

단원 종합 평가

1. 전체집합 $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 의 두 부분집합 $A = \{2, 4, 5\}$, $B = \{2, 3, 5\}$ 에 대하여 $(A \cap B) \subset X \subset U$ 를 만족하는 집합 X 의 개수는? [배점 3, 중하]

- ① 1개 ② 2개 ③ 4개
 ④ 8개 ⑤ 16개

해설

$A \cap B = \{2, 5\}$ 이므로, 집합 X 는 원소 2, 5를 포함하는 $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 의 부분집합이다. 따라서 X 의 개수는 U 에서 원소 2, 5를 뺀 $\{1, 3, 4\}$ 의 부분집합의 개수와 같으므로 $2 \times 2 \times 2 = 8(\text{개})$ 이다.

2. 다음 표는 역대 올림픽에서 우리나라가 획득한 메달 수를 집계 한 것이다. 다음 물음에 답하여라.

연도	개최지	금	은	동	합계
1948	런던	0	0	2	2
1952	헬싱키	0	0	2	2
1956	멜버른	0	1	1	2
1964	도쿄	0	2	1	3
1968	멕시코시티	0	1	1	2
1972	뮌헨	0	1	0	1
1976	몬트리올	1	1	4	6
1984	로스앤젤레스	6	6	7	19
1988	서울	12	10	11	33
1992	바르셀로나	12	5	12	29
1996	애틀랜타	7	15	5	27
2000	시드니	8	10	10	28
2004	아테네	9	12	9	30
2008	베이징	13	10	8	31

메달을 30개 이상 획득한 대회 개최 도시의 집합을 A , 메달을 20개 이상 획득한 대회 개최 도시의 집합을 B 라 할 때, 다음 안에 알맞은 말은?

A 는 B 의 이다.

[배점 3, 중하]

- ① 부분집합 ② 진부분집합
 ③ 원소 ④ 같은 집합
 ⑤ 답 없음

해설

메달을 30개 이상 획득한 개최 도시를 표에서 구하면

$A = \{\text{서울, 아테네, 베이징}\}$ 이다.

메달을 20개 이상 획득한 개최 도시는

$B = \{\text{서울, 바르셀로나, 애틀랜타, 시드니, 아테네, 베이징}\}$ 이다.

위에서 $A \subset B, A \neq B$ 이므로 안에 알맞은 말은 진부분집합이다.

3. 두 집합 $B = \{x \mid x \text{는 } 4 \text{의 배수}\}$, $A = \{x \mid x \text{는 } 8 \text{의 배수}\}$ 일 때, $A - B$ 를 구하여라.

[배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: \emptyset

해설

$A \subset B$ 이므로 $A - B = \emptyset$ 이다.

4. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2 개)

[배점 4, 중중]

① $n(\{2\}) < n(\{3\})$

② $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{1, 2\}$ 이면 $n(A) - n(B) = 3$ 이다.

③ $n(A) = 0$ 이면 $A = \emptyset$ 이다.

④ $n(\{50\}) - n(\{40\}) = 10$

⑤ $A = \{x \mid x \text{는 } 8 \text{의 약수}\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 9 \text{보다 작은 홀수}\}$ 이면 $n(A) = n(B)$ 이다.

해설

① $n(\{2\}) = n(\{3\}) = 1$

② $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{1, 2\}$ 이면 $n(A) - n(B) = 3 - 2 = 1$ 이다.

④ $n(\{50\}) - n(\{40\}) = 1 - 1 = 0$

⑤ $A = \{1, 2, 4, 8\}$, $B = \{1, 3, 5, 7\}$ 이므로 $n(A) = n(B) = 4$

5. 다음 보기 중 집합인 것은 모두 몇 개인가?

보기

- ㉠ 4 보다 작은 자연수의 모임
- ㉡ 피아노를 잘 치는 사람의 모임
- ㉢ 1 보다 크고 2 보다 작은 자연수의 모임
- ㉣ 7 의 배수의 모임
- ㉤ 수 30341 에 나타나 있는 숫자의 모임

[배점 4, 중중]

① 1 개

② 2 개

③ 3 개

④ 4 개

⑤ 5 개

해설

㉡ ‘잘치는’ 이란 기준이 명확하지 않아 집합이 아니다.

6. 다음 중 옳지 않은 것을 모두 고르면? (정답 3개)

[배점 4, 중중]

- ① $A = \emptyset$ 이면 $n(A) = 0$ 이다.
- ② $B \subset A$ 이면 $n(B) < n(A)$ 이다.
- ③ $A = B$ 이면 $n(A) = n(B)$ 이다.
- ④ $n(A) = n(B)$ 이면 $A = B$ 이다.
- ⑤ $A = \{0\}$ 이면 $n(A) = 0$ 이다.

해설

- ② $B \subset A$ 이면 $n(B) \leq n(A)$
- ④ 예를 들면 $A = \{0\}$, $B = \{1\}$ 이면 $n(A) = n(B) = 1$ 이지만 $A \neq B$
- ⑤ $A = \{0\}$ 이면 $n(A) = 1$

7. 다음 중에서 옳은 것을 모두 고르면?

[배점 5, 중상]

- ① $A = B$ 이면 $A \subset B$, $B \subset A$
- ② $n(A) = n(B)$ 이면 $A = B$
- ③ $A \subset B$ 이면 $n(A) < n(B)$
- ④ $A = B$ 이면 $n(A) = n(B)$
- ⑤ $n(\{1, 2, 3, 4\}) - n(\{1, 2, 3\}) = 4$

해설

- ② $A = \{1, 2\}$, $B = \{3, 4\}$ 이면 $n(A) = n(B)$ 이지만 $A \neq B$
- ③ $A = B$ 이면 $A \subset B$ 이지만 $n(A) < n(B)$ 가 아닌 $n(A) = n(B)$
- ⑤ $n(\{1, 2, 3, 4\}) = 4$
 $n(\{1, 2, 3\}) = 3$
 $4 - 3 = 1$

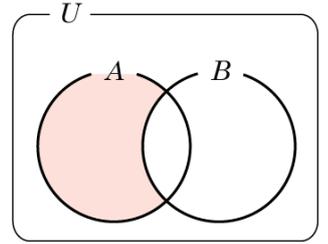
8. 다음 집합 중에서 무한집합이 아닌 것을 모두 구하면?
[배점 5, 중상]

- ① $\{x \mid x \text{는 자연수 부분이 1인 대분수}\}$
- ② $\{x \mid x \text{는 3보다 작은 3의 배수}\}$
- ③ $\{x \mid 2 < x < 5 \text{인 수}\}$
- ④ $\{x \mid 2 < x < 5 \text{인 정수}\}$
- ⑤ $\{x \mid x = 4n - 5, n \text{은 자연수}\}$

해설

- ① $\left\{1\frac{1}{2}, 1\frac{1}{3}, 1\frac{2}{3}, \dots\right\} \Rightarrow$ 무한집합
- ② $\emptyset \Rightarrow$ 유한집합
- ③ 무한집합
- ④ $\{3, 4\} \Rightarrow$ 유한집합
- ⑤ $\{-1, 3, 7, 11, \dots\} \Rightarrow$ 무한집합

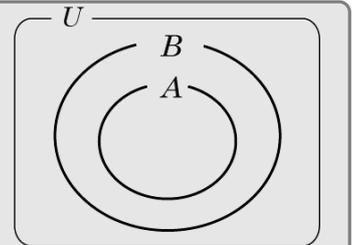
9. 전체집합 U 의 두 부분 집합 A, B 에 대하여 다음 그림과 같이 벤 다이어그램을 그린 후 원소를 써 넣어 보았더니 색칠한 부분에는 원소가 하나도 없었다. 다음 중 항상 옳은 것은? [배점 5, 중상]



- ① $B \subset A$
- ② $n(A) < n(B)$
- ③ $A \cup B = B$
- ④ $B - A = \emptyset$
- ⑤ $A^c \subset B^c$

해설

벤 다이어그램에서 색칠한 부분이 공집합이므로 집합 A 는 집합 B 에 포함된다. 따라서 $A \cup B = B$ 가 항상 성립한다.



10. 전체집합 $U = \{x \mid x \text{는 } 20 \text{ 이하의 자연수}\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $n(U) = 50, n(A \cup B) = 38, n(A \cap B) = 9, n(B - A) = 16$ 일 때, $n((A - B)^C)$ 을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: $n((A - B)^C) = 37$

해설

$$\begin{aligned} n(A - B) &= n(A \cup B) - n(A \cap B) - n(B - A) \\ &= 38 - 9 - 16 \\ &= 13 \\ n((A - B)^C) &= n(U) - n(A - B) = 50 - 13 = 37 \end{aligned}$$

11. 세 집합 A, B, C 에 대하여

$n(A) = 40, n(B) = 24, n(C) = 16, n(A \cup B) = 50,$
 $n(B \cap C) = 10, A \cap C = \emptyset$ 일 때,
 $n(A \cup B \cup C) + 2 \times n(A \cap B \cap C)$ 의 값을 구하여라. [배점 5, 중상]

해설

$$\begin{aligned} n(A \cup B \cup C) &= n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) \\ &\quad - n(B \cap C) - n(A \cap C) + n(A \cap B \cap C) \\ A \cap C &= \emptyset \text{ 이므로 } A \cap B \cap C = \emptyset \text{ 이 된다.} \\ n(A) + n(B) - n(A \cap B) &= n(A \cup B) \text{ 이고} \\ A \cap B \cap C &= \emptyset \text{ 이므로 } n(A \cap B) = 40 + 24 - 50 = 14 \\ \therefore n(A \cup B \cup C) &= 40 + 24 + 16 - 14 - 10 - 0 + 0 = 56 \\ \text{따라서 정답은 } &56 + 2 \times 0 = 56 \end{aligned}$$

12. 집합 $S = \{a, \{a\}, \{a, b\}, b, \{c\}, c, d\}$ 일 때, 다음 중 옳은 것만 골라라.

- ㉠ $\{a\} \subset S$
- ㉡ $\{b\} \in S$
- ㉢ $\{b, c, d\} \in S$
- ㉣ $c \in S, d \in S$
- ㉤ $\{c, d\} \subset S$
- ㉥ $S \subset \{a, b, c, d\}$

[배점 5, 상하]

해설

집합 S 는 집합 안에 또 다른 집합을 원소로 가진 집합이다. 따라서 집합 S 의 원소는

$\{a, \{a\}, \{a, b\}, b, \{c\}, c, d\}$ 가 된다.

㉠ $\{a\} \subset S \rightarrow \{a\}$ 는 집합 S 의 원소이므로 옳다.

㉡ $\{b\} \in S \rightarrow b$ 는 집합 S 의 원소이지만 $\{b\}$ 는 집합 S 의 원소가 아니다.

㉢ $\{b, c, d\} \in S \rightarrow b, c, d$ 는 모두 집합 S 의 원소이므로 $\{b, c, d\} \subset S$ 가 되어야 한다.

㉣ $c \in S, d \in S \rightarrow c, d$ 는 집합 S 의 원소이므로 옳다.

㉤ $\{c, d\} \subset S \rightarrow c, d$ 는 집합 S 의 원소이고 $\{c, d\}$ 는 집합 S 의 부분집합이 되므로 옳다.

㉥ $S \subset \{a, b, c, d\} \rightarrow$ 집합 S 는 $\{a, b, c, d\}$ 의 부분집합이 될 수 없다.

따라서 옳은 것은 ㉠, ㉣, ㉤이다.

13. 두 집합 $A = \{1, 3, 5\}$, $B = \{2, 4, 6\}$ 에 대하여 집합 $C = \{ab | a \in A, b \in B\}$ 일 때, 집합 C 의 원소의 개수를 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답:

▷ 정답: 8개

해설

$A = \{1, 3, 5\}$, $B = \{2, 4, 6\}$ 이고 집합 $C = \{ab | a \in A, b \in B\}$ 라면, 집합 A, B 의 원소를 하나씩 서로 곱한 값이 집합 C 의 원소가 된다.
따라서 집합 $C = \{2, 4, 6, 10, 12, 18, 20, 30\}$ 이므로 $n(C) = 8$

14. 두 집합 $A = \{4, 3a, \frac{3}{a} + 1\}$, $B = \{a, a + 1, 4a - 3\}$ 에 대하여 $A - B = \{2\}$ 일 때, A 의 값을 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답:

▷ 정답: 3

해설

$A - B = \{2\}$ 이므로 2는 A 의 원소이다.
(i) $3a = 2$ 이면 $a = \frac{2}{3}$
 $A = \{\frac{11}{9}, 2, 4\}$, $B = \{-\frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{5}{3}\}$
 $A - B = A$ 이므로 문제의 조건과 맞지 않는다.
(ii) $\frac{a}{3} + 1 = 2$ 이면 $a = 3$
 $A = \{2, 4, 9\}$, $B = \{3, 4, 9\}$
 $A - B = \{2\}$ 이므로 문제의 조건에 적합
 $\therefore a = 3$

15. 중학생 120 명을 대상으로 수학, 과학, 영어 중 자신 있어 하는 과목을 선택하게 하였더니, 수학을 선택한 학생은 33 명, 과학을 선택한 학생은 40 명, 영어를 선택한 학생은 36 명이였다. 또, 두 과목을 선택한 학생은 모두 34 명, 세 과목을 모두 선택한 학생은 9 명이였다. 세 과목 중 어떤 과목도 선택하지 않은 학생 수를 구하여라. [배점 6, 상중]

▶ 답:

▷ 정답: 63명

해설

중학생 전체의 집합을 U , 수학을 선택한 학생의 집합을 A , 과학을 선택한 학생의 집합을 B , 영어를 선택한 학생의 집합을 C 라 하면,
두 과목을 선택한 학생 수는 $n(A \cap B) + n(B \cap C) + n(C \cap A) - 3n(A \cap B \cap C)$,
세 과목을 모두 선택한 학생 수는 $n(A \cap B \cap C)$,
세 과목 중 어떤 과목도 선택하지 않은 학생 수는 $n((A \cup B \cup C)^c)$,
 $n(U) = 120, n(A) = 33, n(B) = 40, n(C) = 36, n(A \cap B \cap C) = 9$,
 $n(A \cap B) + n(B \cap C) + n(C \cap A) - 3n(A \cap B \cap C) = 34$ 이므로,
 $n(A \cap B) + n(B \cap C) + n(C \cap A) = 34 + 27 = 61$,
 $n(A \cup B \cup C)$
 $= n(A) + n(B) + n(C) - (n(A \cap B) + n(B \cap C) + n(C \cap A)) + n(A \cap B \cap C)$
 $= 33 + 40 + 36 - 61 + 9 = 57$
 $\therefore n((A \cup B \cup C)^c) = n(U) - n(A \cup B \cup C) = 120 - 57 = 63$