

단원 종합 평가

1. $A = \{1, 2, 4\}, B = \{2, 4, 5, 6\}$ 일 때, $A \cap B$ 을 구하면? [배점 3, 하상]

- ① $\{2\}$ ② $\{2, 6\}$ ③ $\{2, 4, 6\}$
 ④ $\{5, 6\}$ ⑤ $\{2, 4\}$

해설

$A \cap B$ 은 A 에도 속하고 B 에도 속하는 공통 부분이므로 $\{2, 4\}$ 이다.

2. 어느 중학교 1 학년 1 반 학생들을 대상으로 과학의 날 행사 참여도를 조사 해보니 상상화 그리기에 참여한 학생이 18 명, 독후감 쓰기에 참여한 학생이 20 명이 었다. 독후감도 쓰고 상상화도 그린 학생은 3 명, 독 후감과 상상화 중 어느 것에도 참여하지 않은 학생이 5 명이였다면 이 반 학생은 모두 몇 명인지 구하여라. [배점 3, 하상]

▶ 답:

▶ 정답: 40명

해설

전체집합을 U , 상상화 그리기에 참여한 학생의 집합을 A , 독후감 쓰기에 참여한 학생의 집합을 B 라 하면

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) = 18 + 20 - 3 = 35, n((A \cup B)^c) = 5 \text{ 이다.}$$

따라서 $n(U) = 35 + 5 = 40$ 이다.

3. 경주는 다음과 같은 내용이 기록된 파일을 각각 아래 컴퓨터 폴더에 분류하여 저장하려고 한다. 다음 파일이 들어갈 폴더를 찾아라.



- A 파일
<100보다 작은 홀수의 모임>
 $1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, \dots, 99$
 B 파일
<1보다 크고 2보다 작은 분수의 모임>
 $\frac{3}{2}, \frac{4}{3}, \frac{5}{4}, \dots$
 C 파일
<2008 베이징 올림픽 채택종목>
수영, 역도, 마라톤, 레슬링, ...

[배점 3, 중하]

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▶ 정답: A 파일 : 유한집합 폴더

▶ 정답: B 파일 : 무한집합 폴더

▶ 정답: C 파일 : 유한집합 폴더

해설

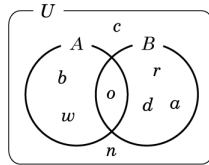
A 파일 : 100보다 작은 홀수의 모임을 집합으로 나타내면 $\{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, \dots, 99\}$ 이므로 유한집합,

B 파일 : 1보다 크고 2보다 작은 분수의 모임을 집합으로 나타내면 $\left\{\frac{3}{2}, \frac{4}{3}, \frac{5}{4}, \dots\right\}$ 이므로 무한 집합,

C 파일 : 2008 베이징 올림픽 채택 종목의 집합으로 나타내면 {수영, 역도, 육상, 레슬링, ..., 마라톤} 이므로 유한집합이다.

따라서 무한집합 폴더에 들어갈 파일은 B 파일이고, 유한집합 폴더에 들어갈 파일은 A 파일과 C 파일이다.

4. 다음 벤 다이어그램을 보고, A^c , B^c , $(A \cup B)^c$ 을 각각 원소나열법으로 나타내어라.



[배점 3, 중하]

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

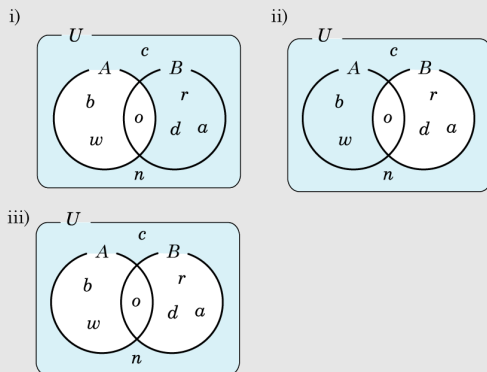
▶ 정답: $A^c = \{a, c, d, n, r\}$

▶ 정답: $B^c = \{b, c, n, w\}$

▶ 정답: $(A \cup B)^c = \{c, n\}$

해설

벤 다이어그램으로 색칠하면 다음과 같다.



5. 두 집합 A , B 에 대하여 $n(A - B) = 3$, $n(B - A) = 5$, $n(A \cup B) = 12$ 일 때, $n(A \cap B)$ 를 구하여라.

[배점 3, 중하]

▶ 답:

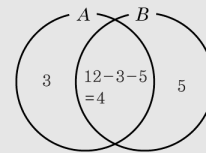
▶ 정답: 4

해설

$$n(A \cup B) = n(A - B) + n(A \cap B) + n(B - A)$$

$$12 = 3 + n(A \cap B) + 5 \quad \therefore n(A \cap B) = 4$$

[별해] 벤 다이어그램의 각 부분에 속하는 원소의 개수를 적어 보면



따라서 $n(A \cap B) = 4$ 이다.

6. 다음 중에서 집합인 것을 모두 고른 것은?

- ㉠ 5의 배수의 모임
- ㉡ 가장 작은 자연수의 모임
- ㉢ 1보다 크고 2보다 작은 자연수의 모임
- ㉣ 50에 가까운 수의 모임
- ㉤ 유명한 축구 선수의 모임

[배점 4, 중중]

- ① ㉠
- ② ㉠, ㉡
- ③ ㉠, ㉡, ㉢, ㉣
- ④ ㉠, ㉡, ㉣, ㉤
- ⑤ ㉠, ㉡, ㉢, ㉣, ㉤

해설

- ㉢ ‘가까운’이란 기준이 명확하지 않아 집합이 아니다.
- ㉤ ‘유명한’이란 기준이 명확하지 않아 집합이 아니다.

7. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 1 \text{보다 크거나 같고, } 10 \text{보다 작은 소수}\}$ 일 때, 다음 중 옳은 것은? (단, 소수는 1과 자기 자신만을 약수로 가지는 수이다.) [배점 4, 중중]

- ① $\{4, 6\} \subset A$
- ② $\{5, 7\} \subset A$
- ③ $\emptyset \in A$
- ④ $2 \notin A$
- ⑤ $9 \in A$

해설

$A = \{2, 3, 5, 7\}$ 이므로

- ① $\{4, 6\} \not\subset A$
- ③ $\emptyset \subset A$
- ④ $2 \in A$
- ⑤ $9 \notin A$

8. 전체집합 $U = \{x \mid x \text{는 } 7 \text{ 이하의 자연수}\}$ 의 세 부분집합 A, B, C 에 대하여

$A = \{1, 2, 3, 6\}, B = \{2, 3, 5\}, C = \{3, 4, 7\}$ 일 때, $(A \cup B) \cap C^c$ 은? [배점 4, 중중]

- ① $\{1\}$
- ② $\{1, 2\}$
- ③ $\{1, 6\}$
- ④ $\{1, 2, 6\}$
- ⑤ $\{1, 2, 5, 6\}$

해설

$U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ 이므로

$(A \cup B) \cap C^c = (A \cup B) - C = \{1, 2, 3, 5, 6\} - \{3, 4, 7\} = \{1, 2, 5, 6\}$ 이다.

9. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $n(U) = 15, n(A - B) = 5, n(A) = 8, n(B^c) = 8$ 일 때, $n(B - A)$ 는? [배점 4, 중중]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$n(A - B) = 5, n(A) = 8$ 이므로 $n(A \cap B) = 3$ 이다.

$n(B^c) = 8$ 이므로 $n(B) = n(U) - n(B^c) = 15 - 8 = 7$ 이다.

따라서 $n(B - A) = n(B) - n(A \cap B) = 7 - 3 = 4$ 이다.

10. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $n(U) = 20, n(A \cup B) = 18, n(A \cap B^c) = 7$ 일 때, $n(A^c \cap B^c)$ 은? [배점 4, 중중]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$n(A^c \cap B^c) = n(A \cup B)^c = n(U) - n(A \cup B) = 20 - 18 = 2$ 이다.

11. 집합 $A = \{\emptyset, 3, 6, \{3, 6\}\}$, $B = \{\emptyset, 3, \{3, 6\}\}$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것을 모두 고르면? [배점 5, 중상]

① $\emptyset \in \emptyset$ ② $\{3, 6\} \in B$
 ③ $6 \in B$ ④ $\{\{3, 6\}\} \subset A$
 ⑤ $B \subset A$

해설

① $\emptyset \in \{\emptyset\}$ 이고 $\emptyset \notin \emptyset, \emptyset \subset \emptyset$ 이다.

② B 의 원소는 $\emptyset, 3, \{3, 6\}$ 이므로 $\{3, 6\} \in B$ 이다.

③ $6 \notin B$

12. 두 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } a \text{의 약수}\}$, $B = \{2, 4, b, c\}$ 에 대하여 $A = B$ 일 때, $a + b + c$ 의 값을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 17

해설

a 는 2 와 4 의 배수이면서 약수의 개수가 4 개 인 수이므로 8 이다.

$\therefore b = 1, c = 8$ 또는 $b = 8, c = 1$

$\therefore a + b + c = 8 + 1 + 8 = 17$

13. 두 집합 $A = \{x|x \text{는 } 7\text{미만의 자연수}\}$, $B = \{2, 3, 7, 8\}$ 에 대하여 $(B-A) \cup X = X$, $(A \cup B) \cap X = X$ 를 만족하는 집합 X 의 개수를 구하여라.

[배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 64개

해설

$A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, $B = \{2, 3, 7, 8\}$
 $(B-A) \cup X = X$ 이므로 $(B-A) \subset X$,
 $(A \cup B) \cap X = X$ 이므로 $X \subset (A \cup B)$,
 $\{7, 8\} \subset X \subset \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$,
따라서, 집합 X 는 $A \cup B$ 의 부분집합 중 원소 7, 8을 반드시 포함하는 집합이므로
 $2^{8-2} = 2^6 = 64$ (개)이다.

14. 집합 P 에 대하여 $[A] = \{P|P \subset A\}$ 로 정의한다.
 $A = \{x, y, z\}$ 일 때, 집합 $[A]$ 를 원소나열법으로 나타내어라.

[배점 5, 상하]

▶ 답:

▷ 정답: $[A] = \{\emptyset, \{x\}, \{y\}, \{z\}, \{x, y\}, \{y, z\}, \{z, x\}, \{x, y, z\}\}$

해설

$[A] = \{P|P \subset A\}$ 라는 정의를 살펴보면 P 는 집합 A 의 부분집합이다.
따라서 $[A]$ 는 집합 A 의 부분집합들을 원소로 가진다.
 $\therefore [A] = \{\emptyset, \{x\}, \{y\}, \{z\}, \{x, y\}, \{y, z\}, \{z, x\}, \{x, y, z\}\}$

15. 집합 $A_N = \{x|x \text{는 } N \text{의 약수}\}$ 로 정의한다. A_N 의 진부분집합의 개수가 7개일 때, N 의 최솟값을 구하여라.

[배점 5, 상하]

▶ 답:

▷ 정답: 4

해설

A_N 의 진부분집합의 개수가 7개라면,
 A_N 의 부분집합의 개수는 8개이다.
원소의 개수가 n 개인 부분집합의 개수 $= 2^n$
집합 A_N 의 원소의 개수는 3개이다.
 N 의 약수의 개수가 3개가 되려면 N 은 소수의 제곱수이어야 한다.
따라서 가장 작은 소수인 2의 제곱수인 4가 N 의 최솟값이다.