

단원 종합 평가

1. 학생 35명 중에서 인라인 스케이트 인터넷 동호회에 가입한 학생은 20명, 댄스 스포츠 인터넷 동호회에 가입한 학생은 17명, 두 곳 모두 가입하지 않은 학생이 8명이다. 이때 인라인 스케이트나 댄스 스포츠 인터넷 동호회에 가입한 학생 수를 구하여라.

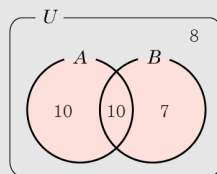
[배점 2, 하중]

▶ 답:

▶ 정답: 27명

해설

주어진 문제를 벤 다이어그램을 활용하여 해결할 수 있다. 벤 다이어그램의 각 영역에 해당하는 학생의 수를 기입하면 다음과 같다.



2. 현수는 매일 집에서 수학과 논술 교육방송을 듣는데, 하루에 과목별로 한 편 이상 들을 수가 없다. 그리고 일주일 동안 수학 교육방송은 6번 듣고, 논술 교육방송은 4번 듣는다. 현수가 일주일에 수학과 논술 두 과목의 교육방송을 모두 듣는 날은 며칠인지 구하여라.

[배점 2, 하중]

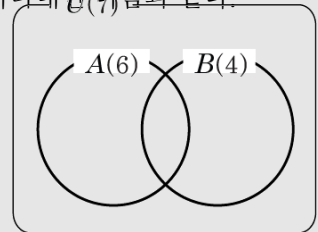
▶ 답:

▶ 정답: 3일

해설

수학 교육방송을 듣는 날을 집합 A, 논술 교육방송을 듣는 날을 집합 B라고 할 때, 주어진 조건을 벤 다이어그램으로 나타내면 다음과 같다.

교육방송을 듣는 날은 문제에 주어진 조건에 의하면 7일이고, 수학과 논술 두 과목의 교육방송을



모두 듣는 날은 $A \cap B$ 으로 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} n(A \cap B) &= n(A) + n(B) - n(A \cup B) \\ &= 6 + 4 - 7 \\ &= 3(\text{일}) \end{aligned}$$

따라서 일주일에 수학과 논술 두 과목의 교육방송을 모두 듣는 날은 3일이다.

3. 어느 반의 시간표에서 화요일에 들어있는 과목은 모두 6과목, 금요일에 들어있는 과목은 모두 5과목, 화요일이나 금요일에 들어있는 과목이 9과목이다. 이 반의 화요일과 금요일에 공통으로 들어있는 과목은 몇 과목인지 구하여라. [배점 2, 하중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 2과목

해설

화요일에 들어있는 과목의 집합을 A , 금요일에 들어있는 과목의 집합을 B 라고 하자. 화요일이나 금요일에 들어있는 과목의 집합은 $A \cup B$ 이고, $n(A \cup B) = 9$ 이다.

화요일과 금요일에 공통으로 들어있는 과목의 집합은 $A \cap B$ 이다.

$$\begin{aligned} n(A \cap B) &= n(A) + n(B) - n(A \cup B) \\ &= 6 + 5 - 9 \\ &= 2(\text{과목}) \end{aligned}$$

따라서 화요일 금요일 공통으로 들어있는 과목은 2과목이다.

4. 두 집합이 서로 같지 않은 것은? [배점 3, 하상]

① $A = \{1, 2, 3\}, B = \{2, 3, 1\}$

② $A = \{2, 4, 6, 8\}, B = \{x | x \text{는 } 8 \text{ 이하의 짝수}\}$

③ $A = \{a, b, c\}, B = \{c, b, a\}$

④ $A = \{x | x \text{는 } 5 \text{ 이하의 홀수}\}, B = \{x | x \text{는 } 6 \text{ 이하의 홀수}\}$

⑤ $A = \{3, 6, 9, 12\}, B = \{x | x \text{는 } 3 \text{의 배수}\}$

해설

⑤ $B = \{3, 6, 9, 12, \dots\} \neq A$

5. 세 집합 A, B, C 에 대하여

$A = \{13, 15, 17, 19\}, B = \{x | x \text{는 } 12 \text{ 이상 } 20 \text{ 이하의 홀수}\},$

$C = \{x | x \text{는 } 13 \text{보다 크고 } 21 \text{보다 작은 홀수}\}$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은? [배점 3, 하상]

① $A \subset B$ ② $A \not\subset C$ ③ $B \subset A$

④ $B \subset C$ ⑤ $C \subset B$

해설

$C \subset A = B$

6. 두 집합 $A = \{a+1, 4, 5\}$, $B = \{a, 3, 5\}$ 에 대하여 $A \cap B = \{3, 5\}$ 일 때, a 의 값은? [배점 3, 하상]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$3 \in A$ 이므로 $a+1=3$
 $\therefore a=2$

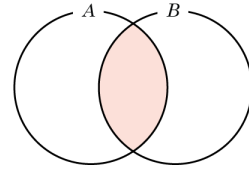
7. 1 부터 20 까지의 자연수 중 2 의 배수이지만 3 의 배수가 아닌 수의 개수는? [배점 3, 하상]

① 5 개 ② 6 개 ③ 7 개
 ④ 8 개 ⑤ 10 개

해설

$n(A) = 10, n(B) = 6, n(A \cap B) = 3$ 이다.
 따라서 $n(A - B) = n(A) - n(A \cap B) = 10 - 3 = 7$

8. 두 집합 $A = \{x|x \text{는 } 5 \text{의 배수}\}$, $B = \{x|x \text{는 } 75 \text{의 약수}\}$ 에 대하여 다음 벤 다이어그램으로 나타낼 때, 색칠한 부분에 해당하는 원소가 아닌 것은?

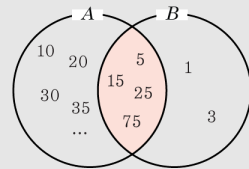


[배점 3, 중하]

① 5 ② 10 ③ 15 ④ 25 ⑤ 75

해설

$A = \{x|x \text{는 } 5 \text{의 배수}\} = \{5, 10, 15, 20, \dots\}$, $B = \{x|x \text{는 } 75 \text{의 약수}\} = \{1, 3, 5, 15, 25, 75\}$ 이므로 두 집합 A, B 를 벤 다이어그램으로 나타내면 다음과 같다.



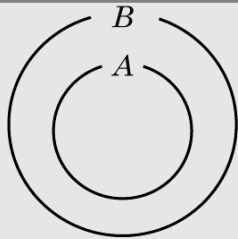
따라서 색칠한 부분에 해당하는 원소는 5, 15, 25, 75 이다.

9. 전체집합 U 의 공집합이 아닌 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A \cap B = A$ 일 때, 다음 중 항상 옳은 것은?
[배점 3, 중하]

- ① $A \cap B = \emptyset$ ② $A \cup B = U$
③ $B \subset A^c$ ④ $A - B = \emptyset$
⑤ $B \cap A^c = \emptyset$

해설

$= A$ 이면 집합 A, B 는 다음 벤 다이어그램과 같은 포함관계를 만족한다.



- ① $A \cap B = A$
② $A \cup B = B$
③ $B \not\subset A^c$
⑤ $B \cap A^c \neq \emptyset$

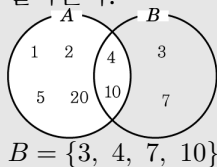
10. 두 집합 A, B 에 대하여 $A = \{x \mid x \text{는 } 20 \text{의 약수}\}$ 이고, $(A \cup B) \cap (A \cap B)^c = \{1, 2, 3, 5, 7, 20\}$ 일 때, 집합 B 를 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▶ 정답: $B = \{3, 4, 7, 10\}$

해설

벤 다이어그램을 그려서 $(A \cup B) \cap (A \cap B)^c$ 을 알아본다.



11. 집합 $A = \{0, 2, 4\}$, $B = \{0, 6, 9\}$ 일 때, 다음 중 옳은 것은?
[배점 3, 중하]

- ① $n(A) = 2$
② $n\{\emptyset\} = 0$
③ $n\{0, 2, 4\} - \{0, 6, 9\} = 2$
④ $n(A \cup B) = 6$
⑤ $n(A) + n(B) = 5$

해설

$$n(\{0, 2, 4\} - \{0, 6, 9\}) = n(\{2, 4\}) = 2$$

12. 집합 $A = \{x \mid x = 7 \times n - 4, n \text{은 자연수}\}$ 에 대하여 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2개)
[배점 4, 중중]

- ① $3 \notin A$ ② $4 \in A$ ③ $7 \notin A$
④ $10 \notin A$ ⑤ $17 \in A$

해설

$$A = \{3, 10, 17, \dots\}$$

- ① $3 \in A$
② $4 \notin A$
④ $10 \in A$

13. 다음 중 옳은 것은?

[배점 4, 중중]

- ① $n(\emptyset) = n(\{0\})$
- ② $n(\{1, 2, 4\}) - n(\{1, 4\}) = 2$
- ③ $n(\{4\}) = 4$
- ④ $n(\{x | x \text{는 } 40 \text{ 이하의 짝수}\}) = 40$
- ⑤ $n(\{x | x \text{는 } 2 < x < 4 \text{인 홀수}\}) = 1$

해설

- ① $n(\emptyset) = 0, n(\{0\}) = 1$
- ② $n(\{1, 2, 4\}) - n(\{1, 4\}) = 3 - 2 = 1$
- ③ $n(\{4\}) = 1$
- ④ $n(\{2, 4, 6, \dots, 40\}) = 20$
- ⑤ $n(\{3\}) = 1$

14. 세 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 12 \text{의 약수}\}, B = \{x \mid x \text{는 } 12 \text{보다 작은 홀수}\}, C = \{x \mid x \text{는 } 12 \times x = 1 \text{을 만족하는 자연수}\}$ 에 대하여 $n(A) + n(B) + n(C)$ 를 구하여라.

[배점 4, 중중]

▶ 답:

▶ 정답: 12

해설

$A = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$ 이므로 $n(A) = 6$
 $B = \{1, 3, 5, 7, 9, 11\}$ 이므로 $n(B) = 6$
 $C = \{x \mid x \text{는 } 12 \times x = 1 \text{을 만족하는 자연수}\} = \emptyset$
 이므로 $n(C) = 0$
 $\therefore n(A) + n(B) + n(C) = 6 + 6 + 0 = 12$

15. 두 집합 $A = \{2a, a+6, 3a-1\}, B = \{2a+1, a+2, 8\}$ 에 대하여 $A \subset B, B \subset A$ 일 때, a 의 값을 구하여라.

[배점 5, 중상]

▶ 답:

▶ 정답: 2

해설

$A = B$ 이므로 $8 \in A$

$2a = 8$ 또는 $a + 6 = 8$ 또는 $3a - 1 = 8$

(i) $2a = 8$ 일 때, $a = 4$

$A = \{8, 10, 11\}, B = \{6, 8, 9\}$

$A \neq B$ 이므로 조건에 맞지 않는다.

(ii) $a + 6 = 8$ 일 때, $a = 2$

$A = \{4, 5, 8\}, B = \{4, 5, 8\}$

$A = B$ 이므로 조건에 적합.

(iii) $3a - 1 = 8$ 일 때, $a = 3$

$A = \{6, 8, 9\}, B = \{5, 7, 8\}$

$\therefore A \neq B$ 이므로 조건에 맞지 않는다.

(i), (ii), (iii)으로 부터 $a = 2$