

단원 종합 평가

1. 다음 표는 혜교의 지난 중간고사와 기말고사 시험과목 일부와 그 점수이다. 다음 중 집합인 것을 모두 고르면? (정답 3 개)

과목	중간	기말
국어	80	85
수학	90	80
영어	85	100
과학	70	55
사회	95	80
미술	100	95
음악	95	100
체육	75	65
도덕	100	85
한문	55	70

[배점 3, 중하]

- ① 지난 중간고사 점수가 80점 이상인 과목
- ② 지난 기말고사 점수 중 지난 중간고사 점수보다 높은 과목
- ③ 기말고사 때 잘 본 과목
- ④ 기말고사 때 가장 못 본 과목
- ⑤ 중간고사와 기말고사의 평균이 좋은 과목

해설

- ③ ‘잘’이라는 단어의 기준이 명확하지 않아서 집합이 아니다.
- ④ ‘못 본’이라는 단어의 기준은 명확하지 않으나, ‘가장’이라는 단어가 있기 때문에 그 기준이 확실하다. 따라서 집합이다.
- ⑤ ‘좋은’이라는 단어의 기준이 명확하지 않아서 집합이 아니다.

2. $n(A) = 30$, $n(B) = 25$ 이고, $A \cap B = \emptyset$ 일 때, $n(A - B)$ 의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 30

해설

$A \cap B = \emptyset$ 이므로 $A - B = A$ 이다.

$$n(A - B) = n(A) = 30$$

3. 38 명의 학생 중에서 축구를 좋아하는 학생이 27 명, 농구를 좋아하는 학생이 19 명이다. 두 가지 운동을 모두 좋아하는 학생이 16명 일 때, 축구만 좋아하는 학생 수를 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 11

해설

학생 전체를 전체집합 U , 축구를 좋아하는 학생들의 집합을 집합 A , 농구를 좋아하는 학생들의 집합을 집합 B 라 하면, 두 가지 운동을 모두 좋아하는 학생들의 모임은 $A \cap B$ 이고, 축구만 좋아하는 학생들의 모임은 $A - B$ 이다. $n(A - B) = n(A) - n(A \cap B) = 27 - 16 = 11$

4. 10 보다 작은 소수의 집합을 A 라 할 때, 다음 중 옳은 것은? [배점 4, 중중]

- ① $3 \notin A$ ② $7 \notin A$ ③ $9 \in A$
 ④ $2 \in A$ ⑤ $4 \in A$

해설

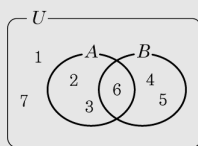
집합 A 의 원소는 2, 3, 5, 7 이므로
 ④ $2 \in A$ 이다.

5. 전체집합 $U = \{x | x \text{는 } 8 \text{보다 작은 자연수}\}$ 의 두 부분 집합 A, B 에 대하여
 $A - B = \{2, 3\}$, $B - A = \{4, 5\}$, $A \cap B = \{6\}$ 일 때,
 $A^c \cap B^c$ 은? [배점 4, 중중]

- ① $\{1, 7\}$ ② $\{7, 8\}$ ③ $\{1, 5, 8\}$
 ④ $\{1, 5, 8\}$ ⑤ $\{1, 7, 8\}$

해설

$U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ 이므로 $(A \cup B)^c = (\{2, 3, 4, 5, 6\})^c = \{1, 7\}$ 이다.



6. 집합 $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{3, 4, 5, 6, 7\}$ 이고, $n(A \cup X) = 4$, $n((A - B) \cap X) = 2$ 일 때, 집합 X 의 개수는? [배점 4, 중중]

- ① 2 개 ② 4 개 ③ 8 개
 ④ 16 개 ⑤ 32 개

해설

$n(A \cup X) = 4$ 에서 $n(A) = 4$ 이므로 $A \cup X = A$, 즉 $X \subset A$ 가 된다.

또, $n((A - B) \cap X) = n(\{1, 2\} \cap X) = 2$ 에서 $(A - B) \subset X$ 이다.

따라서 $(A - B) \subset X \subset A$ 이므로 1, 2를 반드시 포함하는 A 의 부분 집합의 개수와 같으므로 $2 \times 2 = 4(\text{개})$ 이다.

7. $n(\emptyset) + n(\{0\}) + n(\{\emptyset\})$ 을 구하여라.

[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$n(\emptyset) = 0$, $n(\{0\}) = 1$, $n(\{\emptyset\}) = 1$
 $n(\emptyset) + n(\{0\}) + n(\{\emptyset\}) = 2$

8. 두 집합 $A = \{2a, a+6, 3a-1\}$, $B = \{2a+1, a+2, 8\}$ 에 대하여 $A \subset B$, $B \subset A$ 일 때, a 의 값을 구하여라.
[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$A = B$ 이므로 $8 \in A$

$2a = 8$ 또는 $a + 6 = 8$ 또는 $3a - 1 = 8$

(i) $2a = 8$ 일 때, $a = 4$

$A = \{8, 10, 11\}$, $B = \{6, 8, 9\}$

$A \neq B$ 이므로 조건에 맞지 않는다.

(ii) $a + 6 = 8$ 일 때, $a = 2$

$A = \{4, 5, 8\}$, $B = \{4, 5, 8\}$

$A = B$ 이므로 조건에 적합.

(iii) $3a - 1 = 8$ 일 때, $a = 3$

$A = \{6, 8, 9\}$, $B = \{5, 7, 8\}$

$\therefore A \neq B$ 이므로 조건에 맞지 않는다.

(i), (ii), (iii) 으로 부터 $a = 2$

9. 집합 $A = \{x | x \text{는 } 15 \text{의 약수}\}$, $B = \{x | x \text{는 } 9 \text{의 약수}\}$ 에 대하여 $(A \cup B) \cap X = X$, $(A \cap B) \cup X = X$ 를 만족하는 집합 X 의 개수를 구하여라.
[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 8 개

해설

$A = \{1, 3, 5, 15\}$, $B = \{1, 3, 9\}$ 이므로

$A \cap B = \{1, 3\}$

$A \cup B = \{1, 3, 5, 9, 15\}$

$(A \cup B) \cap X = X$ 이므로 $X \subset (A \cup B)$

$(A \cap B) \cup X = X$ 이므로 $(A \cap B) \subset X$

$\therefore (A \cap B) \subset X \subset (A \cup B)$

X 는 원소 1, 3을 포함하는

$\{1, 3, 5, 9, 15\}$ 의 부분집합이므로

(집합 X 의 갯수) $= 2^{5-2} = 2^3 = 8(\text{개})$

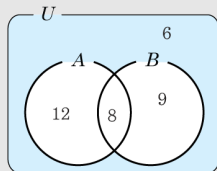
10. 수민이네 반 학생을 대상으로 과목에 대한 선호도를 조사하였더니 음악을 좋아하는 학생이 20명, 체육을 좋아하는 학생이 17명, 음악과 체육을 모두 좋아하는 학생이 8명이고 음악을 좋아하지 않는 학생이 15명이다. 이때, 음악과 체육을 모두 좋아하지 않는 학생 수를 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 6명

해설

주어진 문제를 벤 다이어그램을 활용하여 해결할 수 있다. 벤 다이어그램의 각 영역에 해당하는 학생의 수를 기입하면 다음과 같다.



11. $U = \{x | 0 \leq x < 15, x \text{는 자연수}\}$ 의 두 부분 집합 $A = \{x | x \text{는 } 12 \text{ 이하의 } 2 \text{의 배수}\}, B = \{2, 3, 5, 7, 11, 13\}$ 에 대하여 $n((A \cap B^c) \cup (B \cap A^c))$ 을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 10

해설

$A = \{2, 4, 6, 8, 10, 12\}, B = \{2, 3, 5, 7, 11, 13\}$ 이므로

$$\begin{aligned} & n((A \cap B^c) \cup (B \cap A^c)) \\ &= n((A - B) \cup (B - A)) \\ &= n(\{3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13\}) = 10 \text{ 이다.} \end{aligned}$$

12. 다음 중 무한집합이 아닌 것을 모두 고르면 ? (정답 3개) [배점 5, 상하]

① $\{x | x \text{는 짝수인 소수}\}$

② $\{x | x \text{는 } 1 \text{과 } 2 \text{사이의 유리수}\}$

③ $\{x | x \text{는 } \frac{4}{3x} = k, k \text{는 자연수}\}$

④ $\{2x + 1 | x, x \text{는 } 11 \text{보다 큰 소수}\}$

⑤ $\{[x] | 1.5 \leq x \leq 3.5, x \text{는 유리수}\}$ (단, $[x]$ 는 x 를 넘지 않는 최대의 정수)

해설

① $\{x | x \text{는 짝수인 소수}\} \rightarrow$ 짝수인 소수는 2 뿐이다.

② $\{x | x \text{는 } 1 \text{과 } 2 \text{사이의 유리수}\} \rightarrow 1 \text{과 } 2 \text{사이의 유리수는 무수히 많다.}$

③ $\{x | x \text{는 } \frac{4}{3x} = k, k \text{는 자연수}\} \rightarrow \frac{4}{3x}$ 가 자연수가 되는 x 의 값은 $\frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{4}{3}$

④ $\{2x + 1 | x, x \text{는 } 11 \text{보다 큰 소수}\} \rightarrow 11 \text{보다 큰 소수는 무수히 많다.}$

⑤ $\{[x] | 1.5 \leq x \leq 3.5, x \text{는 유리수}\}$ (단, $[x]$ 는 x 를 넘지 않는 최대의 정수)
 $\rightarrow [x]$ 가 될 수 있는 수는 1, 2, 3 뿐이다.

13. 집합 $A = \{1, 3, 5, 7, \dots, 2m-1\}$ 의 부분집합 중에서 원소 1과 3은 반드시 포함하고 5와 $2m-1$ 은 포함하지 않는 부분집합의 개수가 32개일 때 자연수 m 의 값을 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 9

해설

$A = \{1, 3, 5, 7, \dots, 2m-1\} \rightarrow n(A) = m$ (개)

원소 1과 3은 반드시 포함하고 5와 $2m-1$ 은 반드시 포함하지 않는 부분집합의 개수가 32개이므로

$$2^{m-2-2} = 32, m-4 = 5$$

$$m = 9$$

14. 원소의 개수가 40개인 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $n(A \cap B) = k$ 라고 할 때, $n(A) = n(A^c) = 5k$, $n(B - A) = 3k$ 이다. 이 때 $n(A^c \cap B^c)$ 의 값을 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 8

해설

$n(A) = n(A^c) = 5k \rightarrow n(U) = 40$ 이므로 $10k = 40$, $k = 4$ 이고,

$n(A) = 20$, $n(B - A) = 12$ 이므로 $n(A \cup B) = 32$

$$\therefore n(A^c \cap B^c) = n((A \cup B)^c) = n(U) - n(A \cup B) = 40 - 32 = 8$$

15. 집합 $A = \{a, d, e\}$ 이고 집합 $B = \{a, b, c, d, e, f\}$ 일 때, $A \cap X = \{a, e\}$, $c \notin X$, $X \cup B = B$ 를 만족하는 집합 X 의 개수를 구하여라. [배점 6, 상중]

▶ 답 :

▶ 정답 : 4개

해설

집합 B 의 부분집합 중 원소 a, e 는 포함하고, 원소 c, d 는 포함하지 않는 부분집합의 수를 구한다.

$$2^{6-2-2} = 2^2 = 4 \text{ (개)}$$