

단원 종합 평가

1. 두 집합 $A = \{x | x \text{는 } 6 \text{의 약수}\}$, $B = \{x | x \text{는 } 18 \text{의 약수}\}$ 에 대하여 다음 빈 칸에 알맞은 기호는?

$A \square B$

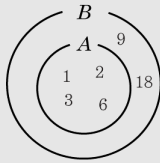
[배점 3, 중하]

- ① $\subset$ ② $\supset$ ③ $\in$ ④ $\ni$ ⑤ $=$

해설

$$A = \{1, 2, 3, 6\},$$

$$B = \{1, 2, 3, 6, 9, 18\}$$



2. 집합 $A = \{x | x \text{는 } 81 \text{의 약수}\}$ 의 부분집합의 개수를 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▶ 정답: 32개

해설

$$A = \{1, 3, 9, 27, 81\}$$

$$(\text{부분집합의 개수}) = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 32(\text{개})$$

3. 두 집합 $B = \{x | x \text{는 } 4 \text{의 배수}\}$, $A = \{x | x \text{는 } 8 \text{의 배수}\}$ 일 때, $A - B$ 를 구하여라.

[배점 3, 중하]

▶ 답:

▶ 정답: $\emptyset$

해설

$A \subset B$ 이므로 $A - B = \emptyset$ 이다.

4. 다음 중 옳지 않은 것을 모두 고르면?

[배점 4, 중중]

- ① $A = \emptyset$ 이면 $n(A) = 0$ 이다.
 ② $B \subset A$ 이면 $n(B) < n(A)$ 이다.
 ③ $A = B$ 이면 $n(A) = n(B)$ 이다.
 ④ $n(A) = n(B)$ 이면 $A = B$ 이다.
 ⑤ $A = \{0\}$ 이면 $n(A) = 0$ 이다.

해설

- ② $B \subset A$ 이면 $n(B) \leq n(A)$
 ④ $A = \{0\}$, $B = \{1\}$ 이면 $n(A) = n(B) = 1$ 이지만 $A \neq B$
 ⑤ $A = \{0\}$ 이면 $n(A) = 1$

5. 두 집합 $A = \{a, b, c\}$, $B = \{a, c, e\}$ 에 대하여 집합 A 의 부분집합도 되고, 집합 B 의 부분집합도 되는 집합의 개수를 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답:

▷ 정답: 4개

해설

집합 A 의 부분집합도 되고, 집합 B 의 부분집합도 되는 집합의 개수는 $\{a, c\}$ 의 부분집합의 개수와 같으므로 $2^2 = 4$ (개)

6. 우리 반 40 명의 학생 중 미술시간에 물감을 준비해 온 학생은 26 명, 색연필을 준비해 온 학생은 23 명, 아무것도 준비하지 않은 학생은 3 명이다. 물감과 색연필 두 가지를 모두 준비해 온 학생 수를 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답:

▷ 정답: 13명

해설

$n(U) = 40, n(A) = 26, n(B) = 23$
 $n(A \cup B) = 40 - 3 = 37$
 $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$ 이므로
 $37 = 26 + 23 - n(A \cap B)$ 이다.
 따라서 $n(A \cap B) = 13$ 이다.

7. 두 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 15 \text{ 이하의 소수}\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 5 \text{ 미만의 소수}\}$ 에 대하여 $B \subset X \subset A$ 를 만족하는 X 의 개수를 모두 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 16개

해설

$A = \{2, 3, 5, 7, 11, 13\}$, $B = \{2, 3\}$
 집합 X 는 원소 2와 3을 포함하는 집합 A 의 부분집합이므로 부분집합의 개수는
 $2^{6-2} = 2^4 = 16$ (개)

8. 두 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 6 \text{의 약수}\}$, $B = \{1, 2, a\}$ 에 대하여 $B \subset A$ 를 만족하는 a 의 값을 모두 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 3

▷ 정답: 6

해설

$A = \{1, 2, 3, 6\}$
 $B \subset A$ 이므로 $a \in A$
 $\therefore a = 3$ 또는 $a = 6$

9. 다음 그림과 같이 빨강, 초록, 파랑, 보라 4개의 전등으로 구성된 숫자판이 있다. 세 집합 A, B, C 가 각각 다음과 같을 때, □ 안에 기호 $\subset, =$ 중 알맞은 것을 차례대로 써넣어라.



$A = \{x \mid x$
 는 숫자 4를 나타낼 때 켜지는 전등의 색}
 $B = \{x \mid x$
 는 숫자 5를 나타낼 때 켜지는 전등의 색}
 $C = \{x \mid x$
 는 숫자 6을 나타낼 때 켜지는 전등의 색 }

$A \square C$

$B \square C$

[배점 5, 중상]

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $\subset$

▷ 정답: $\subset$

해설

집합 A, B, C 를 각각 원소나열법으로 나타내면
 $A = \{\text{파랑, 보라, 초록}\},$
 $B = \{\text{빨강, 파랑, 보라}\},$
 $C = \{\text{빨강, 파랑, 보라, 초록}\}$ 이다.
 따라서 $A \subset C, B \subset C$ 이다.

10. 집합 $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 이고, 다음 조건을 만족하는 집합 B 의 갯수를 구하여라.

$$B \subset A$$

$$2 \in B$$

$$n(B) = 3$$

[배점 5, 중상]

▶ 답:

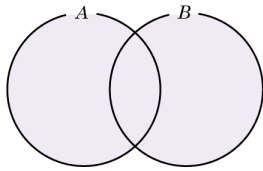
▷ 정답: 6 개

해설

집합 B 는 원소 2를 반드시 포함하고 원소의 갯수가 3개인 집합 A 의 부분집합이다. 따라서 만족하는 집합 B 를 구하면

$\{1, 2, 3\}, \{1, 2, 4\}, \{1, 2, 5\}, \{2, 3, 4\}, \{2, 3, 5\},$
 $\{2, 4, 5\}$ 이고, 총 6 개이다.

11. 두 집합 $A = \{1, 3, 5, 9, 15\}$, $B = \{3 \times x \mid x \in A\}$ 에 대하여 다음 벤 다이어그램의 색칠한 부분을 나타내는 집합의 원소의 합을 구하여라.



[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 105

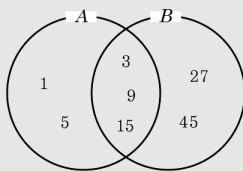
해설

$B = \{3 \times x \mid x \in A\}$ 는 집합 A 의 원소를 x 에 대입한 수들의 집합이다.

원소나열법으로 고쳐보면,

$B = \{3, 9, 15, 27, 45\}$ 이다.

벤 다이어그램을 그리면 다음과 같다.



색칠한 부분의 원소는 $\{1, 3, 5, 9, 15, 27, 45\}$ 이다.

따라서 모든 원소의 합은

$1 + 3 + 5 + 9 + 15 + 27 + 45 = 105$ 이다.

12. 집합 $A = \{1, 3, 5, 7, \dots, 2m-1\}$ 의 부분집합 중에서 원소 1과 3은 반드시 포함하고 5와 $2m-1$ 은 포함하지 않는 부분집합의 개수가 32개일 때 자연수 m 의 값을 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$A = \{1, 3, 5, 7, \dots, 2m-1\} \rightarrow n(A) = m$ (개)

원소 1과 3은 반드시 포함하고 5와 $2m-1$ 은 반드시 포함하지 않는 부분집합의 개수가 32개이므로

$$2^{m-2-2} = 32, m-4 = 5$$

$$m = 9$$

13. 전체집합 $U = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19\}$ 의 두 부분집합 $A = \{7, 19\}$, $B = \{3, 5, 7, 11, 13\}$ 에 대하여 다음을 만족하는 모두 만족하는 집합 X 의 개수를 구하여라.

$$A \cup X = X, X \cap (B - A) = \{5, 11\}$$

[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 4개

해설

$$A \cup X = X \text{ 이므로 } A \subset X$$

$\therefore 7, 19$ 는 X 의 원소

$$B - A = \{3, 5, 11, 13\} \text{ 이고}$$

$$X \cap (B - A) = \{5, 11\} \text{ 이므로}$$

5, 11 은 X 의 원소이고 3, 13 은 X 의 원소가 아니다.

따라서 X 는 5, 7, 11, 9 를 포함하고 3, 13 은 포함하지 않는 전체집합 U 의 부분집합이므로

$$2^{8-4-2} = 2^2 = 4(\text{개})$$

14. 세 자리의 자연수 중에서 일의 자리 숫자가 4 의 배수인 수의 집합을 A , 십의 자리 숫자가 4 의 배수인 수의 집합을 B , 일의 자리의 숫자가 4 의 배수인 수의 집합을 C 라 할 때, $n(A \cap B \cap C)$ 를 구하여라.

[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 18

해설

일의 자리 숫자가 4 의 배수인 수의 집합과 십의 자리 숫자가 4 의 배수인 수의 집합, 일의 자리의 숫자가 4 의 배수인 수의 집합의 교집합은 세 자리 모두 4 의 배수인 수로 이루어진 수의 집합이다. 4 의 배수가 될 수 있는 한 자리 수는 0, 4, 8 이지만, 백의 자리에는 0 이 올 수 없다.

$$\therefore n(A \cap B \cap C) = 2 \times 3 \times 3 = 18$$

15. 전체집합 $U = \{1, 2, 3, 4\}$ 의 두 부분집합이 A, B 일 때, 다음 각 조건을 만족하는 집합의 순서쌍 (A, B) 의 개수를 구하여라.

- (1) $A \cap B = \emptyset$
 (2) $A \cup B = U$

[배점 6, 상중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 16 개

해설

$A \cap B = \emptyset$ 이고 $A \cup B = U$ 이면 $n(A) + n(B) = n(U) = 4$
 $n(A) = 0, n(B) = 4$ 인 경우 : 1 개
 $n(A) = 1, n(B) = 3$ 인 경우 : 4 개
 $n(A) = 2, n(B) = 2$ 인 경우 : 6 개
 $n(A) = 3, n(B) = 1$ 인 경우 : 4 개
 $n(A) = 4, n(B) = 0$ 인 경우 : 1 개
 따라서 순서쌍 (A, B) 의 개수는 $1 + 4 + 6 + 4 + 1 = 16$ (개)