A) \times n(B)$ 의 최댓값은 $6 \times 6 = 36$ 이다.

6. 전체집합 U 의 세 부분집합 A, B, C 의 포함 관계가
 다음 벤 다이어그램과 같을 때, 다음 중 옳지 않은 것
 은?



[배점 4, 중중]

- ① $A \cap B = \emptyset$ ② $B^c \subset C^c$
 ③ $(A \cup B) \subset C$ ④ $B \subset A^c$
 ⑤ $A - B = A$

해설

$$\textcircled{3} C \subset (A \cup B)$$

7. 48에 가장 작은 자연수를 곱하여 어떤 자연수의 제곱
 이 되게 하려고 한다. 이때, 곱하여야 할 가장 작은 자
 연수를 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

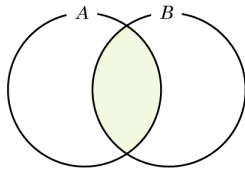
해설

48을 소인수분해하면 다음과 같다.

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 48} \\ 2 \overline{) 24} \\ 2 \overline{) 12} \\ 2 \overline{) 6} \\ 3 \end{array}$$

$48 = 2^4 \times 3$ 이므로 $2^4 \times 3 \times \square$ 가 어떤 자연수의
 제곱이 되기 위한 $\square$ 의 값 중에서 가장 작은 자연
 수는 3이다.

8. 두 집합 $A = \{2, 4, 8, 9, 10, 12\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 24 \text{의 약수}\}$ 일 때, 다음의 벤 다이어그램에서 색칠한 부분의 집합의 원소의 합을 구하여라.



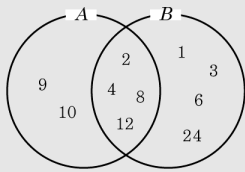
[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 26

해설

조건제시법을 원소나열법으로 고쳐보면 $B = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24\}$ 가 된다.
벤 다이어그램을 이용하면 다음과 같다.



공통부분의 원소는 $\{2, 4, 8, 12\}$ 이다.
따라서 색칠한 부분의 원소의 합은 $2+4+8+12 = 26$ 이다.

9. 두 집합

$$A = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{보다 작은 홀수}\},$$

$$B = \{a, 3, 5, 7, b\}$$

에 대하여 $A = B$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$$A = \{1, 3, 5, 7, 9\} \text{ 이고}$$

$$B = \{a, 3, 5, 7, b\} \text{ 이므로}$$

$$a = 1, b = 9 \text{ 또는 } a = 9, b = 1 \text{ 이므로}$$

$$a + b = 10$$

10. 두 집합 $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{3, 4, 5\}$ 에서 $A \cap X = X$, $B \cup X = B$ 를 만족하는 X 의 개수를 구하여라.

[배점 3, 하상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 4개

해설

$$A \cap X = X \text{ 에서 } X \subset A,$$

$$B \cup X = B \text{ 에서 } X \subset B \text{ 이므로}$$

$$X \subset A \cap B = \{3, 4\}$$

집합 X 는 $\{3, 4\}$ 의 부분집합이다.

따라서 집합 X 의 개수는 $2^2 = 4$ (개)

11. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2개)

[배점 3, 하상]

- ① $A = \emptyset$ 이면 집합 A 의 원소의 개수는 0 개 이다.
- ② 집합 A 의 원소의 개수보다 집합 B 의 원소의 개수가 많으면 $A \subset B$ 이다.
- ③ $A \subset B$ 이면 집합 B 의 원소의 개수가 집합 A 의 원소의 개수보다 많다.
- ④ $A = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 } 3 \text{의 배수}\}$ 이면 $n(A) = 4$ 이다.
- ⑤ $n(\{1, 2, 4\}) - n(\{2, 4, 6\}) = 0$ 이다.

해설

- ② 반례: $\{1\} \not\subset \{2, 3\}$
- ③ 반례: $\{1, 2\} \subset \{1, 2\}$, $n(\{1, 2\}) = n(\{1, 2\})$
- ④ $A = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 } 3 \text{의 배수}\}$ 이면 $n(A) = 3$ 이다.

12. $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 의 두 부분집합 $A = \{1, 3, 5\}$, $B = \{4, 5\}$ 에 대하여 다음 중 옳지 않은 것은?
[배점 3, 하상]

- ① $B \cap A^c = \{4\}$
- ② $(A \cap B)^c = \{1, 2, 3, 4, 6\}$
- ③ $(A \cup B)^c = \{2, 6\}$
- ④ $B^c = \{1, 2, 3, 6\}$
- ⑤ $A^c = \{4, 5, 6\}$

해설

⑤ $A^c = \{2, 4, 6\}$

13. 100 이하의 자연수 중에서 4 의 배수이거나 5 의 배수 인 수의 개수를 구하여라. [배점 3, 하상]

▶ 답:

▷ 정답: 40 개

해설

4 의 배수인 집합을 A 라 하고, 5 의 배수인 집합을 B 라 하자.

4 의 배수이면서 5 의 배수인 집합은 $A \cap B$ 이다.
4 의 배수이거나 5 의 배수인 수, 즉 $A \cup B$ 를 구하는 것이다.

$$n(A) = 25, n(B) = 20, n(A \cap B) = 5 \text{ 이므로}$$

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$x = 25 + 20 - 5$$

$$x = 40$$