

단원 종합 평가

1. 다음 중에서 옳은 것을 모두 골라라.

- ㉠ $\{x \mid x \text{는 } 3 \text{의 약수}\} \subset \{1, 2, 3\}$
- ㉡ $\{a, b\} \in \{a, b, c\}$
- ㉢ $0 \in \emptyset$
- ㉣ $\emptyset \in \{x \mid x \text{는 } 6 \text{의 배수}\}$
- ㉤ $\emptyset \subset \{1\}$
- ㉥ $\emptyset \subset \emptyset$

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉠

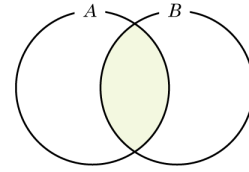
▶ 정답 : ㉤

▶ 정답 : ㉥

해설

- ㉡ $\{a, b\} \in \{a, b, c\}$ 에서 집합과 집합 사이의 관계는 $\subset$ 를 써야한다.
- ㉢ $0 \in \emptyset$ 에서는 $\emptyset \subset \{0\}$ 이어야 한다.
- ㉣ $\emptyset \in \{x \mid x \text{는 } 6 \text{의 배수}\}$ 에서는 $\subset$ 를 써야한다.
- ㉥ 공집합($\emptyset$)은 모든 집합의 부분집합이다.

2. 두 집합 $A = \{2, 4, 8, 9, 10, 12\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 24 \text{의 약수}\}$ 일 때, 다음의 벤 다이어그램에서 색칠한 부분의 집합의 원소의 합을 구하여라.



[배점 3, 중하]

▶ 답 :

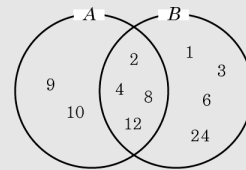
▶ 정답 : 26

해설

조건제시법을 원소나열법으로 고쳐보면

$B = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24\}$ 가 된다.

벤 다이어그램을 이용하면 다음과 같다.



공통부분의 원소는 $\{2, 4, 8, 12\}$ 이다.

따라서 색칠한 부분의 원소의 합은 $2+4+8+12 = 26$ 이다.

3. 세 집합

$$A = \{w, x, y, z\},$$

$$B = \{x \mid x \text{는 } 30 \text{ 미만의 } 30 \text{의 약수}\},$$

$$C = \{x \mid x \text{는 } 25 \text{ 이하의 소수}\} \text{ 일 때,}$$

$$n(A) + n(B) + n(C) \text{ 의 값을 구하여라.}$$

[배점 4, 중중]

▶ 답:

▶ 정답: 20

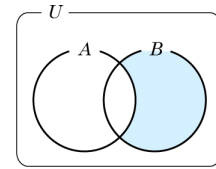
해설

$$B = \{1, 2, 3, 5, 6, 10, 15\}$$

$$C = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23\}$$

$$\therefore n(A) + n(B) + n(C) = 4 + 7 + 9 = 20$$

4. 다음 벤 다이어그램의 색칠한 부분을 나타내는 것이 아닌 것은?



[배점 4, 중중]

① $B - A$

② $A^c \cap B$

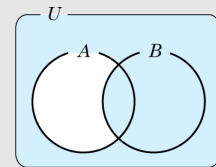
③ $A^c \cup B$

④ $B - (A \cap B)$

⑤ $(A \cup B) - A$

해설

③ $A^c \cup B$ 를 벤 다이어그램으로 나타내면 다음과 같다.



5. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $n(U) = 40, n(A) = 18, n(A \cap B^c) = 10, n(B) = 19$ 일 때, $n(B \cap A^c)$ 은? [배점 4, 중중]

① 8 ② 9 ③ 10 ④ 11 ⑤ 12

해설

$n(A) = 18, n(A - B) = 10$ 이므로 $n(A \cap B) = 8$ 이다.
 $n(B \cap A^c) = n(B - A) = n(B) - n(A \cap B) = 19 - 8 = 11$ 이다.

6. 두 집합

$A = \{x \mid x \text{는 } 48 \text{ 의 약수 중 한 자리수}\}, B = \{x \mid x \text{는 } a \text{ 보다 작은 자연수}\}$ 에 대하여 $n(A) = 2 \times n(B)$ 를 만족하는 자연수 a 의 값을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 4

해설

$A = \{1, 2, 3, 4, 6, 8\}$ 이고, $n(A) = 2 \times n(B)$ 에서 $n(A) = 6$ 이므로 $6 = 2 \times n(B)$ 이다. 따라서 $n(B) = 3$ 이 되고, $n(B)$ 가 3이 되려면 a 는 4가 되어야 한다.

7. 다음 중 옳지 않은 것을 모두 고르면?

[배점 5, 중상]

① $A \subset B$ 이면 $A \cap B = A$ 이다.

② $A \subset B$ 이면 $A^c \subset B^c$ 이다.

③ $B - A = B \cap A^c$

④ $A \cap \emptyset^c = A$

⑤ $U - \emptyset = A \cap A^c$

해설

② $A \subset B$ 이면 $A^c \supset B^c$ 이다.

④ $A \cap \emptyset^c = A \cap U = A$

⑤ $U - \emptyset = U = A \cup A^c$

8. 두 집합 A, B 에 대하여 다음 중 옳은 것은?

[배점 5, 중상]

① $A \cap B \neq B \cap A$

② $A \subset B$ 이면 $A \cup B = A$

③ $A \subset B$ 이면 $A \cap B = B$

④ $n(A \cap B \cap \emptyset) = 0$

⑤ $A \subset (A \cap B) \subset (A \cup B)$

해설

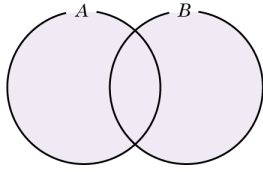
① $A \cap B = B \cap A$

② $A \subset B$ 이면 $A \cup B = B$

③ $A \subset B$ 이면 $A \cap B = A$

⑤ $(A \cap B) \subset A \subset (A \cup B)$

9. 두 집합 $A = \{1, 3, 5, 9, 15\}$, $B = \{3 \times x \mid x \in A\}$ 에 대하여 다음 벤 다이어그램의 색칠한 부분을 나타내는 집합의 원소의 합을 구하여라.



[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 105

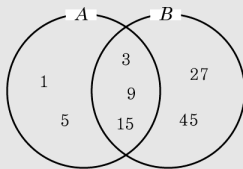
해설

$B = \{3 \times x \mid x \in A\}$ 는 집합 A 의 원소를 x 에 대입한 수들의 집합이다.

원소나열법으로 고쳐보면,

$B = \{3, 9, 15, 27, 45\}$ 이다.

벤 다이어그램을 그리면 다음과 같다.



색칠한 부분의 원소는 $\{1, 3, 5, 9, 15, 27, 45\}$ 이다.

따라서 모든 원소의 합은

$1 + 3 + 5 + 9 + 15 + 27 + 45 = 105$ 이다.

10. 집합 $P = \{p_1, p_2, p_3, \dots, p_N\}$ 에 대하여 $f(P) = p_1 + p_2 + p_3 + \dots + p_N$ 이라 정의한다.

집합 $A = \{3, 6, 9, 12\}$ 의 부분집합을 $A_1, A_2, A_3, \dots, A_{16}$ 이라 할 때, $f(A_1) + f(A_2) + f(A_3) + \dots + f(A_{16})$ 의 값을 구하여라.

[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 240

해설

$A = \{3, 6, 9, 12\}$ 의 부분집합을 $A_1, A_2, A_3, \dots, A_{16}$ 이라 두면,

집합 A 의 모든 부분집합에서 하나의 원소는 모두 $2^{4-1} = 8$ (번)씩 나온다.

따라서 $f(A_1) + f(A_2) + f(A_3) + \dots + f(A_{16}) = 8 \times (3 + 6 + 9 + 12) = 240$

11. 두 집합 $A = \{2, 4, 6, 8, 10\}$, $B = \{2, 4, 8\}$ 에 대하여 $X - A = \emptyset$, $n(X \cap B) = 1$ 을 만족하는 집합 X 의 개수를 구하여라.

[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 12개

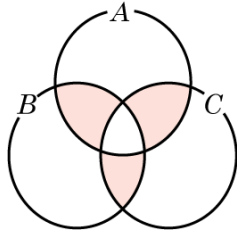
해설

$X - A = \emptyset$ 이면 $X \subset A$

$n(X \cap B) = 1$ 이므로 X 는 B 의 원소 하나를 포함하고 나머지 두 원소는 포함하지 않는 A 의 부분집합이다.

X 가 2를 포함하고 4, 8을 포함하지 않은 경우 (집합 X 의 갯수) $= 2^{5-3} = 4$ (개), X 가 4를 포함한 경우와 8을 포함한 경우도 마찬가지로 (집합 X 의 갯수) $= 4 \times 3 = 12$ (개)이다.

12. 1 에서 100 까지의
자연수 중에서 $A =$
 $\{x \mid x \text{는 } 2\text{의 배수}\}$, $B =$
 $\{x \mid x \text{는 } 3\text{의 배수}\}$, $C =$
 $\{x \mid x \text{는 } 5\text{의 배수}\}$ 일 때,
다음 벤 다이어그램에 색칠된
부분에 속하는 원소의 개수를 구하여라.



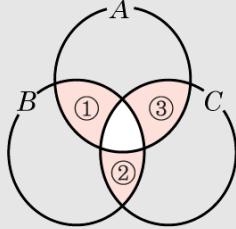
[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 23 개

해설

부분 ①, ②, ③ 의
원소의 개수를 a, b, c 라
하면 $a = n(A \cap B) - n(A \cap$
 $B \cap C) \dots \textcircled{1}$, $b = n(B \cap$
 $C) - n(A \cap B \cap C) \dots \textcircled{2}$,
 $c = n(C \cap A) - n(A \cap B \cap$
 $C) \dots \textcircled{3}$



$A \cap B = \{x \mid x \text{는 } 6\text{의 배수}\} \therefore n(A \cap B) = 16,$
 $B \cap C = \{x \mid x \text{는 } 15\text{의 배수}\} \therefore n(B \cap C) = 6$
 $C \cap A = \{x \mid x \text{는 } 10\text{의 배수}\} \therefore n(C \cap A) = 10$
 $A \cap B \cap C = \{x \mid x \text{는 } 30\text{의 배수}\} \therefore n(A \cap B \cap C) = 3$

$\textcircled{1}, \textcircled{2}, \textcircled{3}$ 에 의해

$$\begin{aligned} a + b + c &= n(A \cap B) + n(B \cap C) + n(C \cap A) - 3 \times n(A \cap B \cap C) \\ &= 16 + 6 + 10 - 9 = 23 \end{aligned}$$

13. 세 집합 P, Q, R 에 대하여 $n(P) = 19$, $n(Q \cap R) = 7$, $n(P \cap Q \cap R) = 3$ 일 때, $n(P \cup (Q \cap R))$ 을 구하여라.
[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 23

해설

$$\begin{aligned} n(P \cup (Q \cap R)) &= n(P) + n(Q \cap R) - n(P \cap Q \cap R) \\ &= 19 + 7 - 3 = 23 \end{aligned}$$

14. 집합 $A = \{0, 1, \{0, 1\}\}$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?
[배점 6, 상중]

- ① $0 \in A$ ② $\{0, 1\} \in A$
③ $2 \notin A$ ④ $\{1\} \in A$
⑤ $\{0, 1\} \subset A$

해설

A 의 원소는 $0, 1, \{0, 1\}$ 이므로 $\{1\}$ 은 A 의 부분집합이고, $\{0, 1\}$ 은 A 의 원소도 되고 부분집합도 된다.

15. 자연수를 원소로 하는 두 집합

$A = \{a_1, a_2, a_3, a_4\}$, $B = \{a + x | a \in A\}$ 가 있다.
 $A \cap B = \{5, 7\}$ 이고, 집합 A 의 원소의 합이 16 ,
 $A \cup B$ 의 원소의 합이 36 일 때, 집합 B 의 원소의
합을 구하여라. [배점 6, 상중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 32

해설

$A = \{a_1, a_2, a_3, a_4\}$ 이므로

$$B = \{a + x | a \in A\}$$

$$= \{a_1 + x, a_2 + x, a_3 + x, a_4 + x\}$$

따라서 집합 A 의 원소의 합은

$$a_1 + a_2 + a_3 + a_4 = 16$$

집합 B 의 원소의 합은

$$(a_1 + x) + (a_2 + x) + (a_3 + x) + (a_4 + x) = 16 + 4x$$

$A \cup B$ 의 원소의 합은

$$\begin{aligned} & (a_1 + a_2 + a_3 + a_4) + (a_1 + x) + (a_2 + x) + \\ & (a_3 + x) + (a_4 + x) - 5 - 7 \\ &= 16 + 16 + 4x - 5 - 7 \\ &= 20 + 4x = 36 \end{aligned}$$

$$\therefore x = 4$$

따라서 집합 B 의 원소의 합은 $16 + 4 \times 4 = 32$