

단원 종합 평가

1. 세 집합

$$A = \{x | 0 < x < 1, x \text{는 홀수}\},$$

$$B = \{x | x \text{는 한 자리의 짝수}\},$$

$$C = \{x | x \text{는 3 이하의 자연수}\} \text{ 일 때,}$$

$n(A) + n(B) + n(C)$ 를 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 7

해설

$$A = \{x | 0 < x < 1, x \text{는 홀수}\} = \emptyset \text{ 이므로}$$

$$n(A) = 0,$$

$$B = \{x | x \text{는 한 자리의 짝수}\} = \{2, 4, 6, 8\} \text{ 이므로}$$

$$n(B) = 4,$$

$$C = \{x | x \text{는 3 이하의 자연수}\} = \{1, 2, 3\} \text{ 이므로}$$

$$n(C) = 3 \text{ 이다.}$$

따라서 $n(A) + n(B) + n(C) = 7$ 이다.

2. 두 집합 A, B 에 대하여 $n(A) = 30, n(A \cup B) = 56, n(A \cap B) = 12$ 일 때, $n(B)$ 의 값을 구하여라.

[배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 38

해설

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$56 = 30 + n(B) - 12$$

$$n(B) = 38$$

3. 집합 $A = \{x | x = 7 \times n - 4, n \text{은 자연수}\}$ 에 대하여 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2개)

[배점 4, 중중]

① $3 \notin A$

② $4 \in A$

③ $7 \notin A$

④ $10 \notin A$

⑤ $17 \in A$

해설

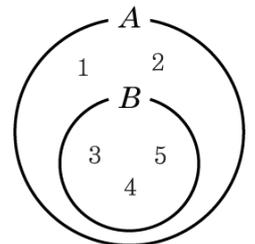
$$A = \{3, 10, 17, \dots\}$$

① $3 \in A$

② $4 \notin A$

④ $10 \in A$

4. 두 집합 A, B 가 다음 벤 다이어그램과 같을 때, 옳지 않은 것은?



[배점 4, 중중]

① $5 \in A$

② $4 \in A$

③ $\{3, 4\} \in A$

④ $\{3\} \subset B$

⑤ $\{1, 2, 3, 4, 5\} \subset A$

해설

③ $\{3, 4\} \subset A$

5. 두 집합 A, B 에 대하여 $A \cup B = A$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은? [배점 4, 중중]

- ① $B \subset A$
- ② $(A \cup B) \subset A$
- ③ $A \subset B$
- ④ $(A \cap B) \cup (A \cup B) = A$
- ⑤ $(A \cap B) \subset (A \cup B)$

해설

$A \cup B = A$ 이면 $B \subset A$ 이다.
 ② $(A \cup B) \subset A, A \subset (A \cup B)$ 둘 다 성립한다.
 ③ $B \subset A$ 이므로 옳지 않다.
 ④ $A \cap B = B, A \cup B = A$ 이므로
 $(A \cap B) \cup (A \cup B) = A$

6. 집합 $A = \{1, 2, 3, \dots, n\}$ 의 부분집합 중에서 원소 4, 6 을 반드시 포함하는 부분집합의 개수가 64 개일 때, 자연수 n 의 값을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답:
 ▷ 정답: 8

해설

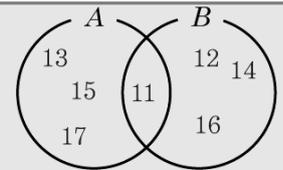
집합 A 의 원소의 개수가 n 개이므로 원소 4, 6 을 반드시 포함하는 부분집합의 개수는 2^{n-2} 개이다.
 $2^{n-2} = 64, 2^{n-2} = 2^6$
 $n - 2 = 6$ 이므로 $n = 8$

7. 두 집합 A, B 에 대하여 $A = \{11, 13, 15, 17\}, A \cup B = \{11, 12, 13, 14, 15, 16, 17\}, A \cap B = \{11\}$ 일 때, 집합 B 를 구하여라. [배점 5, 중상]

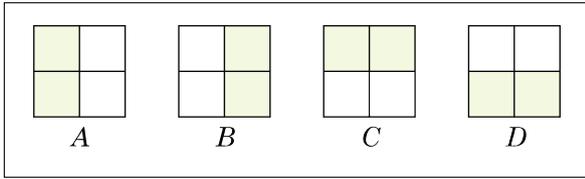
▶ 답:
 ▷ 정답: $\{11, 12, 14, 16\}$

해설

$\{11, 12, 14, 16\}$



8. 다음 그림은 각각의 집합을 도형으로 나타낸 것이다.



다음 그림을 위의 집합 A, B, C, D 와 연산 기호를 사용하여 옳게 표현한 것은?



[배점 5, 중상]

- ① $(A \cup B) - (A \cap B)$
- ② $(D \cup C) - (B \cap C)$
- ③ $(A \cup D) - (A \cap D)$
- ④ $(A - C) \cup (C - B)$
- ⑤ $(A - D) \cup (B - A)$

해설

$$(A \cup D) - (A \cap D)$$

9. $U = \{x | 0 \leq x < 15, x \text{는 자연수}\}$ 의 두 부분 집합 $A = \{x | x \text{는 } 12 \text{ 이하의 } 2 \text{의 배수}\}, B = \{2, 3, 5, 7, 11, 13\}$ 에 대하여 $n((A \cap B^c) \cup (B \cap A^c))$ 을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 10

해설

$A = \{2, 4, 6, 8, 10, 12\}, B = \{2, 3, 5, 7, 11, 13\}$ 이므로

$$\begin{aligned} & n((A \cap B^c) \cup (B \cap A^c)) \\ &= n((A - B) \cup (B - A)) \\ &= n(\{3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13\}) = 10 \text{ 이다.} \end{aligned}$$

10. 집합 P 에 대하여 $[A] = \{P | P \subset A\}$ 로 정의한다. $A = \{x, y, z\}$ 일 때, 집합 $[A]$ 를 원소나열법으로 나타내어라. [배점 5, 상하]

▶ 답:

▷ 정답: $[A] = \{\emptyset, \{x\}, \{y\}, \{z\}, \{x, y\}, \{y, z\}, \{z, x\}, \{x, y, z\}\}$

해설

$[A] = \{P | P \subset A\}$ 라는 정의를 살펴보면 P 는 집합 A 의 부분집합이다.

따라서 $[A]$ 는 집합 A 의 부분집합들을 원소로 가진다.

$$\therefore [A] = \{\emptyset, \{x\}, \{y\}, \{z\}, \{x, y\}, \{y, z\}, \{z, x\}, \{x, y, z\}\}$$

11. 집합 $A = \{1, 3, 5, 7, \dots, 2m-1\}$ 의 부분집합 중에서 원소 1 과 3 은 반드시 포함하고 5 와 $2m-1$ 은 포함하지 않는 부분집합의 개수가 32 개일 때 자연수 m 의 값을 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답:

▷ 정답: 9

해설

$A = \{1, 3, 5, 7, \dots, 2m-1\} \rightarrow n(A) = m$
(개)

원소 1 과 3 은 반드시 포함하고 5 와 $2m-1$ 은 반드시 포함하지 않는 부분집합의 개수가 32 개이므로

$$2^{m-2-2} = 32, m-4 = 5$$

$$m = 9$$

12. 전체집합 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 의 두 부분집합 $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{4, 5, 6\}$ 에 대하여 $B \cap X = B$, $(A - B) \cap X = \{1, 3\}$ 을 만족하는 U 의 부분집합 X 의 개수를 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답:

▷ 정답: 2개

해설

$U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$,

$A = \{1, 2, 3, 4\}$,

$B = \{4, 5, 6\}$ 이고,

$B \cap X = B \Rightarrow B \subset X$,

$(A - B) \cap X = \{1, 3\} \rightarrow \{1, 2, 3\} \cap X = \{1, 3\}$

이므로

X 는 원소 1, 3, 4, 5, 6 을 반드시 포함하는 집합 U 의 부분집합이다.

따라서 집합 X 의 개수는 $2^{6-5} = 2$ (개)

13. 자연수 k 에 대하여 집합 $A_k = \{x | k < x \leq 20k \text{인 자연수}\}$ 일 때, $n(A_1 \cap A_2 \cap A_3 \cdots \cap A_{10})$ 의 값을 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답:

▷ 정답: 10

해설

$A_1 = \{2, 3, \dots, 20\}$

$A_2 = \{3, 4, \dots, 40\}$

$A_3 = \{4, 5, \dots, 60\}$

⋮

$A_{10} = \{11, 12, 13, \dots, 200\}$

$A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_{10} = \{11, 12, \dots, 20\}$

$\therefore n(A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_{10}) = 10$

14. 집합 A 에 대하여 $S(A)$ 는 집합 A 의 모든 원소의 합으로 정의한다.

$U = \{x \mid |x| \leq 2, x \text{는 정수}\}$ 의 부분집합 중 원소가 2 개 이상인 부분집합을 차례로 $P_1, P_2, P_3, \dots, P_n$ 이라 할 때, $S(P_1) + S(P_2) + S(P_3) + \dots + S(P_n)$ 의 값을 구하여라. [배점 6, 상중]

▶ 답:

▶ 정답: 0

해설

$$U = \{x \mid |x| \leq 2, x \text{는 정수}\} = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$$

집합 U 의 전체 부분집합을 차례대로 $Q_1, Q_2, Q_3, \dots, Q_n$ 이라 하면, 전체 부분집합에 각 원소가 각각 $2^{5-1} = 16$ 번씩 나오므로 $S(Q_1) + S(Q_2) + S(Q_3) + \dots + S(Q_n) = 16 \times \{(-2) + (-1) + 0 + 1 + 2\} = 0$

$P_1, P_2, P_3, \dots, P_n$ 은 $Q_1, Q_2, Q_3, \dots, Q_n$ 에서 원소의 개수가 1 개 또는 0 개인 집합을 뺀 것이므로, $S(Q_1) + S(Q_2) + S(Q_3) + \dots + S(Q_n)$ 에서 각 원소를 1 번씩만 더 빼 주면 $S(P_1) + S(P_2) + S(P_3) + \dots + S(P_n)$ 의 값을 구할 수 있다.

$$\text{따라서 } S(P_1) + S(P_2) + S(P_3) + \dots + S(P_n) = 0 - \{(-2) + (-1) + 0 + 1 + 2\} = 0$$

15. 전체집합 U 의 부분집합인 집합 A, B, C 의 원소의 개수는 각각 9 개, 10 개, 11 개이다. $(A - B) \cup (B^C \cup C)^C = \emptyset$ 일 때, $n(B \cap C) - n(A \cup B)$ 의 값을 구하여라. [배점 6, 상중]

▶ 답:

▶ 정답: 0

해설

$$(A - B) \cup (B^C \cup C)^C = \emptyset \text{ 이므로}$$

$$A - B = \emptyset \rightarrow A \subset B$$

$$(B^C \cup C)^C = \emptyset \rightarrow B - C = \emptyset \rightarrow B \subset C$$

$$\therefore n(B \cap C) - n(A \cup B) = n(B) - n(B) = 0$$