

단원 종합 평가

1. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 3 \text{보다 크고, } 9 \text{보다 작은 짝수}\}$ 의 부분집합의 갯수를 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 8개

해설

$A = \{4, 6, 8\}$ 이므로 부분집합의 갯수는 원소의 갯수만큼 2를 곱한 값과 같으므로 $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$ (개)이다.

2. 다음 $\square$ 안에 들어갈 가장 큰 자연수를 구하여라.

두 집합 $X = \{1, 3, 5, 7, \dots, 49\}$, $Y = \{x \mid x \text{는 } \square \text{미만의 홀수}\}$ 이면 $X = Y$ 이다.

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 51

해설

집합 X 의 원소는 1부터 49까지의 홀수들의 모임이다. 따라서 $\square$ 안에 들어갈 가장 큰 자연수는 51이다.

3. 세 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 12 \text{의 약수}\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 12 \text{보다 작은 홀수}\}$, $C = \{x \mid x \text{는 } 12 \times x = 1 \text{을 만족하는 자연수}\}$ 에 대하여 $n(A) + n(B) + n(C)$ 를 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

$A = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$ 이므로 $n(A) = 6$
 $B = \{1, 3, 5, 7, 9, 11\}$ 이므로 $n(B) = 6$
 $C = \{x \mid x \text{는 } 12 \times x = 1 \text{을 만족하는 자연수}\} = \emptyset$
 이므로 $n(C) = 0$
 $\therefore n(A) + n(B) + n(C) = 6 + 6 + 0 = 12$

4. 세 집합

$A = \{w, x, y, z\}$,

$B = \{x \mid x \text{는 } 30 \text{ 미만의 } 30 \text{의 약수}\}$,

$C = \{x \mid x \text{는 } 25 \text{ 이하의 소수}\}$ 일 때,

$n(A) + n(B) + n(C)$ 의 값을 구하여라.

[배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 20

해설

$B = \{1, 2, 3, 5, 6, 10, 15\}$

$C = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23\}$

$\therefore n(A) + n(B) + n(C) = 4 + 7 + 9 = 20$

5. 집합 $A = \{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13\}$ 에 대하여, 다음 중 $A \subset B$ 이고 $B \subset A$ 를 만족하는 집합 B 는?

[배점 4, 중중]

- ① $B = \{x \mid x \text{는 } 20 \text{ 이하의 홀수}\}$
- ② $B = \{x \mid x \text{는 } 13 \text{ 이하의 자연수}\}$
- ③ $B = \{x \mid x \text{는 } 3 \text{의 배수}\}$
- ④ $B = \{x \mid x \text{는 } 14 \text{보다 작은 홀수}\}$
- ⑤ $B = \{x \mid x \text{는 } 2 \text{ 이상 } 15 \text{ 이하의 자연수}\}$

해설

$A \subset B$ 이고, $B \subset A$ 이면, $A = B$ 이다.
따라서 보기 중 집합 A 와 집합 B 가 같은 것을 찾는다.

- ① $B = \{1, 3, 5, \dots, 19\}$
- ② $B = \{1, 2, 3, \dots, 13\}$
- ③ $B = \{3, 6, 9, 12, \dots\}$
- ④ $B = \{1, 3, 5, \dots, 13\}$
- ⑤ $B = \{2, 3, 4, \dots, 15\}$

6. 두 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 6 \text{의 약수}\}$, $B = \{1, 2, a\}$ 에 대하여 $B \subset A$ 를 만족하는 a 의 값을 모두 구하여라.

[배점 5, 중상]

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 3

▷ 정답: 6

해설

$$A = \{1, 2, 3, 6\}$$

$$B \subset A \text{ 이므로 } a \in A$$

$$\therefore a = 3 \text{ 또는 } a = 6$$

7. 다음 중 집합인 것을 모두 고르면? [배점 5, 중상]

- ① 우리 반에서 똑똑한 학생의 모임
- ② 10 이하의 자연수 중에서 1 보다 작은 수의 모임
- ③ 대한민국에서 가장 큰 사람의 모임
- ④ 100 이하의 수 중에서 50 에 가까운 수의 모임
- ⑤ 세계에서 성공한 사람들의 모임

해설

주어진 조건에 알맞은 대상을 분명하게 구별할 수 있어야 하므로 ②, ③번만 집합이다.

8. 두 집합 $A = \{1, 2, 4, 5, 7\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 5\text{이하의 홀수}\}$ 에 대하여 $X \cap A = X$ 와 $X \cup (A \cap B) = X$ 를 만족하는 집합 X 의 개수를 구하여라.

[배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 8개

해설

$$X \cap A = X \text{이므로 } X \subset A$$

$$X \cup (A \cap B) = X \text{이므로 } (A \cap B) \subset X$$

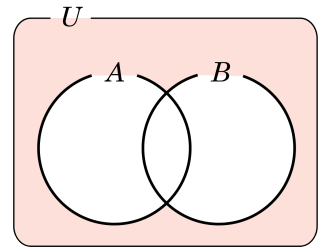
$$A \cap B = \{1, 5\}$$

$$\{1, 5\} \subset X \subset \{1, 2, 4, 5, 7\}$$

집합 X 는 집합 A 의 부분집합 중 원소 1, 5를 반드시 포함하는 집합이다.

$$\therefore 2^{5-2} = 2^3 = 8 \text{ (개)}$$

9. 다음 벤 다이어그램에서 $n(U) = 45$, $n(A) = 17$, $n(B) = 24$, $n(A \cap B) = 8$ 일 때, 색칠한 부분에 해당하는 집합의 원소의 개수를 구하여라.



[배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 12

해설

색칠하지 않은 부분이 의미하는 집합은 $A \cup B$ 이다.

따라서 색칠한 부분에 해당하는 원소의 개수는 전체 집합의 원소의 개수에서 $A \cup B$ 의 원소의 개수를 뺀 것과 같다.

$$n(A \cup B) = 17 + 24 - 8 = 33 \text{이므로 } n(U) - n(A \cup B) = 45 - 33 = 12 \text{이다.}$$

10. 두 집합 $A = \{4, 3a, \frac{3}{a} + 1\}$, $B = \{a, a+1, 4a-3\}$ 에 대하여 $A - B = \{2\}$ 일 때, A 의 값을 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$A - B = \{2\}$ 이므로 2는 A 의 원소이다.

(i) $3a = 2$ 이면 $a = \frac{2}{3}$

$A = \{\frac{11}{9}, 2, 4\}$, $B = \{-\frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{5}{3}\}$

$A - B = A$ 이므로 문제의 조건과 맞지 않는다.

(ii) $\frac{a}{3} + 1 = 2$ 이면 $a = 3$

$A = \{2, 4, 9\}$, $B = \{3, 4, 9\}$

$A - B = \{2\}$ 이므로 문제의 조건에 적합

$\therefore a = 3$

11. 전체집합 $U = \{x | x \text{는 } 20 \text{ 이하의 홀수}\}$ 의 부분집합 A, B 가 있다.

$A - B = \{7, 11\}$, $B - A = \{9, 13\}$, $A^c \cap B^c = \{1, 5, 15\}$ 일 때, $n(A \cap B)$ 의 값을 구하여라.

[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$U = \{x | x \text{는 } 20 \text{ 이하의 홀수}\} = \{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19\}$

$A - B = \{7, 11\}$, $B - A = \{9, 13\}$,

$A^c \cap B^c = (A \cup B)^c = \{1, 5, 15\}$ 이고,

전체집합 U 는 $A - B$, $B - A$, $(A \cup B)^c$, $A \cap B$ 로 이루어지므로,

$A \cap B = \{3, 17, 19\}$ 이다.

$\therefore n(A \cap B) = 3$

12. 집합 $A_n = \{x | x \text{는 } n \text{의 약수}, n \text{은 자연수}\}$ 일 때,
 $(A_n \cup A_6^c)^c \cup A_n = A_6$ 을 만족하는 n 의 값을 모
두 찾아라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

▷ 정답 : 2

▷ 정답 : 3

▷ 정답 : 6

해설

$$(A_n \cup A_6^c)^c \cup A_n = (A_n^c \cap A_6) \cup A_n = (A_6 - A_n) \cup A_n$$

위의 식을 보면,

$A_n \subset A_6$ 이므로,

6의 약수의 집합에 포함될 수 있는 약수의 집합은
1, 2, 3, 6

13. 전체집합 $U = \{x | x \text{는 한 자리의 자연수}\}$
의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A = \{x | x \text{는 } 10 \text{ 이하의 홀수}\}$, $n(A \cap B) = 0$, $n(A \cup B) = 9$
일 때, 집합 $B - A$ 를 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : $\{2, 4, 6, 8\}$

해설

$$U = \{1, 2, 3, \dots, 9\}$$

$$A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$$

$$n(U) = 9, n(A \cup B) = 9 \text{ 이므로}$$

$$A \cup B = U \dots \textcircled{1}$$

$$n(A \cap B) = 0 \text{ 이므로 } A \cap B = \emptyset \dots \textcircled{2}$$

① 과 ② 에 의하여

$$B = A^c = \{2, 4, 6, 8\}$$

14. 집합 P 에 대하여 $P[x]$ 를

(1) $x \in P$ 이면 $P[x] = \{-x+1, 0, x-1\}$

(2) $x \notin P$ 이면 $P[x] = \{1, x, x^2\}$ 이라고 정의한다.

두 집합 $A = \{x|x \text{는 소수인 자연수}\}$, $B = \{3x-1|x \text{는 자연수}\}$ 일 때, 집합 $(A-B)[2] \cup (B-A)[8]$ 의 원소의 총합을 구하여라. [배점 6, 상중]

▶ 답 :

▶ 정답 : 7

해설

$A = \{x|x \text{는 소수인 자연수}\} = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, \dots\}$

$B = \{3x-1|x \text{는 자연수}\} = \{2, 5, 8, 11, 14, 17, 20, 23, \dots\}$

$2 \notin A-B$ 이므로 $(A-B)[2] = \{1, 2, 4\}$ 이고,

$8 \in B-A$ 이므로 $(B-A)[8] = \{-7, 0, 7\}$ 이다.

따라서

$(A-B)[2] \cup (B-A)[8] = \{-7, 0, 1, 2, 4, 7\}$ 이고,

원소의 총합은 7 이다.

15. 학생 수가 n 명인 학급의 학생 중, 남학생의 집합을

M , 여학생의 집합을 W 라고 하고, 안경을 쓴 학생의

집합을 G , 안경을 쓰지 않은 학생의 집합을 E 라고

하고, 네 집합에 대하여 $n(M \cap G) = a$, $n(M \cap E) = b$

, $n(W \cap G) = c$ 라고 한다. 두 집합 A, B 에 대하여

$A \odot B = (A \cap B^c) \cup (A^c \cap B)$ 이라고 정의할 때,

$n((M \odot E) \odot (W \odot G))$ 의 값을 구하여라.

[배점 6, 상중]

▶ 답 :

▶ 정답 : 0

해설

	M	W
G	a	c
E	b	n-a-b-c

$$n(M \odot E) = a + (n - a - b - c) = n - b - c$$

$$n(W \odot G) = a + (n - a - b - c) = n - b - c$$

$$n(M \odot E) = n(W \odot G) \text{ 이므로,}$$

$$\therefore n((M \odot E) \odot (W \odot G)) = 0$$