

단원 종합 평가

1. 다음 설명 중 옳은 것은?

[배점 3, 중하]

- ① $n(\emptyset) = 1$
- ② $n(\{a, b, c, d\}) = \{4\}$
- ③ $A = \{1, 2, 3\}$ 이면 $n(A) = 5$
- ④ $A = \{x \mid x \text{는 } 6 \text{의 약수}\}$ 이면 $n(A) = 4$
- ⑤ $A = \{x \mid x \text{는 } 1 \text{보다 작은 자연수}\}$ 이면 $n(A) = \emptyset$

해설

- ① 공집합은 원소의 개수가 0개이므로 $n(\emptyset) = 0$ 이다.
- ② $n(\{a, b, c, d\}) = 4$
- ③ $A = \{1, 2, 3\}$ 이면 $n(A) = 3$ 이다.
- ⑤ 집합 A 는 공집합이므로 $n(A) = 0$ 이다.

2. 경주는 다음과 같은 내용이 기록된 파일을 각각 아래 컴퓨터 폴더에 분류하여 저장하려고 한다. 다음 파일이 들어갈 폴더를 찾아라.



- A 파일
<100보다 작은 홀수의 모임>
1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, ..., 99
- B 파일
<1보다 크고 2보다 작은 분수의 모임>
 $\frac{3}{2}, \frac{4}{3}, \frac{5}{4}, \dots$
- C 파일
<2008 베이징 올림픽 채택종목>
수영, 역도, 마라톤, 레슬링, ...

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : A 파일 : 유한집합 폴더

▷ 정답 : B 파일 : 무한집합 폴더

▷ 정답 : C 파일 : 유한집합 폴더

해설

A 파일 : 100보다 작은 홀수의 모임을 집합으로 나타내면 $\{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, \dots, 99\}$ 이므로 유한집합,

B 파일 : 1보다 크고 2보다 작은 분수의 모임을 집합으로 나타내면 $\left\{\frac{3}{2}, \frac{4}{3}, \frac{5}{4}, \dots\right\}$ 이므로 무한집합,

C 파일 : 2008 베이징 올림픽 채택 종목을 집합으로 나타내면 {수영, 역도, 육상, 레슬링, ..., 마라톤} 이므로 유한집합이다.

따라서 무한집합 폴더에 들어갈 파일은 B 파일이고, 유한집합 폴더에 들어갈 파일은 A 파일과 C 파일이다.

3. $n(A) = 10$, $n(A - B) = 4$ 일 때 $n(A \cap B)$ 의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

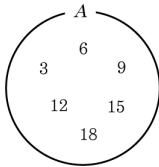
▷ 정답 : 6

해설

$$n(A - B) = n(A) - n(A \cap B)$$

$$4 = 10 - n(A \cap B) \quad \therefore n(A \cap B) = 6$$

4. 다음 벤 다이어그램의 집합 A 를 조건제시법으로 나타낸 것 중 옳은 것은?



[배점 4, 중중]

- ① $A = \{x \mid x \text{는 } 9 \text{의 약수}\}$
 ② $A = \{x \mid x \text{는 } 12 \text{의 약수}\}$
 ③ $A = \{x \mid x \text{는 } 15 \text{의 약수}\}$
 ④ $A = \{x \mid x \text{는 } 15 \text{ 이하의 } 3 \text{의 배수}\}$
 ⑤ $A = \{x \mid x \text{는 } 18 \text{ 이하의 } 3 \text{의 배수}\}$

해설

$A = \{3, 6, 9, 12, 15, 18\}$ 이므로 조건제시법으로 나타내면 $A = \{x \mid x \text{는 } 18 \text{ 이하의 } 3 \text{의 배수}\}$ 이다.

5. 두 집합 A, B 에 대하여 $A \cup B = \{x \mid x \text{는 } 7 \text{보다 작은 자연수}\}$, $A = \{x \mid x \text{는 } 6 \text{의 약수}\}$ 일 때, 다음 중 집합 B 가 될 수 없는 것은?

[배점 4, 중중]

- ① $\{4, 5\}$
 ② $\{2, 4, 5, 6\}$
 ③ $\{x \mid x \text{는 } 2 \leq x < 7 \text{인 자연수}\}$
 ④ $\{x \mid x \text{는 } 7 \text{ 미만의 소수}\}$
 ⑤ $\{x \mid x \text{는 } 5 \text{ 이하의 자연수}\}$

해설

집합 $A = \{1, 2, 3, 6\}$, $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 이므로 집합 B 는 원소 4, 5를 반드시 포함하는 $A \cup B$ 의 부분집합이다.

$$\textcircled{4} \{x \mid x \text{는 } 7 \text{ 미만의 소수}\} = \{2, 3, 5\} \not\supset 4$$

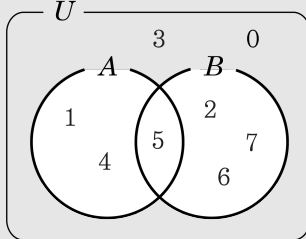
6. 전체집합 $U = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A \cap B = \{5\}$, $(A \cup B)^c = \{0, 3\}$, $A - B = \{1, 4\}$ 일 때, $n(B - A)$ 의 값을 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답 :

▶ 정답 : 3

해설

주어진 조건을 벤 다이어그램에 나타내면 다음과 같다.



따라서 $B - A = \{2, 6, 7\}$ 이므로 $n(B - A) = 3$

7. 세 집합 A, B, C 에 대해서 $A \subset B$ 이고 $B \subset C$ 의 포함 관계를 가질 때, 다음 중 $A = B = C$ 의 관계가 되는 경우를 모두 고른 것은?

보기

- ㉠ $A = B$ ㉡ $A = C$ ㉢ $B = C$
 ㉣ $B \subset A$ ㉤ $C \subset A$ ㉥ $C \subset B$

[배점 5, 중상]

- ① ㉠, ㉡ ② ㉡, ㉣ ③ ㉣, ㉥
 ④ ㉡, ㉥ ⑤ ㉤, ㉥

해설

- ㉠ $A = C$ 면 $A \subset C$, $C \subset A$ 이므로, $A = B = C$ 의 관계가 성립한다.
 ㉥ $A \subset B$ 이고 $B \subset C$ 이므로, $C \subset A$ 일 때 $A = B = C$ 의 관계가 성립한다.

8. 집합 $A = \{1, 3, 5, \dots, n\}$ 의 부분집합 중에서 원소 1, n 을 모두 포함하는 부분집합의 개수가 32 개일 때, n 의 값을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 13

해설

집합 A 의 원소의 개수를 a 개라 하면 원소 1, n 을 모두 포함하는 부분집합의 개수는 2^{a-2} 개이다.

$$2^{a-2} = 32 = 2^5$$

$$a - 2 = 5 \text{ 이므로 } a = 7$$

따라서 집합 A 의 원소의 개수가 7 개이므로 n 의 값은 13 이다.

9. 집합 $A = \{2, 4, 6, 8\}$ 의 부분집합을 B 라고 할 때, $n(B) = 2$ 인 집합 B 의 개수를 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 6 개

해설

원소가 2 개인 집합 A 의 부분집합은 $\{2, 4\}, \{2, 6\}, \{2, 8\}, \{4, 6\}, \{4, 8\}, \{6, 8\}$ 이므로 모두 6 개 이다.

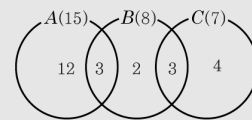
10. 세 집합 A, B, C 에 대하여 $n(A) = 15, n(B) = 8, n(C) = 7, n(A \cap B) = 3, A \cap C = \emptyset, n(B \cap C) = 3$ 일 때, $n(A \cup B \cup C)$ 의 값을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 24

해설

주어진 조건을 벤 다이어그램으로 나타내면 다음과 같다.



$$\therefore n(A \cup B \cup C) = 24$$

11. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $n(U) = 40, n(A \cap B) = 5, n(A^c \cap B^c) = 3$ 일 때, $n(A - B) + n(B - A)$ 의 값을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 32

해설

$$A^c \cap B^c = (A \cup B)^c$$

$$n(A \cup B) = n(U) - n((A \cup B)^c) = 40 - 3 = 37$$

$$n(A - B) + n(B - A)$$

$$= n(A \cup B) - n(A \cap B)$$

$$= 37 - 5 = 32$$

12. 집합 $S = \{a, \{a\}, \{a, b\}, b, \{c\}, c, d\}$ 일 때, 다음 중 옳은 것만 골라라.

- ㉠ $\{a\} \subset S$
- ㉡ $\{b\} \in S$
- ㉢ $\{b, c, d\} \in S$
- ㉣ $c \in S, d \in S$
- ㉤ $\{c, d\} \subset S$
- ㉥ $S \subset \{a, b, c, d\}$

[배점 5, 상하]

해설

집합 S 는 집합 안에 또 다른 집합을 원소로 가진 집합이다. 따라서 집합 S 의 원소는

$\{a, \{a\}, \{a, b\}, b, \{c\}, c, d\}$ 가 된다.

㉠ $\{a\} \subset S \rightarrow \{a\}$ 는 집합 S 의 원소이므로 옳다.

㉡ $\{b\} \in S \rightarrow b$ 는 집합 S 의 원소이지만 $\{b\}$ 는 집합 S 의 원소가 아니다.

㉢ $\{b, c, d\} \in S \rightarrow b, c, d$ 는 모두 집합 S 의 원소이므로 $\{b, c, d\} \subset S$ 가 되어야 한다.

㉣ $c \in S, d \in S \rightarrow c, d$ 는 집합 S 의 원소이므로 옳다.

㉤ $\{c, d\} \subset S \rightarrow c, d$ 는 집합 S 의 원소이고 $\{c, d\}$ 는 집합 S 의 부분집합이 되므로 옳다.

㉥ $S \subset \{a, b, c, d\} \rightarrow$ 집합 S 는 $\{a, b, c, d\}$ 의 부분집합이 될 수 없다.

따라서 옳은 것은 ㉠, ㉣, ㉤이다.

13. 자연수 k 에 대하여 집합 $A_k = \{x | k < x \leq 20k \text{인 자연수}\}$ 일 때, $n(A_1 \cap A_2 \cap A_3 \cdots \cap A_{10})$ 의 값을 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$$A_1 = \{2, 3, \dots, 20\}$$

$$A_2 = \{3, 4, \dots, 40\}$$

$$A_3 = \{4, 5, \dots, 60\}$$

$\vdots$

$$A_{10} = \{11, 12, 13, \dots, 200\}$$

$$A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_{10} = \{11, 12, \dots, 20\}$$

$$\therefore n(A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_{10}) = 10$$

14. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $n(A) = 34$, $n(B) = 15$, $n(A^c \cap B^c) = 7$ 일 때, $n(U)$ 의 최대값과 최소값을 각각 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 최대값은 56

▷ 정답 : 최소값은 41

해설

$$n(A^c \cap B^c) = n((A \cup B)^c) = 7,$$

$$n(A) = 34, n(B) = 15 \text{ 이므로,}$$

$$0 \leq n(A \cap B) \leq 15 \text{ 이고,}$$

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) = 49 - n(A \cap B)$$

따라서 $n(A \cup B)$ 의 최대값과 최소값은 각각 49, 34 이므로

$$n(U) \text{ 의 최대값은 } 49 + 7 = 56, \text{ 최소값은 } 34 + 7 = 41$$

15. 두 집합 $A = \{a, b, c, d, e\}$, $B = \{a, d\}$ 에 대하여 다음을 만족하는 집합 X 를 모두 구해보고 그 개수를 구하여라.

$$B \subset X \subset A, B \neq X$$

[배점 6, 상중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 7 개

해설

집합 X 는 $\{a, b, c, d, e\}$ 의 부분집합 중 a, d 를 항상 원소로 갖는 집합이고 B 가 아니므로

$\{a, b, d\}$, $\{a, c, d\}$, $\{a, d, e\}$,
 $\{a, b, c, d\}$, $\{a, b, d, e\}$,
 $\{a, c, d, e\}$, $\{a, b, c, d, e\}$ 의 7 개이다.