

단원 형성 평가

1. 48에 가장 작은 자연수를 곱하여 어떤 자연수의 제곱이 되게 하려고 한다. 이때, 곱하여야 할 가장 작은 자연수를 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 3

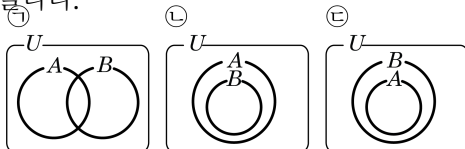
해설

48을 소인수분해하면 다음과 같다.

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 48} \\ 2 \overline{) 24} \\ 2 \overline{) 12} \\ 2 \overline{) 6} \\ 3 \end{array}$$

$48 = 2^4 \times 3$ 이므로 $2^4 \times 3 \times \square$ 가 어떤 자연수의 제곱이 되기 위한 $\square$ 의 값 중에서 가장 작은 자연수는 3이다.

2. 다음 벤 다이어그램 중 $B^c \subset A^c$ 인 관계를 만족하는 것을 골라라.



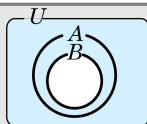
[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : C

해설

B일 때, 벤 다이어그램을 그리면 $B^c \subset A^c$ 이다.



3. 집합 $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ 의 부분집합 중 원소가 2개인 집합은 a 개이고, 원소가 5개인 집합은 b 개이다. 이때, $a + b$ 의 값을 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답 :

▶ 정답 : 42

해설

집합 A 의 원소 2개를 짝짓는 방법은

$\{1, 2\}, \{1, 3\}, \{1, 4\}, \{1, 5\}, \{1, 6\}, \{1, 7\},$
 $\{2, 3\}, \{2, 4\}, \{2, 5\}, \{2, 6\}, \{2, 7\},$
 $\{3, 4\}, \{3, 5\}, \{3, 6\}, \{3, 7\}$
 $\{4, 5\}, \{4, 6\}, \{4, 7\}$
 $\{5, 6\}, \{5, 7\},$
 $\{6, 7\}$

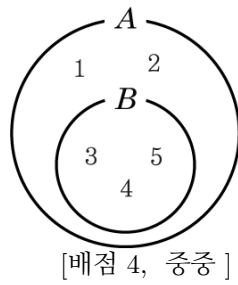
따라서, 원소가 2개인 부분집합의 개수는

$6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 21$ (개)이다.

집합 A 의 부분집합 중 원소가 5개인 집합은 원소 2개를 짝짓고 남은 5개의 원소를 원소로 갖는 집합이므로 원소가 2개인 부분집합의 개수와 같은 개수의 부분집합이 만들어진다. 즉 21개가 된다.

$a = 21, b = 21$ 이므로 $a + b = 42$

4. 두 집합 A, B 가 다음 벤 다이어그램과 같을 때, 옳지 않은 것은?



- ① $5 \in A$
 ② $4 \in A$
 ③ $\{3, 4\} \in A$
 ④ $\{3\} \subset B$
 ⑤ $\{1, 2, 3, 4, 5\} \subset A$

해설

- ③ $\{3, 4\} \subset A$

5. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $n(U) = 40, n(A) = 18, n(A \cap B^c) = 10, n(B) = 19$ 일 때, $n(B \cap A^c)$ 은? [배점 4, 중중]

- ① 8 ② 9 ③ 10 ④ 11 ⑤ 12

해설

$n(A) = 18, n(A - B) = 10$ 이므로 $n(A \cap B) = 8$ 이다.

$n(B \cap A^c) = n(B - A) = n(B) - n(A \cap B) = 19 - 8 = 11$ 이다.

6. 집합 $A = \{2, 4, 6, 8\}$ 의 부분집합을 B 라고 할 때, $n(B) = 2$ 인 집합 B 의 개수를 구하여라.

[배점 5, 중상]

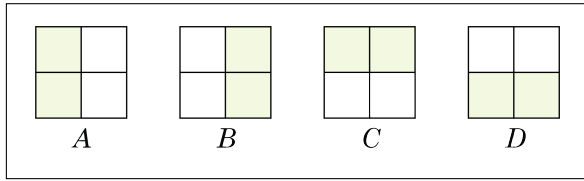
▶ 답:

▷ 정답: 6개

해설

원소가 2 개인 집합 A 의 부분집합은 $\{2, 4\}, \{2, 6\}, \{2, 8\}, \{4, 6\}, \{4, 8\}, \{6, 8\}$ 이므로 모두 6 개 이다.

7. 다음 그림은 각각의 집합을 도형으로 나타낸 것이다.



다음 그림을 위의 집합 A, B, C, D 와 연산 기호를 사용하여 옳게 표현한 것은?



[배점 5, 중상]

- ① $(A \cup B) - (A \cap B)$
- ② $(D \cup C) - (B \cap C)$
- ③ $(A \cup D) - (A \cap D)$
- ④ $(A - C) \cup (C - B)$
- ⑤ $(A - D) \cup (B - A)$

해설

$$(A \cup D) - (A \cap D)$$

8. A 반 학생 60 명 중에서 수학을 좋아하는 학생은 33 명, 영어를 좋아하는 학생은 30 명이고, 수학과 영어 중 한 과목만 좋아하는 학생은 29 명이라고 한다. 이때, 수학과 영어도 모두 싫어하는 학생은 몇 명인지 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 14 명

해설

$$\begin{aligned} &(\text{수학을 좋아하는 학생의 집합}) : n(A) = 33, \\ &(\text{영어를 좋아하는 학생의 집합}) : n(B) = 30 \\ &n(A \cup B) - n(A \cap B) = 29, \\ &n(A \cap B) = (33 + 30 - 29) \div 2 = 17, \\ &n(A \cup B) = 46, \\ &n(U) - n(A \cup B) = 14 \text{ (명)} \end{aligned}$$

9. 두 집합

$$A = \{x \mid x \text{는 } 100 \text{ 이상 } 250 \text{ 이하 } 12\text{의 배수}\},$$

$$B = \{x \mid x \text{는 } 100 \text{ 보다 작은 } 4\text{의 배수}\} \text{ 일 때,}$$

$n(B) - n(A)$ 를 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 12

해설

$$n(A) = 12, \quad n(B) = 24$$

$$n(B) - n(A) = 24 - 12 = 12$$

10. 전체집합 $U = \{a, b, c, d, e\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $(A \cap B)^c = \{a, b, c\}$, $(A - B) \cap (A \cup B^c) = \{c\}$ 일 때, $n(A - B)$ 의 값을 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 1

해설

$U = \{a, b, c, d, e\}$ 이고 $(A \cap B)^c = \{a, b, c\}$ 이므로

$$A \cap B = \{b, d\},$$

$$(A - B) \cap (A \cup B^c)$$

$$= (A - B) \cap (A^c \cap B)^c$$

$$= (A - B) - (B - A)$$

$$= A - B$$

$$= \{c\}$$

$$\therefore n(A - B) = 1$$

12. 원소의 개수가 40 개인 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $n(A \cap B) = k$ 라고 할 때, $n(A) = n(A^c) = 5k$, $n(B - A) = 3k$ 이다. 이 때 $n(A^c \cap B^c)$ 의 값을 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 8

해설

$$n(A) = n(A^c) = 5k \rightarrow n(U) = 40 \text{ 이므로 } 10k = 40, k = 4 \text{ 이고,}$$

$$n(A) = 20, n(B - A) = 12 \text{ 이므로 } n(A \cup B) = 32$$

$$\therefore n(A^c \cap B^c) = n((A \cup B)^c) = n(U) - n(A \cup B) = 40 - 32 = 8$$

11. 자연수 k 에 대하여 집합 $A_k = \{x | k < x \leq 20k \text{인 자연수}\}$ 일 때, $n(A_1 \cap A_2 \cap A_3 \cdots \cap A_{10})$ 의 값을 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 10

해설

$$A_1 = \{2, 3, \dots, 20\}$$

$$A_2 = \{3, 4, \dots, 40\}$$

$$A_3 = \{4, 5, \dots, 60\}$$

$\vdots$

$$A_{10} = \{11, 12, 13, \dots, 200\}$$

$$A_1 \cap A_2 \cap \cdots \cap A_{10} = \{11, 12, \dots, 20\}$$

$$\therefore n(A_1 \cap A_2 \cap \cdots \cap A_{10}) = 10$$

13. 전체집합 U 의 공집합이 아닌 세 부분집합 A, B, C 에 대하여 $n(A) = n(C)$ 이고, $(A \cap B^c) \cup (B \cap C^c) = \emptyset$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은? [배점 5, 상하]

- ① $n(A - C) = 0$
- ② $\frac{n(C)}{n(A)} \times n(B) = n(C)$
- ③ $n(A \cap C) = n(B)$
- ④ $\frac{n(A) + n(C)}{2} = n(B)$
- ⑤ $n((A \cap C) - B) = n(A \cup B \cup C)$

해설

$(A \cap B^c) \cup (B \cap C^c) = \emptyset$ 이면 $A - B = \emptyset$, $B - C = \emptyset$ 이므로 $A \subset B$, $B \subset C$

또, $n(A) = n(C)$, $A \subset C$ 이므로 $A = C$
따라서 $A = B = C$

- ① $n(A - C) = 0 \rightarrow A = C$ 이므로 옳다.
- ② $\frac{n(C)}{n(A)} \times n(B) = n(C) \rightarrow 1 \times n(B) = n(C)$ 이므로 옳다.
- ③ $n(A \cap C) = n(B) \rightarrow$ 옳다.
- ④ $\frac{n(A) + n(C)}{2} = n(B) \rightarrow$ 옳다.
- ⑤ $n((A \cap C) - B) = n(A \cup B \cup C) \rightarrow n((A \cap C) - B) = 0$ 이므로 옳지 않다.

14. 전체집합 $U = \{x | x \text{는 } 20 \text{ 이하의 소수}\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여

$A = \{x | x \leq 7, x \in U\}$ 일 때, $n(A \cap B) = 3$ 을 만족하는 집합 B 의 개수를 구하여라. [배점 6, 상중]

▶ 답:

▶ 정답: 64 개

해설

$U = \{x | x \text{는 } 20 \text{ 이하의 소수}\} = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19\}$,

$A = \{x | x \leq 7, x \in U\} = \{2, 3, 5, 7\}$,

$n(A \cap B) = 3 \rightarrow$ 집합 B 는 $\{2, 3, 5, 7\}$ 중에 세 수를 포함하고 나머지 하나는 반드시 포함하지 않는 U 의 부분집합이다.

- (1) 2, 3, 5 는 반드시 포함하고, 7 은 반드시 포함하지 않는 부분집합의 개수는 $2^{8-3-1} = 16$ (개)
 - (2) 2, 3, 7 은 반드시 포함하고, 5 는 반드시 포함하지 않는 부분집합의 개수는 $2^{8-3-1} = 16$ (개)
 - (3) 2, 5, 7 은 반드시 포함하고, 3 은 반드시 포함하지 않는 부분집합의 개수는 $2^{8-3-1} = 16$ (개)
 - (4) 3, 5, 7 은 반드시 포함하고, 2 는 반드시 포함하지 않는 부분집합의 개수는 $2^{8-3-1} = 16$ (개)
- 따라서 집합 B 의 개수는 $16 \times 4 = 64$ (개)

15. $A = \{1, a, 5\}, B = \{a + 1, 5, 7\}$ 이고 $A - B = \{1, 3\}$ 일 때, $B \cap A^c$ 은? [배점 6, 상중]

- ① $\{4\}$ ② $\{7\}$ ③ $\{4, 7\}$
④ $\{3, 7\}$ ⑤ $\{2, 3, 7\}$

해설

$A - B = \{1, 3\}$ 이므로 $a = 3$ 이다. 따라서 $A = \{1, 3, 5\}, B = \{4, 5, 7\}$ 이고 $B \cap A^c = B - A = \{4, 7\}$ 이다.