

단원 형성 평가

1. $n(A) = 10$, $n(A - B) = 4$ 일 때 $n(A \cap B)$ 의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

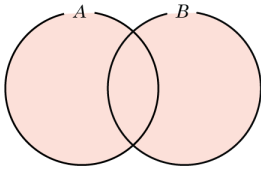
▶ 답 :

▶ 정답 : 6

해설

$$\begin{aligned} n(A - B) &= n(A) - n(A \cap B) \\ 4 &= 10 - n(A \cap B) \quad \therefore n(A \cap B) = 6 \end{aligned}$$

2. 다음 벤 다이어그램에서 $n(B) = 20$, $n(A - B) = 15$ 일 때, 색칠한 부분의 원소의 개수를 구하여라.



[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 35 개

해설

색칠한 부분이 나타내는 집합은 $A \cup B$ 이다.
 $A \cup B = (A - B) \cup B$ 이므로
 $n(A \cup B) = n((A - B) \cup B)$
 $= n(A - B) + n(B)$
 $= 15 + 20$
 $= 35$
 (개) 이다.

3. 집합 $A = \{0, 2, \{4\}, \{6, 8\}, \emptyset\}$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?. [배점 4, 중중]

① $\emptyset \in A$

② $\{0, 2, \{4\}\} \subset A$

③ $n(A) = 5$

④ $\{4\} \subset A$

⑤ $\{6, 8\} \in A$

해설

④ $\{4\} \in A$

4. 두 집합 A, B 에 대한 다음 설명 중 옳은 것은?

[배점 4, 중중]

① $A \subset B$ 이면 $n(A) < n(B)$ 이다.

② $n(A) < n(B)$ 이면 $A \subset B$ 이다.

③ $A \subset B$ 이고 $B \subset A$ 이면 $n(A) = n(B)$ 이다.

④ $n(A) = n(B)$ 이면 $A = B$ 이다.

⑤ $n(A) \leq n(B)$ 이면 $A \subset B$ 이다.

해설

① $A \subset B$ 이면 $n(A) \leq n(B)$ 이다.

② : (반례) $A = \{1\}$, $B = \{2, 3\}$

④ : (반례) $A = \{1, 2\}$, $B = \{3, 4\}$

⑤ : (반례) $A = \{1, 2\}$, $B = \{3, 4, 5\}$

5. 다음 <보기>의 네 가지 조건으로 확실히 말할 수 없는 것은?

보기

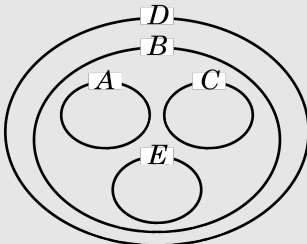
- 모든 A 의 원소는 B 의 원소이다.
- 모든 C 의 원소는 B 의 원소이다.
- 모든 E 의 원소는 B 의 원소이다.
- 모든 B 의 원소는 D 의 원소이다.

[배점 4, 중중]

- ① 모든 A 의 원소는 D 의 원소이다.
- ② 모든 C 의 원소는 E 의 원소이다.
- ③ 모든 E 의 원소는 D 의 원소이다.
- ④ A 와 C 의 관계는 알 수 없다.
- ⑤ D 의 원소 중 C 의 원소가 아닌 것이 있다.

해설

- 모든 A 의 원소는 B 의 원소이다. $A \subset B$
- 모든 C 의 원소는 B 의 원소이다. $C \subset B$
- 모든 E 의 원소는 B 의 원소이다. $E \subset B$
- 모든 B 의 원소는 D 의 원소이다. $B \subset D$



A, C, E 사이의 포함관계는 알 수 없다.

- ① $A \subset B$ 이고 $B \subset D \therefore A \subset D$
- ② C 와 E 의 포함관계는 알 수 없다.
- ③ $E \subset B$ 이고 $B \subset D$ 이므로 $E \subset D$ 이다.
- ④ A, C, E 사이의 포함관계는 알 수 없다.
- ⑤ D 의 원소 중 C 에 포함되지 않는 원소가 있기 때문에 C 의 원소가 아닌 것도 있다.

6. 각 자리의 숫자의 합이 5보다 작은 두 자리 자연수의 집합을 A 라 할 때, $n(A)$ 를 구하여라.

[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$$A = \{10, 11, 12, 13, 20, 21, 22, 30, 31, 40\}$$

$$n(A) = 10$$

7. 자연수들로 이루어진 두 집합 X, Y 에 대하여 $X+Y = \{x+y \mid x \in X, y \in Y\}$ 라 하자. $X = \{3, 6, 9, \dots\}$, $Y = \{5, 10, 15, \dots\}$ 라 할 때, 집합 $X+Y$ 의 원소 중에서 20 이하의 자연수의 개수를 구하여라.

[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 9개

해설

$X+Y$ 가 20 이하인 수는

$x=3$ 일 때, $y=5, 10, 15$ 의 3가지이고

$x=6, 9$ 일 때, $y=5, 10$ 의 각각 2가지이고

$x=12, 15$ 일 때, $y=5$ 의 각각 1가지이다. 따라서 모두 9개이다.

8. 두 집합 $A = \{3, 6, 8, 9, 11\}$, $B = \{x | x \text{는 } 3 \leq x \leq 5 \text{인 자연수}\}$ 에 대하여 $(A-B) \cup X = X$, $(A \cup B) \cap X = X$ 를 만족하는 집합 X 의 개수를 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 8개

해설

$$B = \{3, 4, 5\}$$

$$(A-B) \cup X = X \text{ 이므로 } (A-B) \subset X$$

$$(A \cup B) \cap X = X \text{ 이므로 } X \subset (A \cup B)$$

$$\{6, 8, 9, 11\} \subset X \subset \{3, 4, 5, 6, 8, 9, 11\}$$

집합 X 는 $A \cup B$ 의 부분집합 중 원소 6, 8, 9, 11을 반드시 포함하는 집합이다.

$$\therefore 2^{7-4} = 2^3 = 8 \text{ (개)}$$

9. 두 집합 A, B 에 대하여 $n(A) = 23$, $n(B) = 39$, $n(A \cup B) = 62$ 일 때, 다음 $\square$ 안에 들어갈 수 있는 기호가 아닌 것을 모두 골라라.

보기

$$A - B \square A$$

[배점 5, 중상]

$$\textcircled{1} \in \quad \textcircled{2} \subset \quad \textcircled{3} \supset \quad \textcircled{4} \not\subset \quad \textcircled{5} =$$

해설

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B),$$

$$62 = 23 + 39 - n(A \cap B) \text{ 에서 } n(A \cap B) = 0$$

이므로 $A \cap B = \phi$ 이다.

$A - B \square A$ 에서 $\square$ 안에 들어갈 수 있는 기호는 $\subset, \supset, =$ 이다.

10. 집합 $P = \{3x + 1 | x \text{는 } 6 \text{보다 작은 자연수}\}$ 의 부분 집합 $A = \{4, 7\}, B = \{4, 10\}$ 에 대하여 $A \cap X^c = B \cap X^c$ 를 만족하는 집합 P 의 부분집합 X 의 개수를 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 8 개

해설

$P = \{3x + 1 | x \text{는 } 6 \text{보다 작은 자연수}\}$
 $= \{4, 7, 10, 13, 16\}$
 $A = \{4, 7\}, B = \{4, 10\}$
 $A \cap X^c = B \cap X^c \rightarrow A - X = B - X$ 이므로 X 는 원소 7, 10 을 반드시 포함하는 P 의 부분집합이다.
 따라서 부분집합 X 의 개수는 $2^{5-2} = 8$ (개)

11. 집합 $P = \{p_1, p_2, p_3, \dots, p_N\}$ 에 대하여 $f(P) = p_1 + p_2 + p_3 + \dots + p_N$ 이라 정의한다.
 집합 $A = \{3, 6, 9, 12\}$ 의 부분집합을 $A_1, A_2, A_3, \dots, A_{16}$ 이라 할 때, $f(A_1) + f(A_2) + f(A_3) + \dots + f(A_{16})$ 의 값을 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 240

해설

$A = \{3, 6, 9, 12\}$ 의 부분집합을 $A_1, A_2, A_3, \dots, A_{16}$ 이라 두면,
 집합 A 의 모든 부분집합에서 하나의 원소는 모두 $2^{4-1} = 8$ (번) 씩 나온다.
 따라서 $f(A_1) + f(A_2) + f(A_3) + \dots + f(A_{16}) = 8 \times (3 + 6 + 9 + 12) = 240$

12. 우리 반 학생 36 명 중 개를 키우는 학생은 15 명, 고양이를 키우는 학생은 18 명이다. 개만 키우는 학생이 8 명일 때, 개도 고양이도 키우지 않는 학생의 수를 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 10 명

해설

우리 반 학생의 집합을 U , 개를 키우는 학생의 집합을 A , 고양이를 키우는 학생의 집합을 B 라 하면
 $n(U) = 36, n(A) = 15, n(B) = 18$
 $n(A - B) = 8$
 $n(A - B) = n(A) - n(A \cap B)$ 이므로
 $8 = 15 - n(A \cap B), n(A \cap B) = 7$
 $n(A \cup B)$
 $= n(A) + n(B) - n(A \cap B) = 15 + 18 - 7 = 26$
 $n((A \cup B)^c) = n(U) - n(A \cup B) = 36 - 26 = 10$

13. 1 학년 1 반 학생 45 명 중 수박을 좋아하는 학생이 35 명, 자두를 좋아하는 학생이 27 명이다. 수박과 자두를 모두 좋아하는 학생 수의 최대값과 최소값을 각각 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 최대값 : 27 명

▷ 정답: 최소값 : 17 명

해설

1 학년 1 반의 학생의 집합을 U , 수박을 좋아하는 학생의 집합을 A , 자두를 좋아하는 학생의 집합을 B 라 두면, 수박과 자두를 모두 좋아하는 학생의 집합은 $A \cap B$ 이고,

$n(U) = 45, n(A) = 35, n(B) = 27$ 이다.

$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) \leq 45$ 이므로,

$17 \leq n(A \cap B) \leq 27$

따라서 수박과 자두를 모두 좋아하는 학생 수의 최대값과 최소값은 각각 27 명과 17 명

14. 집합 $A = \{0, 1, \{0, 1\}\}$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은? [배점 6, 상중]

① $0 \in A$

② $\{0, 1\} \in A$

③ $2 \notin A$

④ $\{1\} \in A$

⑤ $\{0, 1\} \subset A$

해설

A 의 원소는 0, 1, $\{0, 1\}$ 이므로 $\{1\}$ 은 A 의 부분집합이고, $\{0, 1\}$ 은 A 의 원소도 되고 부분집합도 된다.

15. 중학생 120 명을 대상으로 수학, 과학, 영어 중 자신 있어 하는 과목을 선택하게 하였더니, 수학을 선택한 학생은 33 명, 과학을 선택한 학생은 40 명, 영어를 선택한 학생은 36 명이였다. 또, 두 과목을 선택한 학생은 모두 34 명, 세 과목을 모두 선택한 학생은 9 명이였다. 세 과목 중 어떤 과목도 선택하지 않은 학생 수를 구하여라. [배점 6, 상중]

▶ 답:

▷ 정답: 63 명

해설

중학생 전체의 집합을 U , 수학을 선택한 학생의 집합을 A , 과학을 선택한 학생의 집합을 B , 영어를 선택한 학생의 집합을 C 라 하면,

두 과목을 선택한 학생 수는 $n(A \cap B) + n(B \cap C) + n(C \cap A) - 3n(A \cap B \cap C)$,

세 과목을 모두 선택한 학생 수는 $n(A \cap B \cap C)$, 세 과목 중 어떤 과목도 선택하지 않은 학생 수는 $n((A \cup B \cup C)^c)$,

$n(U) = 120, n(A) = 33, n(B) = 40, n(C) = 36, n(A \cap B \cap C) = 9$,

$n(A \cap B) + n(B \cap C) + n(C \cap A) - 3n(A \cap B \cap C) = 34$ 이므로,

$n(A \cap B) + n(B \cap C) + n(C \cap A) = 34 + 27 = 61$

,

$n(A \cup B \cup C)$

$= n(A) + n(B) + n(C) - (n(A \cap B) + n(B \cap C) + n(C \cap A)) + n(A \cap B \cap C)$

$= 33 + 40 + 36 - 61 + 9 = 57$

$\therefore n((A \cup B \cup C)^c) = n(U) - n(A \cup B \cup C) = 120 - 57 = 63$