

단원 형성 평가

1. 다음 표는 혜교의 지난 중간고사와 기말고사 시험과목 일부와 그 점수이다. 다음 중 집합인 것을 모두 고르면? (정답 3 개)

과목	중간	기말
국어	80	85
수학	90	80
영어	85	100
과학	70	55
사회	95	80
미술	100	95
음악	95	100
체육	75	65
도덕	100	85
한문	55	70

[배점 3, 중하]

- ① 지난 중간고사 점수가 80점 이상인 과목
 ② 지난 기말고사 점수 중 지난 중간고사 점수보다 높은 과목
 ③ 기말고사 때 잘 본 과목
 ④ 기말고사 때 가장 못 본 과목
 ⑤ 중간고사와 기말고사의 평균이 좋은 과목

해설

- ③ ‘잘’이라는 단어의 기준이 명확하지 않아서 집합이 아니다.
 ④ ‘못 본’이라는 단어의 기준은 명확하지 않으나, ‘가장’이라는 단어가 있기 때문에 그 기준이 확실하다. 따라서 집합이다.
 ⑤ ‘좋은’이라는 단어의 기준이 명확하지 않아서 집합이 아니다.

2. 전체집합 $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 의 두 부분집합 $A = \{2, 4, 5\}$, $B = \{2, 3, 5\}$ 에 대하여 $(A \cap B) \subset X \subset U$ 를 만족하는 집합 X 의 개수는? [배점 3, 중하]

- ① 1개 ② 2개 ③ 4개
 ④ 8개 ⑤ 16개

해설

$A \cap B = \{2, 5\}$ 이므로, 집합 X 는 원소 2, 5를 포함하는 $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 의 부분집합이다. 따라서 X 의 개수는 U 에서 원소 2, 5를 뺀 $\{1, 3, 4\}$ 의 부분집합의 개수와 같으므로 $2 \times 2 \times 2 = 8(\text{개})$ 이다.

3. 다음 중 공집합인 것은? [배점 4, 중중]

- ① $\{x|x \text{는 분모가 } 7 \text{인 기약분수}\}$
 ② $\{x|x \text{는 } 9 \text{의 배수 중 짝수}\}$
 ③ $\{x|x \text{는 } 11 \text{ 미만의 홀수}\}$
 ④ $\{x|x \text{는 } 1 < x \leq 2 \text{인 자연수}\}$
 ⑤ $\{x|x \text{는 } 1 \text{보다 작은 자연수}\}$

해설

- ① $\left\{\frac{1}{7}, \frac{2}{7}, \frac{3}{7}, \dots\right\}$
 ② $\{18, 36, 54, \dots\}$
 ③ $\{1, 3, 5, 7, 9\}$
 ④ $\{2\}$

4. 다음 중 공집합인 것은? [배점 4, 중중]

- ① $\{x|x \text{는 분모가 } 7 \text{인 기약분수}\}$
- ② $\{x|x \text{는 } 9 \text{의 배수 중 짝수}\}$
- ③ $\{x|x \text{는 } 11 \text{ 미만의 홀수}\}$
- ④ $\{x|1 < x \leq 2, x \text{는 자연수}\}$
- ⑤ $\{x|x \text{는 } 1 \text{보다 작은 자연수}\}$

해설

- ① $\left\{\frac{1}{7}, \frac{2}{7}, \frac{3}{7}, \dots\right\}$
- ② $\{18, 36, 54, \dots\}$
- ③ $\{1, 3, 5, 7, 9\}$
- ④ $\{2\}$

5. 두 집합 $A = \{2, 5, a+3\}$, $B = \{b-3, 5, 9\}$ 에 대하여 $A \subset B$, $B \subset A$ 일 때, $a+b$ 의 값을 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답 :

▶ 정답 : 11

해설

$A \subset B$ 이고, $B \subset A$ 이면 $A = B$ 이다.
 $A = B$ 이므로 $a+3 = 9$, $b-3 = 2$
 따라서 $a = 6$, $b = 5$
 $\therefore a+b = 11$

6. 두 집합 $A = \{0, 1\}$, $B = \{1, 2, 3\}$ 에 대하여 집합 $C = \{x | x = a \times b, a \in A, b \in B\}$ 이다. 이때, 집합 C 를 원소나열법으로 나타낸 것은? [배점 5, 중상]

- ① $\{0\}$
- ② $\{0, 1\}$
- ③ $\{0, 1, 2\}$
- ④ $\{0, 1, 2, 3\}$
- ⑤ $\{0, 1, 2, 3, 4\}$

해설

$0 \times 1 = 0, 0 \times 2 = 0, 0 \times 3 = 0, 1 \times 1 = 1, 1 \times 2 = 2, 1 \times 3 = 3$ 이므로 $C = \{0, 1, 2, 3\}$ 이다.

7. $U = \{x|0 \leq x < 15, x \text{는 자연수}\}$ 의 두 부분 집합 $A = \{x|x \text{는 } 12 \text{ 이하의 } 2 \text{의 배수}\}$, $B = \{2, 3, 5, 7, 11, 13\}$ 에 대하여 $n((A \cap B^c) \cup (B \cap A^c))$ 을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 10

해설

$A = \{2, 4, 6, 8, 10, 12\}$, $B = \{2, 3, 5, 7, 11, 13\}$ 이므로
 $n((A \cap B^c) \cup (B \cap A^c))$
 $= n((A - B) \cup (B - A))$
 $= n(\{3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13\}) = 10$ 이다.

8. 지윤이네 학교 학생 170 명 중 A 문제를 푼 학생이 80 명, B 문제를 푼 학생이 90명, A 문제와 B 문제를 모두 푼 학생이 15 명일 때, A 문제와 B 문제 중 어느 것도 풀지 못한 학생은 몇 명인가? [배점 5, 중상]

- ① 10 명 ② 12 명 ③ 14 명
 ④ 15 명 ⑤ 16 명

해설

전체집합을 U , A 문제를 푼 학생들의 집합을 A , B 문제를 푼 학생들의 집합을 B 라고 하면

$$n(U) = 170$$

$$n(A) = 80, n(B) = 90, n(A \cap B) = 15$$

$$\begin{aligned} n(A \cup B) &= n(A) + n(B) - n(A \cap B) \\ &= 80 + 90 - 15 \\ &= 155 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} n((A \cup B)^c) &= n(U) - n(A \cup B) \\ &= 170 - 155 \\ &= 15 \end{aligned}$$

9. 전체집합 $U = \{x \mid x \text{는 } 20 \text{ 이하의 자연수}\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $n(U) = 50, n(A \cup B) = 38, n(A \cap B) = 9, n(B - A) = 16$ 일 때, $n((A - B)^c)$ 을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : $n((A - B)^c) = 37$

해설

$$\begin{aligned} n(A - B) &= n(A \cup B) - n(A \cap B) - n(B - A) \\ &= 38 - 9 - 16 \\ &= 13 \\ n((A - B)^c) &= n(U) - n(A - B) = 50 - 13 = 37 \end{aligned}$$

10. 집합 $S = \{x \mid x \text{는 자연수}\}$ 의 부분집합 $A = \{x \mid x \in A \text{이면 } 5 - x \in A\}$ 가 있다. 집합 A 의 개수를 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 3 개

해설

자연수 전체집합의 부분집합인 A 가

$A = \{x \mid x \in A \text{이면 } 5 - x \in A\}$ 라는 조건을 가질 때,

집합 A 의 원소가 될 수 있는 자연수는 1, 2, 3, 4 이다.

조건을 이용하면 1 과 4, 2 와 3 은 반드시 동시에 원소가 되어야 하므로

집합 A 는 $\{1, 4\}$, $\{2, 3\}$, $\{1, 2, 3, 4\}$ 의 3 개의 경우가 가능하다.

11. 전체집합 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 의 두 부분집합 $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{4, 5, 6\}$ 에 대하여 $B \cap X = B$, $(A - B) \cap X = \{1, 3\}$ 을 만족하는 U 의 부분집합 X 의 개수를 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답:

▷ 정답: 2 개

해설

$U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$,
 $A = \{1, 2, 3, 4\}$,
 $B = \{4, 5, 6\}$ 이고,
 $B \cap X = B \Rightarrow B \subset X$,
 $(A - B) \cap X = \{1, 3\} \rightarrow \{1, 2, 3\} \cap X = \{1, 3\}$
 이므로
 X 는 원소 1, 3, 4, 5, 6 을 반드시 포함하는 집합 U 의 부분집합이다.
 따라서 집합 X 의 개수는 $2^{6-5} = 2$ (개)

12. 집합 $A = \{x | x \text{는 } 20 \text{보다 작은 } 2 \text{의 배수}\}$, $B = \{x | x \text{는 } 20 \text{보다 작은 } 4 \text{의 배수}\}$ 가 있다.
 이 때, $X - A = \emptyset$, $X \cap B = \emptyset$ 를 만족하는 집합 X 의 개수를 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답:

▷ 정답: 32 개

해설

$A = \{x | x \text{는 } 20 \text{보다 작은 } 2 \text{의 배수}\}$
 $= \{2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18\}$
 $B = \{x | x \text{는 } 20 \text{보다 작은 } 4 \text{의 배수}\}$
 $= \{4, 8, 12, 16\}$
 $X - A = \emptyset \Rightarrow X \subset A$, $X \cap B = \emptyset \rightarrow$ 집합 X 는 원소 4, 8, 12, 16 을 반드시 포함하지 않는다.
 따라서 집합 X 의 개수는 $2^{9-4} = 32$ (개)

13. 원소의 개수가 40 개인 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $n(A \cap B) = k$ 라고 할 때, $n(A) = n(A^c) = 5k$, $n(B - A) = 3k$ 이다. 이 때 $n(A^c \cap B^c)$ 의 값을 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답:

▷ 정답: 8

해설

$n(A) = n(A^c) = 5k \rightarrow n(U) = 40$ 이므로 $10k = 40$, $k = 4$ 이고,
 $n(A) = 20$, $n(B - A) = 12$ 이므로 $n(A \cup B) = 32$
 $\therefore n(A^c \cap B^c) = n((A \cup B)^c) = n(U) - n(A \cup B) = 40 - 32 = 8$

14. 다음 중 옳은 것은?

[배점 6, 상중]

- ① $n(\{0, 1, 2\}) = 2$
- ② $n(\{x|x \text{는 } 4\text{의 약수}\}) = 4$
- ③ $n(\{1, 2, 3\}) - n(\{1, 2\}) = 3$
- ④ $n(\{x|x \text{는 } 10\text{보다 작은 자연수}\}) = 10$
- ⑤ $n(\{\emptyset\}) = 1$

해설

- ① $n(\{0, 1, 2\}) = 3$
- ② $n(\{x|x \text{는 } 4\text{의 약수}\}) = n(\{1, 2, 4\}) = 3$
- ③ $n(\{1, 2, 3\}) - n(\{1, 2\}) = 3 - 2 = 1$
- ④ $n(\{x|x \text{는 } 10\text{보다 작은 자연수}\})$
 $= n(\{1, 2, \dots, 9\}) = 9$

15. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?

[배점 6, 상중]

- ① $n(\emptyset) = 1$
- ② $n(\{2, 4, 6\} - \{4, 6, 8\}) = 2$
- ③ $n(\{1234\} - \{1, 2, 3, 4\}) = 1$
- ④ $n(A) < n(B)$ 이면 $A \subset B$
- ⑤ $\emptyset \subset \{\emptyset\}$

해설

- ①, 0
- ②, 1