

단원 종합 평가

1. 두 집합 A, B 에 대하여 $n(A - B) = 3$, $n(B - A) = 5$, $n(A \cup B) = 12$ 일 때, $n(A \cap B)$ 를 구하여라.

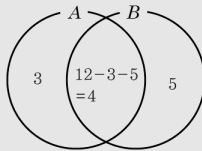
[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 4

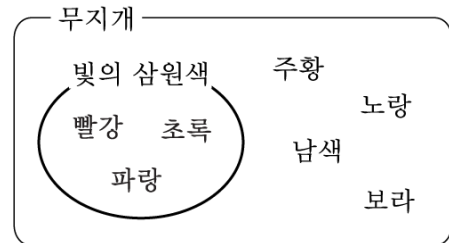
해설

$n(A \cup B) = n(A - B) + n(A \cap B) + n(B - A)$
 $12 = 3 + n(A \cap B) + 5 \quad \therefore n(A \cap B) = 4$
 [별해] 벤 다이어그램의 각 부분에 속하는 원소의 개수를 적어 보면



따라서 $n(A \cap B) = 4$ 이다.

2. 다음은 무지개 색상과 빛의 삼원색을 나타낸 것이다. 빛의 삼원색을 집합 A 라고 하자. $\{\text{파랑}, \text{㉠}\} \subset A$ 일 때, ㉠이 될 수 있는 색을 모두 구하여라.



[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : 빨강

▶ 정답 : 초록

해설

집합 A 를 원소나열법으로 나타내면

$A = \{\text{빨강, 파랑, 초록}\}$ 이다.

따라서 $\{\text{파랑}, \text{㉠}\} \subset A$ 는 A 의 부분집합을 나타내므로 ㉠은 빨강 또는 초록이다.

3. 두 집합 C, D 에 대하여 $n(C) = 12$, $n(D) = 8$
 $n(C \cap D) = 4$ 일 때, $n(C \cup D)$ 는? [배점 4, 중중]

① 15 ② 16 ③ 17 ④ 18 ⑤ 19

해설

$$\begin{aligned} n(C \cup D) &= n(C) + n(D) - n(C \cap D) \\ &= 12 + 8 - 4 = 16 \end{aligned}$$

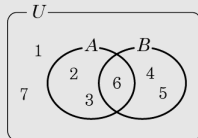
4. 전체집합 $U = \{x | x \text{는 } 8 \text{보다 작은 자연수}\}$ 의 두 부분 집합 A, B 에 대하여

$A - B = \{2, 3\}, B - A = \{4, 5\}, A \cap B = \{6\}$ 일 때, $A^c \cap B^c$ 은? [배점 4, 중중]

- ① $\{1, 7\}$ ② $\{7, 8\}$ ③ $\{1, 5, 8\}$
④ $\{1, 5, 8\}$ ⑤ $\{1, 7, 8\}$

해설

$U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ 이므로 $(A \cup B)^c = (\{2, 3, 4, 5, 6\})^c = \{1, 7\}$ 이다.



5. 집합 $A = \{0, 2, \{4\}, \{6, 8\}, \emptyset\}$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?. [배점 4, 중중]

- ① $\emptyset \in A$ ② $\{0, 2, \{4\}\} \subset A$
③ $n(A) = 5$ ④ $\{4\} \subset A$
⑤ $\{6, 8\} \in A$

해설

- ④ $\{4\} \in A$

6. 다음 중에서 옳은 것을 모두 고르면?

[배점 5, 중상]

- ① $A = B$ 이면 $A \subset B, B \subset A$
② $n(A) = n(B)$ 이면 $A = B$
③ $A \subset B$ 이면 $n(A) < n(B)$
④ $A = B$ 이면 $n(A) = n(B)$
⑤ $n(\{1, 2, 3, 4\}) - n(\{1, 2, 3\}) = 4$

해설

- ② $A = \{1, 2\}, B = \{3, 4\}$ 이면
 $n(A) = n(B)$ 이지만 $A \neq B$
③ $A = B$ 이면 $A \subset B$ 이지만
 $n(A) < n(B)$ 가 아닌 $n(A) = n(B)$
⑤ $n(\{1, 2, 3, 4\}) = 4$
 $n(\{1, 2, 3\}) = 3$
 $4 - 3 = 1$

7. 진수네 반에서 동생이 있는 학생은 모두 25 명이다. 이 중에서 남동생이 있는 학생이 18 명, 여동생이 있는 학생이 15 명이었다. 남동생과 여동생이 모두 있는 학생은 몇 명인지 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답:

▶ 정답: 8 명

해설

남동생과 여동생이 있는 집합을 각각 A, B 라 하면

$$n(A) = 18, n(B) = 15, n(A \cup B) = 25$$

$$n(A \cap B) = 18 + 15 - 25 = 8$$

8. 집합 $A = \{x|x \text{는 } 15 \text{의 약수}\}$, $B = \{x|x \text{는 } 9 \text{의 약수}\}$ 에 대하여 $(A \cup B) \cap X = X$, $(A \cap B) \cup X = X$ 를 만족하는 집합 X 의 개수를 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 8개

해설

$A = \{1, 3, 5, 15\}$, $B = \{1, 3, 9\}$ 이므로
 $A \cap B = \{1, 3\}$
 $A \cup B = \{1, 3, 5, 9, 15\}$
 $(A \cup B) \cap X = X$ 이므로 $X \subset (A \cup B)$
 $(A \cap B) \cup X = X$ 이므로 $(A \cap B) \subset X$
 $\therefore (A \cap B) \subset X \subset (A \cup B)$
 X 는 원소 1, 3을 포함하는
 $\{1, 3, 5, 9, 15\}$ 의 부분집합이므로
(집합 X 의 갯수) $= 2^{5-2} = 2^3 = 8(\text{개})$

9. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A - B = \emptyset$ 이 되는 경우를 모두 고르면? [배점 5, 중상]

① $A^c \subset B^c$

② $A = B$

③ $A \cup B = B$

④ $A \cap B = B$

⑤ $B - A = \emptyset$

해설

① $A^c \subset B^c$ 이면 $B \subset A$ 이므로 $A - B \neq \emptyset$
② $A = B$ 이면 $A - B = \emptyset$
③ $A \cup B = B$ 이면 $A \subset B$ 이므로 $A - B = \emptyset$
④ $A \cap B = B$ 이면 $B \subset A$ 이므로 $A - B \neq \emptyset$
⑤ $B - A = \emptyset$ 이면 $B \subset A$ 이므로 $A - B \neq \emptyset$

10. 전체집합 $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A = \{1, 3, 5\}$ 이고 $A \cap B \neq \emptyset$ 일 때, 집합 B 의 개수를 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답:

▷ 정답: 28개

해설

$A \cap B \neq \emptyset$ 이므로 집합 B 는 적어도 A 의 원소를 한 개 이상 가지고 있는 전체집합의 부분집합이므로
(집합 B 의 갯수) $= (U \text{의 부분집합의 갯수}) - (A \text{의 원소를 포함하지 않는 } U \text{의 부분집합의 갯수})$
 $= 2^5 - 2^{5-3}$
 $= 2^5 - 2^2$
 $= 32 - 4 = 28(\text{개})$

11. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $n(A) = 34$, $n(B) = 15$, $n(A^c \cap B^c) = 7$ 일 때, $n(U)$ 의 최대값과 최소값을 각각 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 최대값은 56

▷ 정답 : 최소값은 41

해설

$n(A^c \cap B^c) = n((A \cup B)^c) = 7$,
 $n(A) = 34$, $n(B) = 15$ 이므로,
 $0 \leq n(A \cap B) \leq 15$ 이고,
 $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) = 49 - n(A \cap B)$
따라서 $n(A \cup B)$ 의 최대값과 최소값은 각각 49, 34 이므로
 $n(U)$ 의 최대값은 $49 + 7 = 56$, 최소값은 $34 + 7 = 41$

12. $n(A) = 3$ 인 집합 A 에 대하여 집합 $P = \{X | X \subset A\}$ 일 때, 집합 P 의 부분집합 중 공집합을 뺀 나머지의 개수를 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 255 개

해설

집합 P 는 집합 A 의 모든 부분집합을 원소로 가지므로
 $n(P) = 2^3 = 8$,
따라서 집합 P 의 부분집합 중 공집합을 뺀 나머지의 개수는 $2^8 - 1 = 255$ (개)

13. 집합 $S = \{a, \{a\}, \{a, b\}, b, \{c\}, c, d\}$ 일 때, 다음 중 옳은 것만 골라라.

㉠ $\{a\} \subset S$

㉡ $\{b\} \in S$

㉢ $\{b, c, d\} \in S$

㉣ $c \in S, d \in S$

㉤ $\{c, d\} \subset S$

㉥ $S \subset \{a, b, c, d\}$

[배점 5, 상하]

해설

집합 S 는 집합 안에 또 다른 집합을 원소로 가진 집합이다. 따라서 집합 S 의 원소는

$\{a, \{a\}, \{a, b\}, b, \{c\}, c, d\}$ 가 된다.

㉠ $\{a\} \subset S \rightarrow \{a\}$ 는 집합 S 의 원소이므로 옳다.

㉡ $\{b\} \in S \rightarrow b$ 는 집합 S 의 원소이지만 $\{b\}$ 는 집합 S 의 원소가 아니다.

㉢ $\{b, c, d\} \in S \rightarrow b, c, d$ 는 모두 집합 S 의 원소이므로 $\{b, c, d\} \subset S$ 가 되어야 한다.

㉣ $c \in S, d \in S \rightarrow c, d$ 는 집합 S 의 원소이므로 옳다.

㉤ $\{c, d\} \subset S \rightarrow c, d$ 는 집합 S 의 원소이고 $\{c, d\}$ 는 집합 S 의 부분집합이 되므로 옳다.

㉥ $S \subset \{a, b, c, d\} \rightarrow$ 집합 S 는 $\{a, b, c, d\}$ 의 부분집합이 될 수 없다.

따라서 옳은 것은 ㉠, ㉣, ㉤이다.

14. 학생 수가 n 명인 학급의 학생 중, 남학생의 집합을 M , 여학생의 집합을 W 라고 하고, 안경을 쓴 학생의 집합을 G , 안경을 쓰지 않은 학생의 집합을 E 라고 하고, 네 집합에 대하여 $n(M \cap G) = a$, $n(M \cap E) = b$, $n(W \cap G) = c$ 라고 한다. 두 집합 A, B 에 대하여 $A \odot B = (A \cap B^c) \cup (A^c \cap B)$ 이라고 정의할 때, $n((M \odot E) \odot (W \odot G))$ 의 값을 구하여라.

[배점 6, 상중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

	M	W
G	a	c
E	b	n-a-b-c

$$\begin{aligned} n(M \odot E) &= a + (n - a - b - c) = n - b - c \\ n(W \odot G) &= a + (n - a - b - c) = n - b - c \\ n(M \odot E) &= n(W \odot G) \text{ 이므로,} \\ \therefore n((M \odot E) \odot (W \odot G)) &= 0 \end{aligned}$$

15. 전체집합 $U = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A = \{1, 9\}$, $A - (A - B) = \{1\}$ 을 만족하는 집합 B 의 개수를 구하여라. [배점 6, 상중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 8 개

해설

$$\begin{aligned} A - (A - B) &= A \cap (A \cap B^c)^c \\ &= A \cap (A^c \cup B) = (A \cap A^c) \cup (A \cap B) \\ &= (A \cap B) = \{1\} \\ A &= \{1, 9\}, (A \cap B) = \{1\}, U = \{1, 3, 5, 7, 9\} \\ &\text{을 만족하는} \\ \text{집합 } B &\text{는 원소 1 을 반드시 포함하고 원소 9 를} \\ &\text{반드시 포함하지 않으므로} \\ \text{집합 } B &\text{의 개수는 } 2^3 = 8(\text{개}) \end{aligned}$$