단원 종합 평가

1. 집합 $A=\{x \mid x$는 3보다 크고, 9보다 작은 짝수$\}$의 부분집합의 갯수를 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 8 개

해설

$A=\{4,\ 6,\ 8\}$ 이므로 부분집합의 갯수는 원소의 갯수만큼 2를 곱한 값과 같으므로
$2^3=2\times2\times2=8$ (개)이다.

2. 다음 □ 안에 들어갈 가장 큰 자연수를 구하여라.

> 두 집합 $X=\{1,3,5,7,\cdots,49\}$, $Y=\{x|x$는□미만의 홀수$\}$ 이면 $X=Y$ 이다.

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 51

해설

집합 X 의 원소는 1부터 49까지의 홀수들의 모임이다. 따라서 □ 안에 들어갈 가장 큰 자연수는 51 이다.

3. 세 집합 $A=\{x \mid x$는 12의 약수$\}$, $B=\{x \mid x$는 12보다 작은 홀수$\}$, $C=\{x \mid x$는 $12\times x=1$을 만족하는 자연수$\}$ 에 대하여 $n(A)+n(B)+n(C)$를 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

$A=\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 6,\ 12\}$ 이므로 $n(A)=6$
$B=\{1,\ 3,\ 5,\ 7,\ 9,\ 11\}$ 이므로 $n(B)=6$
$C=\{x \mid x$는 $12\times x=1$을 만족하는 자연수$\}=\varnothing$ 이므로 $n(C)=0$
$\therefore\ n(A)+n(B)+n(C)=6+6+0=12$

4. 세 집합
$A=\{w,\ x,\ y,\ z\}$,
$B=\{x \mid x$는 30 미만의 30의 약수$\}$,
$C=\{x \mid x$는 25 이하의 소수$\}$ 일 때,
$n(A)+n(B)+n(C)$ 의 값을 구하여라.
[배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 20

해설

$B=\{1,\ 2,\ 3,\ 5,\ 6,\ 10,\ 15\}$
$C=\{2,\ 3,\ 5,\ 7,\ 11,\ 13,\ 17,\ 19,\ 23\}$
$\therefore\ n(A)+n(B)+n(C)=4+7+9=20$

5. 집합 $A = \{1,\ 3,\ 5,\ 7,\ 9,\ 11,\ 13\}$ 에 대하여, 다음 중 $A \subset B$ 이고 $B \subset A$ 를 만족하는 집합 B 는?

[배점 4, 중중]

① $B = \{x \mid x$는 20 이하의 홀수$\}$

② $B = \{x \mid x$는 13 이하의 자연수$\}$

③ $B = \{x \mid x$는 3의 배수$\}$

④ $B = \{x \mid x$는 14보다 작은 홀수$\}$

⑤ $B = \{x \mid x$는 2 이상 15 이하의 자연수$\}$

해설

$A \subset B$ 이고, $B \subset A$ 이면, $A = B$ 이다.
따라서 보기 중 집합A 와 집합B 가 같은 것을 찾는다.
① $B = \{1,\ 3,\ 5,\ \cdots,\ 19\}$
② $B = \{1,\ 2,\ 3,\ \cdots,\ 13\}$
③ $B = \{3,\ 6,\ 9,\ 12,\ \cdots\}$
④ $B = \{1,\ 3,\ 5,\ \cdots,\ 13\}$
⑤ $B = \{2,\ 3,\ 4,\ \cdots,\ 15\}$

6. 두 집합 $A = \{x \mid x$는 6의 약수$\}$, $B = \{1,\ 2,\ a\}$ 에 대하여 $B \subset A$ 를 만족하는 a 의 값을 모두 구하여라.

[배점 5, 중상]

▶ 답 :
▶ 답 :
▷ 정답 : 3
▷ 정답 : 6

해설

$A = \{1,\ 2,\ 3,\ 6\}$
$B \subset A$ 이므로 $a \in A$
$\therefore a = 3$ 또는 $a = 6$

7. 다음 중 집합인 것을 모두 고르면? [배점 5, 중상]

① 우리 반에서 똑똑한 학생의 모임

② 10 이하의 자연수 중에서 1 보다 작은 수의 모임

③ 대한민국에서 가장 큰 사람의 모임

④ 100 이하의 수 중에서 50 에 가까운 수의 모임

⑤ 세계에서 성공한 사람들의 모임

해설

주어진 조건에 알맞은 대상을 분명하게 구별할 수 있어야 하므로 ②, ③번만 집합이다.

8. 두 집합 $A = \{1,\ 2,\ 4,\ 5,\ 7\}$, $B = \{x \mid x$는 5이하의 홀수$\}$에 대하여 $X \cap A = X$와 $X \cup (A \cap B) = X$를 만족하는 집합 X 의 개수를 구하여라.

[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 8 개

해설

$X \cap A = X$ 이므로 $X \subset A$

$X \cup (A \cap B) = X$ 이므로 $(A \cap B) \subset X$

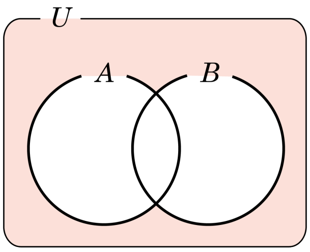
$A \cap B = \{1,\ 5\}$

$\{1,\ 5\} \subset X \subset \{1,\ 2,\ 4,\ 5,\ 7\}$

집합 X는 집합 A의 부분집합 중 원소 1, 5를 반드시 포함하는 집합이다.

$\therefore\ 2^{5-2} = 2^3 = 8$ (개)

9. 다음 벤 다이어그램에서 $n(U) = 45$, $n(A) = 17$, $n(B) = 24$, $n(A \cap B) = 8$일 때, 색칠한 부분에 해당하는 집합의 원소의 개수를 구하여라.



[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

색칠하지 않은 부분이 의미하는 집합은 $A \cup B$이다.

따라서 색칠한 부분에 해당하는 원소의 개수는 전체집합의 원소의 개수에서 $A \cup B$의 원소의 개수를 뺀 것과 같다.

$n(A \cup B) = 17 + 24 - 8 = 33$이므로 $n(U) - n(A \cup B) = 45 - 33 = 12$이다.

10. 두 집합 $A = \{4,\ 3a,\ \frac{3}{a}+1\}$, $B = \{a,\ a+1,\ 4a-3\}$ 에 대하여 $A-B=\{2\}$ 일 때, A 의 값을 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$A-B=\{2\}$ 이므로 2는 A의 원소이다.

(i) $3a=2$ 이면 $a=\frac{2}{3}$

$A=\{\frac{11}{9},\ 2,\ 4\}$, $B=\{-\frac{1}{3},\ \frac{2}{3},\ \frac{5}{3}\}$

$A-B=A$ 이므로 문제의 조건과 맞지 않는다.

(ii) $\frac{a}{3}+1=2$ 이면 $a=3$

$A=\{2,4,9\}, B=\{3,4,9\}$

$A-B=\{2\}$이므로 문제의 조건에 적합

$\therefore a=3$

11. 전체집합 $U=\{x|x$는 20 이하의 홀수$\}$ 의 부분집합 A, B 가 있다.

$A-B=\{7,11\}$, $B-A=\{9,13\}$, $A^c\cap B^c=\{1,\ 5,\ 15\}$ 일 때, $n(A\cap B)$ 의 값을 구하여라.

[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$U=\{x|x$ 는 20 이하의 홀수$\}=\{1,3,5,7,9,11,13,15,17,19\}$

$A-B=\{7,11\}$, $B-A=\{9,13\}$,

$A^c\cap B^c=(A\cup B)^c=\{1,\ 5,\ 15\}$ 이고,

전체집합 U 는 $A-B$, $B-A$, $(A\cup B)^c$, $A\cap B$ 로 이루어지므로,

$A\cap B=\{3,\ 17,\ 19\}$ 이다.

$\therefore n(A\cap B)=3$

12. 집합 $A_n = \{x | x$는 n의 약수, n은 자연수$\}$ 일 때, $(A_n \cup A_6^c)^c \cup A_n = A_6$ 을 만족하는 n 의 값을 모두 찾아라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

▷ 정답 : 2

▷ 정답 : 3

▷ 정답 : 6

해설

$(A_n \cup A_6^c)^c \cup A_n = (A_n^c \cap A_6) \cup A_n = (A_6 - A_n) \cup A_n$

위의 식을 보면,

$A_n \subset A_6$ 이므로,

6 의 약수의 집합에 포함될 수 있는 약수의 집합은 $1, 2, 3, 6$

13. 전체집합 $U = \{x \mid x$는 한 자리의 자연수$\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A = \{x | x$는 10 이하의 홀수$\}$, $n(A \cap B) = 0$, $n(A \cup B) = 9$ 일 때, 집합 $B - A$ 를 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : $\{2, 4, 6, 8\}$

해설

$U = \{1, 2, 3, \cdots, 9\}$

$A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$

$n(U) = 9$, $n(A \cup B) = 9$ 이므로

$A \cup B = U \cdots$ ①

$n(A \cap B) = 0$ 이므로 $A \cap B = \varnothing \cdots$ ②

① 과 ② 에 의하여

$B = A^c = \{2, 4, 6, 8\}$

14. 집합 P 에 대하여 $P[x]$ 를

(1) $x \in P$ 이면 $P[x] = \{-x+1, 0, x-1\}$

(2) $x \notin P$ 이면 $P[x] = \{1,\ x,\ x^2\}$ 이라고 정의한다.

두 집합 $A = \{x|x$는 소수인 자연수$\}$, $B = \{3x-1|x$는 자연수$\}$ 일 때, 집합 $(A-B)[2] \cup (B-A)[8]$ 의 원소의 총합을 구하여라. [배점 6, 상중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

$A = \{x|x$ 는 소수인 자연수$\} = \{2,\ 3,\ 5,\ 7,\ 11,\ 13,\ 17,\ 19,\ 23, \cdots\}$

$B = \{3x-1|x$ 는 자연수$\} = \{2,\ 5,\ 8,\ 11,\ 14,\ 17,\ 20,\ 23,\ \cdots\}$

$2 \notin A-B$ 이므로 $(A-B)[2] = \{1,\ 2,\ 4\}$ 이고,

$8 \in B-A$ 이므로 $(B-A)[8] = \{-7,\ 0,\ 7\}$ 이다.

따라서

$(A-B)[2] \cup (B-A)[8] = \{-7,\ 0,\ 1,\ 2,\ 4,\ 7\}$ 이고,

원소의 총합은 7 이다.

15. 학생 수가 n 명인 학급의 학생 중, 남학생의 집합을 M , 여학생의 집합을 W 라고 하고, 안경을 쓴 학생의 집합을 G , 안경을 쓰지 않은 학생의 집합을 E 라고 하고, 네 집합에 대하여 $n(M \cap G) = a$, $n(M \cap E) = b$, $n(W \cap G) = c$ 라고 한다. 두 집합 A, B 에 대하여 $A \circledcirc B = (A \cap B^c) \cup (A^c \cap B)$ 이라고 정의할 때, $n((M \circledcirc E) \circledcirc (W \circledcirc G))$ 의 값을 구하여라.

[배점 6, 상중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

	M	W
G	a	c
E	b	n−a−b−c

$n(M \circledcirc E) = a + (n-a-b-c) = n-b-c$

$n(W \circledcirc G) = a + (n-a-b-c) = n-b-c$

$n(M \circledcirc E) = n(W \circledcirc G)$ 이므로,

$\therefore n((M \circledcirc E) \circledcirc (W \circledcirc G)) = 0$