

단원 형성 평가

1. 다음 보기는 소설책들의 제목이다. 이 제목들에 들어 있는 자음의 모임을 집합 A , 모음의 모임을 집합 B 라고 할 때, $n(A)$, $n(B)$ 를 구하여라.

보기

봄봄, 바람과 함께 사라지다, 무궁화 꽃이 피었습니다, 삼국지, 어린 왕자

[배점 3, 중하]

▶ 답:

▶ 답:

▶ 정답: $n(A) = 14$

▶ 정답: $n(B) = 8$

해설

$A = \{\text{ㄱ, ㄴ, ㄷ, ㄹ, ㅁ, ㅂ, ㅅ, ㅇ, ㅈ, ㅊ, ㅋ, ㆁ, ㅅ, ㅆ}\}$

$B = \{\text{ㅏ, ㅑ, ㅓ, ㅕ, ㅗ, ㅛ, ㅜ, ㅠ}\}$

2. 집합 $A = \{x | x \text{는 } 32 \text{의 약수}\}$ 일 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2개) [배점 3, 중하]

① $\emptyset \subset A$

② $16 \notin A$

③ A 는 무한집합이다.

④ $n(A) = 5$

⑤ $\{x | x \text{는 } 8 \text{의 약수}\} \subset A$

해설

$A = \{1, 2, 4, 8, 16, 32\}$

① $\emptyset$ 는 모든 집합의 부분집합

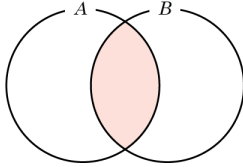
② $16 \in A$

③ A 는 유한집합

④ $n(A) = 6$

⑤ $\{x | x \text{는 } 8 \text{의 약수}\} = \{1, 2, 4, 8\} \subset A$

3. 두 집합 $A = \{x|x \text{는 } 5 \text{의 배수}\}, B = \{x|x \text{는 } 75 \text{의 약수}\}$ 에 대하여 다음 벤 다이어그램으로 나타낼 때, 색칠한 부분에 해당하는 원소가 아닌 것은?

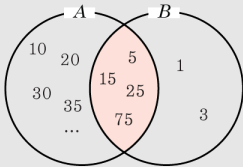


[배점 3, 중하]

- ① 5 ② 10 ③ 15 ④ 25 ⑤ 75

해설

$A = \{x|x \text{는 } 5 \text{의 배수}\} = \{5, 10, 15, 20, \dots\}, B = \{x|x \text{는 } 75 \text{의 약수}\} = \{1, 3, 5, 15, 25, 75\}$ 이므로 두 집합 A, B 를 벤 다이어그램으로 나타내면 다음과 같다.



따라서 색칠한 부분에 해당하는 원소는 5, 15, 25, 75이다.

4. 집합 $A = \{0, 2, \{4\}, \{6, 8\}, \emptyset\}$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은? [배점 4, 중중]

- ① $\emptyset \in A$ ② $\{0, 2, \{4\}\} \subset A$
 ③ $n(A) = 5$ ④ $\{4\} \subset A$
 ⑤ $\{6, 8\} \in A$

해설

- ④ $\{4\} \in A$

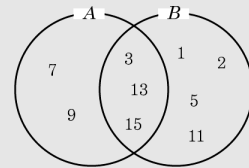
5. 집합 A, B 에 대하여 $A = \{3, 7, 9, 13, 15\}, A \cap B = \{3, 13, 15\}, A \cup B = \{1, 2, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15\}$ 일 때, $n(B)$ 의 값을 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답:

▷ 정답: 7

해설

$A = \{3, 7, 9, 13, 15\}, A \cap B = \{3, 13, 15\}, A \cup B = \{1, 2, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15\}$ 이므로 벤 다이어그램을 그려보면 다음과 같다.



그러므로 $B = \{1, 2, 3, 5, 11, 13, 15\}$ 이고, 집합 B 의 원소의 개수는 7개이다.

6. 두 집합 C, D 에 대하여 $n(C) = 12$, $n(D) = 8$
 $n(C \cap D) = 4$ 일 때, $n(C \cup D)$ 는? [배점 4, 중중]

① 15 ② 16 ③ 17 ④ 18 ⑤ 19

해설

$$\begin{aligned} n(C \cup D) &= n(C) + n(D) - n(C \cap D) \\ &= 12 + 8 - 4 = 16 \end{aligned}$$

7. 두 집합 $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 4 \text{의 약수}\}$
 에 대하여 $A \times B = \{a \times b \mid a \in A, b \in B\}$ 일 때,
 $n(A \times B)$ 를 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

$$\begin{aligned} A &= \{1, 2, 3\}, B = \{1, 2, 4\} \\ 1 \times 1 &= 1, 1 \times 2 = 2, 1 \times 4 = 4, 2 \times 1 = 2, 2 \times 2 = 4, \\ 2 \times 4 &= 8, 3 \times 1 = 3, 3 \times 2 = 6, 3 \times 4 = 12 \\ \text{이므로} \\ A \times B &= \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12\} \\ \therefore n(A \times B) &= 7 \end{aligned}$$

8. 두 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 6 \text{의 약수}\}$, $B = \{1, 2, a\}$ 에
 대하여 $B \subset A$ 를 만족하는 a 의 값을 모두 구하여라.
 [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

▷ 정답 : 6

해설

$$\begin{aligned} A &= \{1, 2, 3, 6\} \\ B \subset A \text{ 이므로 } a &\in A \\ \therefore a &= 3 \text{ 또는 } a = 6 \end{aligned}$$

9. 두 집합 $A = \{2, 2a, a+4\}$, $B = \{2, 10, b\}$ 에 대하여,
 $A = B$ 일 때, 가능한 a, b 의 값을 모두 구하여라.
 [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 5, b = 9$

▷ 정답 : $a = 6, b = 12$

해설

$$\begin{aligned} A &= B \text{ 이고 } 10 \in B \text{ 이므로 } 10 \in A \\ 2a &= 10 \text{ 또는 } a + 4 = 10 \\ \text{(i) } 2a &= 10 \text{ 일 때, } a = 5 \text{ 이므로} \\ A &= \{2, 9, 10\}, B = \{2, 10, b\} \quad \therefore b = 9 \\ \text{(ii) } a + 4 &= 10 \text{ 일 때, } a = 6 \text{ 이므로} \\ A &= \{2, 10, 12\}, B = \{2, 10, b\} \quad \therefore b = 12 \\ \text{따라서 가능한 } a, b \text{의 값은} \\ a &= 5, b = 9 \text{ 또는 } a = 6, b = 12 \text{ 이다.} \end{aligned}$$

10. 진수네 반에서 동생이 있는 학생은 모두 25 명이다. 이 중에서 남동생이 있는 학생이 18 명, 여동생이 있는 학생이 15 명이었다. 남동생과 여동생이 모두 있는 학생은 몇 명인지 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 8명

해설

남동생과 여동생이 있는 집합을 각각 A, B 라 하면

$$n(A) = 18, n(B) = 15, n(A \cup B) = 25$$

$$n(A \cap B) = 18 + 15 - 25 = 8$$

11. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 가 다음을 만족할 때, $n(A) - n(B)$ 의 값을 구하여라.

보기

$$A \cup B = \{b, c, d, e, f, g, i\}$$

$$A^c \cap B = \{b, f\}$$

$$A^c \cup B^c = \{a, b, c, f, g, h, i\}$$

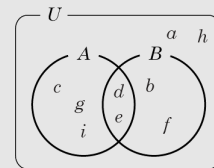
[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 1

해설

주어진 조건을 벤 다이어그램에 나타내면 다음과 같다.



$$A = \{c, d, e, g, i\}, B = \{b, d, e, f\}$$

$$\therefore n(A) - n(B) = 5 - 4 = 1$$

12. 집합 $S = \{x \mid x \text{는 자연수}\}$ 의 부분집합 $A = \{x \mid x \in A \text{이면 } 5 - x \in A\}$ 가 있다. 집합 A 의 개수를 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 3개

해설

자연수 전체집합의 부분집합인 A 가 $A = \{x \mid x \in A \text{이면 } 5 - x \in A\}$ 라는 조건을 가질 때,
집합 A 의 원소가 될 수 있는 자연수는 1, 2, 3, 4이다.
조건을 이용하면 1과 4, 2와 3은 반드시 동시에 원소가 되어야 하므로
집합 A 는 $\{1, 4\}$, $\{2, 3\}$, $\{1, 2, 3, 4\}$ 의 3개의 경우가 가능하다.

13. 세 집합 A, B, C 가 $n(A) = 7, n(B) = 5, n(C) = 4, n(A - B) = 5, n(B - C) = 4, n(C - A) = 4$ 일 때, $n(A \cup B \cup C)$ 를 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 13

해설

$$\begin{aligned} n(A - B) &= n(A) - n(A \cap B) = 5 \rightarrow n(A \cap B) = 2 \\ , \\ n(B - C) &= n(B) - n(B \cap C) = 4 \rightarrow n(B \cap C) = 1 \\ , \\ n(C - A) &= n(C) - n(C \cap A) = 4 \rightarrow n(C \cap A) = 0 \\ , \\ n(C \cap A) &= 0 \rightarrow n(A \cap B \cap C) = 0 \\ \therefore n(A \cup B \cup C) &= n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(B \cap C) \\ &\quad - n(C \cap A) + n(A \cap B \cap C) \\ &= 7 + 5 + 4 - 2 - 1 - 0 + 0 = 13 \end{aligned}$$

14. 전체집합 U 의 공집합이 아닌 세 부분집합 A, B, C 에 대하여 $n(A) = n(C)$ 이고, $(A \cap B^c) \cup (B \cap C^c) = \emptyset$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은? [배점 5, 상하]

- ① $n(A - C) = 0$
- ② $\frac{n(C)}{n(A)} \times n(B) = n(C)$
- ③ $n(A \cap C) = n(B)$
- ④ $\frac{n(A) + n(C)}{2} = n(B)$
- ⑤ $n((A \cap C) - B) = n(A \cup B \cup C)$

해설

$(A \cap B^c) \cup (B \cap C^c) = \emptyset$ 이면 $A - B = \emptyset$, $B - C = \emptyset$ 이므로 $A \subset B$, $B \subset C$

또, $n(A) = n(C)$, $A \subset C$ 이므로 $A = C$
따라서 $A = B = C$

- ① $n(A - C) = 0 \rightarrow A = C$ 이므로 옳다.
- ② $\frac{n(C)}{n(A)} \times n(B) = n(C) \rightarrow 1 \times n(B) = n(C)$
이므로 옳다.
- ③ $n(A \cap C) = n(B) \rightarrow$ 옳다.
- ④ $\frac{n(A) + n(C)}{2} = n(B) \rightarrow$ 옳다.
- ⑤ $n((A \cap C) - B) = n(A \cup B \cup C) \rightarrow n((A \cap C) - B) = 0$ 이므로 옳지 않다.

15. 다음 중 옳지 않은 것은? [배점 6, 상중]

- ① $A = \{x \mid x \text{는 } 9 \text{의 약수}\}$ 일 때, $n(A) = 3$
- ② $A \subset B$ 이면 $n(A \cap B) = n(B)$
- ③ $n(\{2, 3, 5\}) - n(\{10, 11, 12\}) = 0$
- ④ $A = \{1, 2, 4\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 5 \text{보다 작은 자연수}\}$ 일 때, $x \in A$ 이면 $x \in B$ 이다.
- ⑤ $\emptyset \in \{\emptyset\}$

해설

$A \subset B$ 이면 $n(A \cap B) = n(A)$
또는 $A \supset B$ 이면 $n(A \cap B) = n(B)$