단원 종합 평가

1. 두 집합 A, B 에 대하여 $n(A-B)=3$, $n(B-A)=5$, $n(A\cup B)=12$ 일 때, $n(A\cap B)$ 를 구하여라.

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

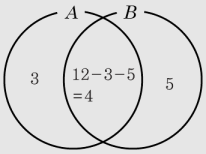
▷ 정답 : 4

해설

$n(A\cup B)=n(A-B)+n(A\cap B)+n(B-A)$

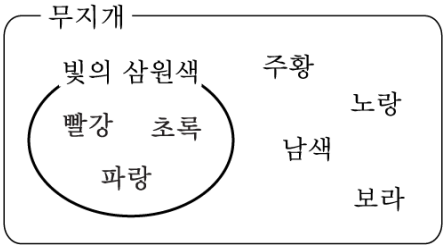
$12=3+n(A\cap B)+5 \quad \therefore\ n(A\cap B)=4$

[별해] 벤 다이어그램의 각 부분에 속하는 원소의 개수를 적어 보면



따라서 $n(A\cap B)=4$ 이다.

2. 다음은 무지개 색상과 빛의 삼원색을 나타낸 것이다. 빛의 삼원색을 집합 A 라고 하자. $\{$파랑, ㉠$\}\subset A$ 일 때, ㉠이 될 수 있는 색을 모두 구하여라.



[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 빨강

▷ 정답 : 초록

해설

집합 A 를 원소나열법으로 나타내면

$A=\{$빨강, 파랑, 초록$\}$ 이다.

따라서 $\{$파랑, ㉠$\}\subset A$ 는 A 의 부분집합을 나타내므로 ㉠은 빨강 또는 초록이다.

3. 두 집합 C, D 에 대하여 $n(C)=12$, $n(D)=8$ $n(C\cap D)=4$ 일 때, $n(C\cup D)$ 는? [배점 4, 중중]

① 15 ② 16 ③ 17 ④ 18 ⑤ 19

해설

$n(C\cup D)=n(C)+n(D)-n(C\cap D)$

$=12+8-4=16$

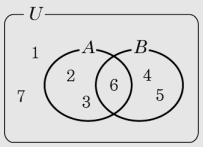
4. 전체집합 $U = \{x | x$는 8보다 작은 자연수$\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A - B = \{2, 3\}, B - A = \{4, 5\}, A \cap B = \{6\}$ 일 때, $A^c \cap B^c$ 은? [배점 4, 중중]

① $\{1, 7\}$ ② $\{7, 8\}$ ③ $\{1, 5, 8\}$

④ $\{1, 5, 8\}$ ⑤ $\{1, 7, 8\}$

해설

$U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ 이므로 $(A \cup B)^c = (\{2, 3, 4, 5, 6\})^c = \{1, 7\}$ 이다.



5. 집합 $A = \{0,\ 2,\ \{4\},\ \{6,\ 8\},\ \varnothing\}$ 일 때, 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?. [배점 4, 중중]

① $\varnothing \in A$ ② $\{0,\ 2,\ \{4\}\} \subset A$

③ $n(A) = 5$ ④ $\{4\} \subset A$

⑤ $\{6,\ 8\} \in A$

해설

④ $\{4\} \in A$

6. 다음 중에서 옳은 것을 모두 고르면? [배점 5, 중상]

① $A = B$ 이면 $A \subset B,\ B \subset A$

② $n(A) = n(B)$ 이면 $A = B$

③ $A \subset B$ 이면 $n(A) < n(B)$

④ $A = B$ 이면 $n(A) = n(B)$

⑤ $n(\{1,\ 2,\ 3,\ 4\}) - n(\{1,\ 2,\ 3\}) = 4$

해설

② $A = \{1,\ 2\},\ B = \{3,\ 4\}$ 이면
$n(A) = n(B)$ 이지만 $A \neq B$
③ $A = B$ 이면 $A \subset B$ 이지만
$n(A) < n(B)$가 아닌 $n(A) = n(B)$
⑤ $n(\{1,\ 2,\ 3,\ 4\}) = 4$
$n(\{1,\ 2,\ 3\}) = 3$
$4 - 3 = 1$

7. 진수네 반에서 동생이 있는 학생은 모두 25 명이다. 이 중에서 남동생이 있는 학생이 18 명, 여동생이 있는 학생이 15 명이었다. 남동생과 여동생이 모두 있는 학생은 몇 명인지 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 8 명

해설

남동생과 여동생이 있는 집합을 각각 $A,\ B$ 라 하면
$n(A) = 18,\ n(B) = 15,\ n(A \cup B) = 25$
$n(A \cap B) = 18 + 15 - 25 = 8$

8. 집합 $A = \{x|x\text{는 } 15\text{의 약수}\}$, $B = \{x|x\text{는 } 9\text{의 약수}\}$ 에 대하여 $(A \cup B) \cap X = X$, $(A \cap B) \cup X = X$ 를 만족하는 집합 X 의 개수를 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 8 개

해설

$A = \{1, 3, 5, 15\}, B = \{1, 3, 9\}$ 이므로
$A \cap B = \{1, 3\}$
$A \cup B = \{1, 3, 5, 9, 15\}$
$(A \cup B) \cap X = X$ 이므로 $X \subset (A \cup B)$
$(A \cap B) \cup X = X$ 이므로 $(A \cap B) \subset X$
$\therefore (A \cap B) \subset X \subset (A \cup B)$
X 는 원소 1, 3 을 포함하는
{1, 3, 5, 9, 15} 의 부분집합이므로
(집합 X의 갯수) $= 2^{5-2} = 2^3 = 8$(개)

9. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A - B = \varnothing$ 이 되는 경우를 모두 고르면? [배점 5, 중상]

① $A^c \subset B^c$ ② $A = B$

③ $A \cup B = B$ ④ $A \cap B = B$

⑤ $B - A = \varnothing$

해설

①$A^c \subset B$ 이면 $B \subset A$ 이므로 $A - B \neq \varnothing$
②$A = B$ 이면 $A - B = \varnothing$
③$A \cup B = B$ 이면 $A \subset B$ 이므로 $A - B = \varnothing$
④$A \cap B = B$ 이면 $B \subset A$ 이므로 $A - B \neq \varnothing$
⑤$B - A = \varnothing$ 이면 $B \subset A$ 이므로 $A - B \neq \varnothing$

10. 전체집합 $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A = \{1, 3, 5\}$ 이고 $A \cap B \neq \varnothing$ 일 때, 집합 B 의 개수를 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답:

▷ 정답: 28 개

해설

$A \cap B \neq \varnothing$ 이므로 집합 B 는 적어도 A 의 원소를 한 개 이상 가지고 있는 전체집합의 부분집합이므로
(집합 B의 갯수) = (U의 부분집합의 갯수) –
(A의 원소를 포함하지 않는 U의 부분집합의 갯수)
$= 2^5 - 2^{5-3}$
$= 2^5 - 2^2$
$= 32 - 4 = 28$(개)

11. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $n(A) = 34,\ n(B) = 15,\ n(A^c \cap B^c) = 7$ 일 때, $n(U)$ 의 최대값과 최소값을 각각 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 최대값은 56

▷ 정답 : 최소값은 41

해설

$n(A^c \cap B^c) = n((A \cup B)^c) = 7$,
$n(A) = 34,\ n(B) = 15$ 이므로,
$0 \le n(A \cap B) \le 15$ 이고,
$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) = 49 - n(A \cap B)$
따라서 $n(A \cup B)$ 의 최대값과 최소값은 각각 49 , 34 이므로
$n(U)$ 의 최대값은 $49+7 = 56$, 최소값은 $34+7 = 41$

12. $n(A) = 3$ 인 집합 A 에 대하여 집합 $P = \{X | X \subset A\}$ 일 때, 집합 P 의 부분집합 중 공집합을 뺀 나머지의 개수를 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 255 개

해설

집합 P 는 집합 A 의 모든 부분집합을 원소로 가지므로
$n(P) = 2^3 = 8$,
따라서 집합 P 의 부분집합 중 공집합을 뺀 나머지의 개수는 $2^8 - 1 = 255$ (개)

13. 집합 $S = \{a,\ \{a\},\ \{a,\ b\},\ b,\ \{c\},\ c,\ d\}$ 일 때, 다음 중 옳은 것만 골라라.

㉠ $\{a\} \subset S$

㉡ $\{b\} \in S$

㉢ $\{b,\ c,\ d\} \in S$

㉣ $c \in S,\ d \in S$

㉤ $\{c,\ d\} \subset S$

㉥ $S \subset \{a,\ b,\ c,\ d\}$

[배점 5, 상하]

해설

집합 S 는 집합 안에 또 다른 집합을 원소로 가진 집합이다. 따라서 집합 S 의 원소는
$\{a,\ \{a\},\ \{a,\ b\},\ b,\ \{c\},\ c,\ d\}$ 가 된다.
㉠ $\{a\} \subset S \rightarrow \{a\}$ 는 집합 S 의 원소이므로 옳다.
㉡ $\{b\} \in S \rightarrow b$ 는 집합 S 의 원소이지만 $\{b\}$ 는 집합 S 의 원소가 아니다.
㉢ $\{b,c,d\} \in S \rightarrow b,c,d$ 는 모두 집합 S 의 원소이므로 $\{b,c,d\} \subset S$ 가 되어야 한다.
㉣ $c \in S, d \in S \rightarrow c,d$ 는 집합 S 의 원소이므로 옳다.
㉤ $\{c,d\} \subset S \rightarrow c,d$ 는 집합 S 의 원소이고 $\{c,d\}$ 는 집합 S 의 부분집합이 되므로 옳다.
㉥ $S \subset \{a,\ b,\ c,\ d\} \rightarrow$ 집합 S 는 $\{a,b,c,d\}$ 의 부분집합이 될 수 없다.
따라서 옳은 것은 ㉠, ㉣, ㉤이다.

14. 학생 수가 n 명인 학급의 학생 중, 남학생의 집합을 M , 여학생의 집합을 W 라고 하고, 안경을 쓴 학생의 집합을 G , 안경을 쓰지 않은 학생의 집합을 E 라고 하고, 네 집합에 대하여 $n(M\cap G)=a$, $n(M\cap E)=b$, $n(W\cap G)=c$ 라고 한다. 두 집합 A,B 에 대하여 $A\circledcirc B=(A\cap B^c)\cup(A^c\cap B)$ 이라고 정의할 때, $n((M\circledcirc E)\circledcirc(W\circledcirc G))$ 의 값을 구하여라.

[배점 6, 상중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

	M	W
G	a	c
E	b	n−a−b−c

$n(M\circledcirc E)=a+(n-a-b-c)=n-b-c$

$n(W\circledcirc G)=a+(n-a-b-c)=n-b-c$

$n(M\circledcirc E)=n(W\circledcirc G)$ 이므로,

$\therefore n((M\circledcirc E)\circledcirc(W\circledcirc G))=0$

15. 전체집합 $U=\{1,3,5,7,9\}$ 의 두 부분집합 A,B 에 대하여 $A=\{1,9\}$, $A-(A-B)=\{1\}$ 을 만족하는 집합 B 의 개수를 구하여라. [배점 6, 상중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 8 개

해설

$A-(A-B)=A\cap(A\cap B^C)^C$

$=A\cap(A^C\cup B)=(A\cap A^C)\cup(A\cap B)$

$=(A\cap B)=\{1\}$

$A=\{1,9\}$, $(A\cap B)=\{1\}$, $U=\{1,3,5,7,9\}$ 을 만족하는

집합 B 는 원소 1 을 반드시 포함하고 원소 9 를 반드시 포함하지 않으므로

집합 B 의 개수는 $2^3=8$(개)