

단원 종합 평가

1. 두 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 25 \text{ 미만의 } 5 \text{의 배수}\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 13 < x < 15 \text{인 홀수}\}$ 일 때, $n(A) - n(B)$ 의 값을 구하여라. [배점 3, 하상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 4

해설

$A = \{5, 10, 15, 20\}$, $B = \emptyset$ 이므로
 $n(A) - n(B) = 4 - 0 = 4$

2. 두 집합 $A = \{1, 2, a+1\}$, $B = \{1, b, 7\}$ 에 대하여 $A \subset B$ 이고, $B \subset A$ 이다. 이때, $a+b$ 의 값을 구하여라. [배점 3, 하상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 8

해설

$A = B$ 이므로 $b = 2$, $a+1 = 7$, $a = 6$
 $\therefore a+b = 8$

3. 다음 표는 혜교의 지난 중간고사와 기말고사 시험과목 일부와 그 점수이다. 다음 중 집합인 것을 모두 고르면? (정답 3 개)

과목	중간	기말
국어	80	85
수학	90	80
영어	85	100
과학	70	55
사회	95	80
미술	100	95
음악	95	100
체육	75	65
도덕	100	85
한문	55	70

[배점 3, 중하]

- ① 지난 중간고사 점수가 80점 이상인 과목
 ② 지난 기말고사 점수 중 지난 중간고사 점수보다 높은 과목
 ③ 기말고사 때 잘 본 과목
 ④ 기말고사 때 가장 못 본 과목
 ⑤ 중간고사와 기말고사의 평균이 좋은 과목

해설

- ③ '잘' 이라는 단어의 기준이 명확하지 않아서 집합이 아니다.
 ④ '못 본' 이라는 단어의 기준은 명확하지 않으나, '가장' 이라는 단어가 있기 때문에 그 기준이 확실하다. 따라서 집합이다.
 ⑤ '좋은' 이라는 단어의 기준이 명확하지 않아서 집합이 아니다.

4. 경주는 다음과 같은 내용이 기록된 파일을 각각 아래 컴퓨터 폴더에 분류하여 저장하려고 한다. 다음 파일이 들어갈 폴더를 찾아라.



- A 파일
〈100보다 작은 홀수의 모임〉
1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, ..., 99
- B 파일
〈1보다 크고 2보다 작은 분수의 모임〉
 $\frac{3}{2}, \frac{4}{3}, \frac{5}{4}, \dots$
- C 파일
〈2008 베이징 올림픽 채택 종목〉
수영, 역도, 마라톤, 레슬링, ...

[배점 3, 중하]

- ▶ 답 :
▶ 답 :
▶ 답 :

- ▷ 정답 : A 파일 : 유한집합 폴더
▷ 정답 : B 파일 : 무한집합 폴더
▷ 정답 : C 파일 : 유한집합 폴더

해설

A 파일 : 100보다 작은 홀수의 모임을 집합으로 나타내면 $\{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, \dots, 99\}$ 이므로 유한집합,

B 파일 : 1보다 크고 2보다 작은 분수의 모임을 집합으로 나타내면 $\left\{\frac{3}{2}, \frac{4}{3}, \frac{5}{4}, \dots\right\}$ 이므로 무한집합,

C 파일 : 2008 베이징 올림픽 채택 종목을 집합으로 나타내면 $\{\text{수영, 역도, 육상, 레슬링, } \dots, \text{마라톤}\}$ 이므로 유한집합이다.

따라서 무한집합 폴더에 들어갈 파일은 B 파일이고, 유한집합 폴더에 들어갈 파일은 A 파일과 C 파일이다.

5. 두 집합 A, B 에 대하여 $n(A) = 36, n(B) = 42, n(A \cup B) = 65$ 일 때, $n(A - B)$ 와 $n(B - A)$ 를 각각 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $n(A - B) = 23$

▷ 정답 : $n(B - A) = 29$

해설

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$65 = 36 + 42 - n(A \cap B)$$

$$n(A \cap B) = 13$$

$$n(A - B) = n(A) - n(A \cap B) = 36 - 13 = 23$$

$$n(B - A) = n(B) - n(A \cap B) = 42 - 13 = 29$$

6. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2개)

[배점 4, 중중]

① $n(\{2\}) < n(\{3\})$

② $A = \{1, 2, 3\}, B = \{1, 2\}$ 이면 $n(A) - n(B) = 3$ 이다.

③ $n(A) = 0$ 이면 $A = \emptyset$ 이다.

④ $n(\{50\}) - n(\{40\}) = 10$

⑤ $A = \{x \mid x \text{는 } 8 \text{의 약수}\}, B = \{x \mid x \text{는 } 9 \text{보다 작은 홀수}\}$ 이면 $n(A) = n(B)$ 이다.

해설

① $n(\{2\}) = n(\{3\}) = 1$

② $A = \{1, 2, 3\}, B = \{1, 2\}$ 이면
 $n(A) - n(B) = 3 - 2 = 1$ 이다.

④ $n(\{50\}) - n(\{40\}) = 1 - 1 = 0$

⑤ $A = \{1, 2, 4, 8\}, B = \{1, 3, 5, 7\}$ 이므로
 $n(A) = n(B) = 4$

7. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{보다 작은 짝수}\}$ 의 부분집합 중 원소 2, 8 을 반드시 포함하고 원소의 개수가 4 개인 부분집합의 원소의 합을 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답:

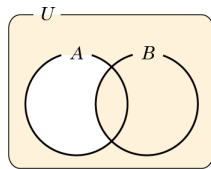
▷ 정답: 20

해설

$A = \{2, 4, 6, 8\}$ 에서 원소 2, 8 를 제외한 $\{4, 6\}$ 의 부분집합은 $\emptyset, \{4\}, \{6\}, \{4, 6\}$ 의 4 개가 있으므로, 원소 2, 8 을 반드시 포함하는 집합 A 의 부분집합은 $\{2, 8\}, \{2, 4, 8\}, \{2, 6, 8\}, \{2, 4, 6, 8\}$ 이다. 이 중 원소의 개수가 4 개인 것은 $\{2, 4, 6, 8\}$ 이므로 원소의 합은 $2 + 4 + 6 + 8 = 20$ 이다.

8. 전체집합 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여

$A = \{x | x \text{는 } 5 \text{ 이하의 홀수}\}, B = \{x | x \text{는 } 4 \text{의 약수}\}$ 일 때, 다음 벤 다이어그램에서 색칠된 부분을 나타내는 집합은?

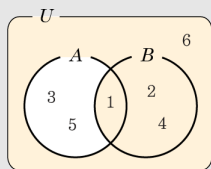


[배점 4, 중중]

- ① $\{1, 2, 4\}$ ② $\{1, 2, 6\}$
 ③ $\{1, 3, 6\}$ ④ $\{1, 2, 4, 6\}$
 ⑤ $\{1, 2, 5, 6\}$

해설

$A = \{1, 3, 5\}, B = \{1, 2, 4\}$ 이므로



색칠한 부분은 $\{1, 2, 4, 6\}$ 이다.

9. $A = \{1, 2, 4\}, B = \{2, a, a+1\}$ 이고 $A \cap B = \{2, 4\}$ 일 때 집합 B 의 원소의 합을 구하면?(정답2개) [배점 4, 중중]

- ① 9 ② 10 ③ 11 ④ 12 ⑤ 13

해설

$A \cap B = \{2, 4\}$ 이므로 $a = 4$ 이거나 $a+1 = 4$ 여야 한다.

i) $a = 4$ 일 때

$B = \{2, 4, 5\}$, 원소들의 합은 11

ii) $a+1 = 4$ 즉 $a = 3$ 일 때

$B = \{2, 3, 4\}$, 원소들의 합은 9

10. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $n(U) = 15, n(A - B) = 5, n(A) = 8, n(B^c) = 8$ 일 때, $n(B - A)$ 는? [배점 4, 중중]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$n(A - B) = 5, n(A) = 8$ 이므로 $n(A \cap B) = 3$ 이다.

$n(B^c) = 8$ 이므로 $n(B) = n(U) - n(B^c) = 15 - 8 = 7$ 이다.

따라서 $n(B - A) = n(B) - n(A \cap B) = 7 - 3 = 4$ 이다.

11. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } n \text{보다 큰 } 3 \text{의 배수}\}$ 에 대하여 $9 \notin A$ 이고 $12 \in A$ 를 만족하는 자연수 n 을 모두 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 9

▷ 정답: 10

▷ 정답: 11

해설

3의 배수 3, 6, 9, 12, ... 에서 9는 포함하지 않고 12는 포함하므로 $n = 9, 10, 11$ 이다.

12. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } a^2 \text{을 } 10 \text{으로 나눈 나머지, } a \text{는 자연수}\}$ 일 때, A 의 부분집합의 개수를 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 64개

해설

제곱수의 일의 자리를 살펴보면 1^2 은 1, 2^2 은 4, 3^2 은 9, 4^2 은 6, 5^2 은 5, 6^2 은 6, 7^2 은 9, 8^2 은 4, 9^2 은 1, 10^2 은 0, 11^2 은 1, ... 이므로 $A = \{0, 1, 4, 5, 6, 9\}$ 따라서 집합 A 의 부분집합의 개수는 $2^6 = 64$ (개)이다.

13. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $n(U) = 40$, $n(A \cap B) = 5$, $n(A^c \cap B^c) = 3$ 일 때, $n(A - B) + n(B - A)$ 의 값을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 32

해설

$$A^c \cap B^c = (A \cup B)^c$$

$$n(A \cup B) = n(U) - n((A \cup B)^c) = 40 - 3 = 37$$

$$n(A - B) + n(B - A)$$

$$= n(A \cup B) - n(A \cap B)$$

$$= 37 - 5 = 32$$

14. 세 집합 A, B, C 에 대하여 $n(A) = 12$, $n(B) = 10$, $n(C) = 9$, $n(A \cap B) = 4$, $n(B \cup C) = 15$, $A \cap C = \emptyset$ 일 때, $n(A \cup B \cup C)$ 의 값을 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답:

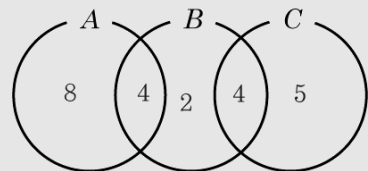
▷ 정답: 23

해설

$n(A) = 12$, $n(B) = 10$, $n(C) = 9$, $n(B \cup C) = 15$ 이므로

$$n(B \cap C) = 10 + 9 - 15 = 4$$

$A \cap C = \emptyset$ 이므로 벤 다이어그램을 그려보면



$$\therefore n(A \cup B \cup C) = 8 + 4 + 2 + 4 + 5 = 23$$

15. 전체집합 $U = \{x | x \text{는 } 25 \text{ 이하의 자연수}\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $n(A^c \cap B) = 10$, $n(B^c) = 10$, $n(A^c \cap B^c) = 3$ 일 때, $n(A - B)$ 의 값을 구하여라.

[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 7

해설 $n(U) = 25$ 이므로

$$n(B) = n(U) -$$

$$n(B^c) = 25 - 10 =$$

$$15$$

$$A^c \cap B = B - A \text{ 이}$$

므로

$$n(B - A) = n(A^c \cap B) = 10$$

$$n((A \cup B)^c) = n(A^c \cap B^c) = 3$$

벤 다이어그램에 각 부분의 원소의 개수를 적어보면 따라서 $n(A - B) = 25 - (5 + 10 + 3) = 7$ 이다.

