

단원 형성 평가

1. 세 집합

$A = \{x | 0 < x < 1, x \text{는 홀수}\}$,
 $B = \{x | x \text{는 한 자리의 짝수}\}$,
 $C = \{x | x \text{는 3 이하의 자연수}\}$ 일 때,
 $n(A) + n(B) + n(C)$ 를 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 7

해설

$A = \{x | 0 < x < 1, x \text{는 홀수}\} = \emptyset$ 이므로
 $n(A) = 0$,
 $B = \{x | x \text{는 한 자리의 짝수}\} = \{2, 4, 6, 8\}$ 이므로
 $n(B) = 4$,
 $C = \{x | x \text{는 3 이하의 자연수}\} = \{1, 2, 3\}$ 이므로
 $n(C) = 3$ 이다.
 따라서 $n(A) + n(B) + n(C) = 7$ 이다.

2. 두 집합

$A = \{x | x \text{는 'mathematics' 에 쓰인 자음}\}$,
 $B = \{x | x \text{는 'science' 에 쓰인 자음}\}$
 에 대하여 다음 보기의 알파벳 중 $A \cup B$ 의 원소가
 아닌 것을 모두 골라라.

보기

$a, c, g, h, i, k, m, n, o, q, s, t$

[배점 3, 중하]

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: a

▷ 정답: g

▷ 정답: i

▷ 정답: k

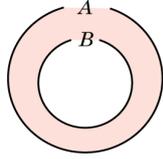
▷ 정답: o

▷ 정답: q

해설

$A = \{x | x \text{는 'mathematics' 에 쓰인 자음}\} = \{m, t, h, c, s\}$,
 $B = \{x | x \text{는 'science' 에 쓰인 자음}\} = \{s, c, n\}$ 이다.
 따라서 $A \cup B = \{m, t, h, c, s, n\}$

3. 두 집합 A, B 에 대하여 아래 벤 다이어그램의 색칠한 부분이 공집합이 아닐 때, 다음 중 옳지 않은 것은?



[배점 3, 중하]

- ① $B \subset A$
- ② $B - A = \emptyset$
- ③ $2 \in A$ 이면 $2 \in B$ 이다.
- ④ $A \cap B = B$
- ⑤ $n(A) > n(B)$

해설

③ $A - B \neq \emptyset$ 이므로 예를 들어 $A = \{1, 2\}, B = \{1\}$ 이면 $2 \in A$ 이지만 $2 \notin B$ 이다.

4. 다음 중 옳은 것은? [배점 4, 중중]

- ① $n(\emptyset) = 1$
- ② $A = \{2\}$ 이면 $n(A) = 2$
- ③ $n(\{1, 2, 3\}) - n(\{1, 2\}) = 3$
- ④ $A = \{4, 6\}, B = \{6, 7, 8\}$ 일 때, $n(A) + n(B) = 4$
- ⑤ $A = \{x \mid 2 \times x = 12, x \text{는 짝수}\}$ 일 때, $n(A) = 1$

해설

- ① $n(\emptyset) = 0$
- ② $n(A) = 1$
- ③ $3 - 2 = 1$
- ④ $n(A) + n(B) = 2 + 3 = 5$

5. $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, $B = \{4, 5, 6\}$ 에 대하여 $X - A = \emptyset$, $(A - B) \cup X = X$ 를 만족하는 집합 X 가 될 수 있는 것을 보기에서 모두 고른 것은?

보기

- | | |
|-----------------------|--------------------------|
| ㉠ $\{1, 2, 3\}$ | ㉡ $\{1, 2, 4\}$ |
| ㉢ $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ | ㉣ $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ |
| ㉤ $\{1, 2, 4, 5\}$ | |

[배점 4, 중중]

- | | |
|--------------|-----------|
| ① ㉠, ㉡ | ② ㉠, ㉡, ㉣ |
| ③ ㉠, ㉢, ㉣ | ④ ㉠, ㉣, ㉤ |
| ⑤ ㉠, ㉡, ㉢, ㉣ | |

해설

$(A - B) \subset X \subset A$, 즉 $\{1, 2, 3\} \subset X \subset \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 이므로 집합 X 가 될 수 있는 집합은 ㉠, ㉢, ㉣이다.

6. 40명의 학생 중 수학을 좋아하는 학생이 24 명, 영어를 좋아하는 학생이 18 명, 수학과 영어를 모두 좋아하는 학생이 9 명일 때, 수학과 영어를 모두 싫어하는 학생 수를 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답:

▷ 정답: 7명

해설

수학을 좋아하는 학생을 집합 A 라 하고, 영어를 좋아하는 학생을 집합 B 라고 하자.

수학과 영어를 좋아하는 학생, 즉 $A \cap B = 9$ 이다.

수학과 영어를 모두 싫어하는 학생은 합집합을 제외한 나머지 인원이다.

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$x = 24 + 18 - 9$$

$$x = 33$$

$n(A \cup B) = 33$ 이므로 수학과 영어를 모두 싫어하는 학생은 $40 - 33 = 7$ (명)이다.

7. 집합 $A = \{0, 1, 2, 3\}$ 를 조건제시법으로 나타낸 것 중 옳지 않은 것은? [배점 5, 중상]

- ① $A = \{x \mid 0 \leq x \leq 3 \text{인 정수}\}$
- ② $A = \{x \mid -1 < x \leq 3 \text{인 정수}\}$
- ③ $A = \{x \mid x \text{는 자연수를 4로 나눈 나머지}\}$
- ④ $A = \{x \mid 0 \leq x < 4 \text{인 수}\}$
- ⑤ $A = \{x \mid 0 < x \leq 3 \text{인 자연수}\}$

해설

④ $\{x \mid 0 \leq x < 4 \text{인 수}\}$ 에는 0, 1, 2, 3 이외에도 $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, 2, 5, \dots$ 등 무수히 많은 원소가 있다.

8. 세 집합 A, B, C 에 대하여 $A = \{1, 3, 5\}, B = \{2, 4, 6\}, C = \{x + y \mid x \in A, y \in B\}$ 일 때, $n(C)$ 는? [배점 5, 중상]

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

해설

집합 C 의 원소는
 $1 + 2 = 3, 1 + 4 = 5, 1 + 6 = 7,$
 $3 + 2 = 5, 3 + 4 = 7, 3 + 6 = 9,$
 $5 + 2 = 7, 5 + 4 = 9, 5 + 6 = 11$
 에서 $C = \{3, 5, 7, 9, 11\}$ 이므로 $n(C) = 5$ 이다.

9. 자연수들로 이루어진 두 집합 X, Y 에 대하여 $X + Y = \{x + y \mid x \in X, y \in Y\}$ 라 하자. $X = \{3, 6, 9, \dots\}, Y = \{5, 10, 15, \dots\}$ 라 할 때, 집합 $X + Y$ 의 원소 중에서 20 이하의 자연수의 개수를 구하여라.

[배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 9개

해설

$X + Y$ 가 20 이하인 수는
 $x = 3$ 일 때, $y = 5, 10, 15$ 의 3가지이고
 $x = 6, 9$ 일 때, $y = 5, 10$ 의 각각 2가지이고
 $x = 12, 15$ 일 때, $y = 5$ 의 각각 1가지이다. 따라서 모두 9개이다.

10. 두 집합

$A = \{x \mid x \text{는 } 100 \text{ 이상 } 250 \text{ 이하 } 12 \text{의 배수}\},$
 $B = \{x \mid x \text{는 } 100 \text{ 보다 작은 } 4 \text{의 배수}\}$ 일 때,
 $n(B) - n(A)$ 를 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 12

해설

$n(A) = 12, n(B) = 24$
 $n(B) - n(A) = 24 - 12 = 12$

11. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $n(U) = 40$, $n(A \cap B) = 5$, $n(A^c \cap B^c) = 3$ 일 때, $n(A - B) + n(B - A)$ 의 값을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 32

해설

$$\begin{aligned} A^c \cap B^c &= (A \cup B)^c \\ n(A \cup B) &= n(U) - n((A \cup B)^c) = 40 - 3 = 37 \\ n(A - B) + n(B - A) &= n(A \cup B) - n(A \cap B) \\ &= 37 - 5 = 32 \end{aligned}$$

12. 다음 중 집합인 것을 모두 고르면? [배점 5, 상하]

- ① 100 이하 자연수들의 모임
- ② 작은 짝수들의 모임
- ③ 노래를 잘하는 학생들의 모임
- ④ 15보다 작은 소수들의 모임
- ⑤ 예쁜 꽃들의 모임

해설

‘잘하는’, ‘작은’, ‘예쁜’ 은 그 대상을 분명히 알 수 없으므로 집합이 아니다.

13. 전체집합 U 의 세 부분집합 A, B, C 에 대하여 $(A - B) \cup (B - C) \cup (C - A) = \emptyset$ 이다. $A = \{1, 2, 3\}$ 일 때, $n(B) \times n(C)$ 의 값을 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답:

▷ 정답: 9

해설

$$\begin{aligned} (A - B) \cup (B - C) \cup (C - A) &= \emptyset \text{ 이면} \\ A - B &= \emptyset, B - C = \emptyset, C - A = \emptyset, \\ A \subset B, B \subset C, C \subset A &\text{ 이므로} \\ A &= B = C \\ \text{따라서 } n(B) &= n(C) = 3 \text{ 이므로 } n(B) \times n(C) = 9 \end{aligned}$$

14. 집합 S 의 부분집합 A, B 가 있다. $n(A \cap B) = 0$, $A^c = \{a, c, e\}$, $S - B = \{b, c, d, e, f\}$ 일 때, $n(A \cup B)$ 를 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답:

▷ 정답: 4

해설

$$\begin{aligned} A^c &= \{a, c, e\}, S - B = B^c = \{b, c, d, e, f\}, \\ A^c \cap B^c &= (A \cup B)^c = \{c, e\}, \\ n(A \cap B) &= 0 \text{ 이므로} \\ A^c - (A \cup B)^c &= B = \{a\}, \\ B^c - (A \cup B)^c &= A = \{b, d, f\}, \\ \text{따라서 } A \cup B &= \{a, b, d, f\}, \\ \therefore n(A \cup B) &= 4 \end{aligned}$$

15. 집합 $A = \{a, d, e\}$ 이고 집합 $B = \{a, b, c, d, e, f\}$ 일 때, $A \cap X = \{a, e\}$, $c \notin X$, $X \cup B = B$ 를 만족하는 집합 X 의 개수를 구하여라. [배점 6, 상중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 4개

해설

집합 B 의 부분집합 중 원소 a, e 는 포함하고, 원소 c, d 는 포함하지 않는 부분집합의 수를 구한다.

$$2^{6-2-2} = 2^2 = 4 \text{ (개)}$$