

문제 풀이 과제

1. 두 집합 $A = \{x|x \text{는 } 24 \text{의 약수}\}$, $B = \{x|x \text{는 } 28 \text{의 약수}\}$ 에 대하여 $n(A \cap B)$ 를 구하여라.
[배점 2, 하중]

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$$\begin{aligned} A &= \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24\} \\ B &= \{1, 2, 4, 7, 14, 28\} \\ A \cap B &= \{1, 2, 4\} \\ n(A \cap B) &= 3 \end{aligned}$$

2. 집합 $A = \{x|x \text{는 } 18 \text{의 약수}\}$ 일 때, 공집합이 아닌 부분집합의 개수를 구하여라. [배점 2, 하중]

▶ 답:

▶ 정답: 63개

해설

$$\begin{aligned} A &= \{1, 2, 3, 6, 9, 18\} \\ \text{전체 부분집합의 개수} &: 2^6 = 64 \\ 64 - 1 (\text{공집합의 개수}) &= 63 \end{aligned}$$

3. 다음중 옳은 것은? [배점 2, 하중]

- ① $n(\{1, 2, 3\} - \{1, 2\}) = 3$
 ② $n(\{1, 2, 3\}) - n(\{3, 4\}) = 1$
 ③ $n(\{1, 2, 3\} \cap \{3, 4\}) = 3$
 ④ $n(\{1, 2, 3\}) - n(\{4, 5, 6\}) = 3$
 ⑤ $n(\emptyset) = 1$

해설

- ① $n(\{1, 2, 3\} - \{1, 2\}) = n(\{3\}) = 1$
 ② $n(\{1, 2, 3\}) - n(\{3, 4\}) = n(\{1, 2\}) = 2$
 ③ $n(\{1, 2, 3\} \cap \{3, 4\}) = n(\{3\}) = 1$
 ④ $n(\{1, 2, 3\}) - n(\{4, 5, 6\}) = 3 - 3 = 0$
 ⑤ $n(\emptyset) = 0$

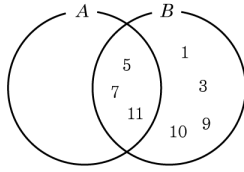
4. 집합 $A = \{0, 1, 2, 3\}$ 일 때, 다음 중 A 의 부분집합이 아닌 것은? [배점 2, 하중]

- ① $\{1, 2, 3\}$ ② $\{0\}$
 ③ $\emptyset$ ④ $\{0, 1, 2, 3\}$
 ⑤ $\{2, 3, 4\}$

해설

- ⑤ $4 \notin A$

5. 다음 벤 다이어그램에서 $B = \{1, 3, 5, 7, 9, 10, 11\}$, $A \cap B = \{5, 7, 11\}$ 일 때, 다음 중 집합 A가 될 수 있는 것은?



[배점 3, 하상]

- ① $\{2, 3, 5, 7, 9, 11\}$ ② $\{5, 6, 7, 9, 10, 11\}$
 ③ $\{2, 3, 5, 6, 7, 8, 11\}$ ④ $\{2, 4, 5, 7, 11, 12\}$
 ⑤ $\{1, 4, 5, 9, 10\}$

해설

집합 B는 반드시 $A \cap B = \{5, 7, 11\}$ 을 포함하여야 하며 B 집합에만 존재하는 원소 1, 3, 9, 10은 들어갈 수 없다.

- ① 3, 9이 포함되어서 옳지 않다.
 ② 9, 10이 포함되어서 옳지 않다.
 ③ 3이 포함되어서 옳지 않다.
 ⑤ 1, 9, 10이 포함되어서 옳지 않다.

6. 집합 $A = \{1, 3, 5\}$ 에 대하여 $A \subset B$ 일 때, 집합 B가 될 수 없는 것은?

(단, 소수는 1보다 큰 자연수 중에 1과 자기 자신만을 약수로 가지는 수이다.) [배점 3, 하상]

- ① $\{x|x \text{는 } 10\text{이하의 홀수}\}$
 ② $\{x|x \text{는 } 15\text{의 약수}\}$
 ③ $\{x|x \text{는 } 10\text{이하의 자연수}\}$
 ④ $\{x|x \text{는 } 10\text{이하의 소수}\}$
 ⑤ $\{x|x \text{는 } 5\text{이하의 홀수}\}$

해설

- ① $\{1, 3, 5, 7, 9\}$
 ② $\{1, 3, 5, 15\}$
 ③ $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$
 ④ $\{2, 3, 5, 7\}$
 ⑤ $\{1, 3, 5\}$

7. $A = \{1, 3, 5, 7, 8\}$ $B = \{1, 7, 8, 9\}$ 에 대하여 $A \cap X = X$, $(A - B) \cup X = X$ 를 만족하는 집합 X의 개수는?

[배점 3, 하상]

- ① 2개 ② 4개 ③ 8개
 ④ 16개 ⑤ 32개

해설

$(A - B) \subset X \subset A$, 즉 $\{3, 5\} \subset X \subset \{1, 3, 5, 7, 8\}$ 이므로 집합 X의 개수는 $2 \times 2 \times 2 = 8(\text{개})$ 이다.

8. 전체집합 $U = \{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13\}$ 의 두 부분집합 $A = \{1, 5, 7\}$, $B = \{5, 7, 13\}$ 에 대하여 다음 중 옳은 것은?
[배점 3, 하상]

- ① $A^c = \{3, 9, 11\}$ ② $A \cup B = \{1, 5, 7\}$
③ $A - B = \{1, 5\}$ ④ $A \cap B = \{5, 7\}$
⑤ $A - B^c = \{5\}$

해설

- ① $A^c = \{3, 9, 11, 13\}$
② $A \cup B = \{1, 5, 7, 13\}$
③ $A - B = \{1\}$
⑤ $A - B^c = \{5, 7\}$

9. 전체집합 U 의 부분집합 A , B 에 대하여 $n(U) = 40$, $n(A) = 19$, $n(B) = 27$ 이고 $n((A \cup B)^c) = 3$ 일 때, $n(A^c \cup B)$ 를 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▶ 정답: 30

해설

$$\begin{aligned} n(A \cup B) &= n(U) - n((A \cup B)^c) \\ &= 40 - 3 \\ &= 37 \\ n(A \cap B) &= 19 + 27 - 37 = 9 \\ n(A^c \cup B) &= 40 - 10 = 30 \end{aligned}$$

10. $n(A) = 26$, $n(B) = 17$ 이고, $n(A \cap B) = 8$ 일 때, $n(A - B)$ 의 값은? [배점 3, 중하]

- ① 9 ② 11 ③ 18 ④ 25 ⑤ 26

해설

$$\begin{aligned} n(A - B) &= n(A) - n(A \cap B) \\ n(A - B) &= 26 - 8 = 18 \end{aligned}$$

11. 집합 $A = \{2, 4, 6, 8, 10, 12\}$ 에서 원소 2 는 포함 되고 동시에 원소 10 은 포함하지 않는 부분집합의 개수를 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▶ 정답: 16 개

해설

집합 A 에서 원소 2 와 10 을 제외한 부분집합의 개수와 같다.
 $\therefore 2^4 = 16$

12. 두 집합 $A = \{3, 6, 9, a+1\}$, $B = \{b-2, 6, 9, 12\}$ 에 대하여 $A \subset B$ 이고 $B \subset A$ 일 때, $a+b$ 의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 16

해설

$A \subset B$ 이고 $B \subset A$ 이면 $A = B$ 이므로
 $a+1 = 12$, $a = 11$
 $b-2 = 3$, $b = 5$
 $\therefore a+b = 11+5 = 16$

13. 다음 중 옳지 않은 것은? [배점 4, 중중]

- ① $A = \{\emptyset\}$ 이면 $n(A) = 1$ 이다.
 ② $n(\{1, 2, 4\}) - n(\{1, 2, 6\}) = 0$ 이다.
 ③ $n(A) \leq n(B)$ 이면 $A \subset B$ 이다.
 ④ $A = \{x \mid x \text{는 } 12 \text{의 약수}\}$ 이면 $n(A) = 6$ 이다.
 ⑤ $A = \{\emptyset\}$ 이면 $n(A) = 1$ 이다.

해설

③ 반례: $A = \{1, 3\}$, $B = \{2, 4, 6\}$

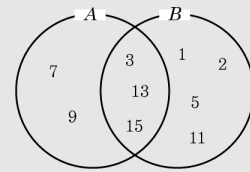
14. 집합 A, B 에 대하여 $A = \{3, 7, 9, 13, 15\}$, $A \cap B = \{3, 13, 15\}$, $A \cup B = \{1, 2, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15\}$ 일 때, $n(B)$ 의 값을 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답 :

▶ 정답 : 7

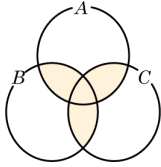
해설

$A = \{3, 7, 9, 13, 15\}$, $A \cap B = \{3, 13, 15\}$,
 $A \cup B = \{1, 2, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15\}$ 이므로 벤
 다이어그램을 그려보면 다음과 같다.



그러므로 $B = \{1, 2, 3, 5, 11, 13, 15\}$ 이고, 집합 B 의 원소의 개수는 7 개이다.

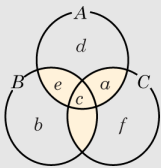
15. 다음 그림에서 세 집합 $A = \{a, c, d, e\}$, $B = \{b, c, e\}$, $C = \{a, c, f\}$ 일 때, 색칠한 부분의 집합은?



[배점 4, 중중]

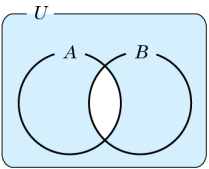
- ① $\{a\}$
- ② $\{a, b\}$
- ③ $\{a, c, e\}$
- ④ $\{a, c, d, e\}$
- ⑤ $\{a, c, d, e, f\}$

해설



따라서 색칠한 부분을 나타내는 집합은 $\{a, c, e\}$ 이다.

16. 전체집합 $U = \{x | x \text{는 } 12 \text{ 이하의 홀수}\}$ 의 두 부분집합 $A = \{1, 3, 5, 7\}$, $B = \{3, 5, 7, 9\}$ 에 대하여 다음 벤다이어그램의 색칠한 부분을 나타내는 집합은?

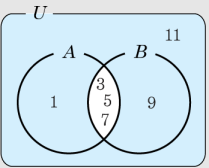


[배점 4, 중중]

- ① $\{1, 3, 5\}$
- ② $\{1, 5, 7\}$
- ③ $\{1, 8, 9\}$
- ④ $\{1, 5, 11\}$
- ⑤ $\{1, 9, 11\}$

해설

$U = \{1, 3, 5, 7, 9, 11\}$ 이므로 색칠한 부분은 $\{1, 9, 11\}$ 이다.



17. 우리 반 학생 40 명 중에서 영어 학원을 다니는 학생은 25 명, 수학 학원을 다니는 학생은 21 명이라면, 두 과목 모두 학원을 다니는 사람 수의 최솟값과 최댓값의 합을 구하여라.

[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 27 명

해설

문제에서 $A \cup B$ 이 주어지고 있다. 우리 반 학생 40 명이 $A \cup B$ 이다.

영어 학원을 다니는 학생을 집합 A 라고 하고, 수학 학원을 다니는 학생은 집합 B 라고 한다.

영어, 수학 학원을 모두 다니는 학생은 $A \cap B$ 가 된다.

$A \cap B$ 의 최솟값과 최댓값을 구해 보자.

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$40 = 25 + 21 - x$$

x 의 최솟값은 6 이다.

최댓값은 수학 학원을 다니는 학생이 영어 학원을 다니는 학생에 포함될 때 성립한다.

그러므로 x 의 최댓값은 21(명)이다.

최솟값과 최댓값의 합은 27(명)이다.

18. 전체집합 $U = \{1, 2, 3, 4, 6, 7\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여

$$A = \{2, 4, 6\}, A \cap B = \{2\}, B \cap A^c = \{1, 3, 5\}, A^c \cap B^c = \{7\} \text{ 일 때, } A^c \text{ 은?} \quad [\text{배점 5, 중상}]$$

① $\{1, 3\}$

② $\{1, 5\}$

③ $\{1, 7\}$

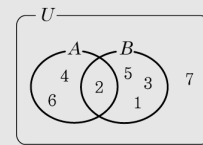
④ $\{3, 5, 7\}$

⑤ $\{1, 3, 5, 7\}$

해설

$$B \cap A^c = \{7\} = B - A \text{ 이므로}$$

$$A^c = U - A = \{1, 3, 5, 7\} \text{ 이다.}$$



19. 전체집합 $U = \{2, 4, 6, 8, 10\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A = \{2, 6, 8\}, B^c \cap A = \{8\}$ 일 때, 집합 A 가 될 수 있는 모든 집합의 개수를 구하여라.

[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 4 개

해설

$A = \{2, 6, 8\}, B^c \cap A = \{8\}$ 이므로 남은 원소는 4, 10 이므로 A 가 될 수 있는 모든 집합의 개수는 $2 \times 2 = 4(\text{개})$ 이다.

20. 세 자리의 자연수 중에서 일의 자리 숫자가 4의 배수인 수의 집합을 A , 십의 자리 숫자가 4의 배수인 수의 집합을 B , 일의 자리의 숫자가 4의 배수인 수의 집합을 C 라 할 때, $n(A \cap B \cap C)$ 를 구하여라.

[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 18

해설

일의 자리 숫자가 4의 배수인 수의 집합과 십의 자리 숫자가 4의 배수인 수의 집합, 일의 자리의 숫자가 4의 배수인 수의 집합의 교집합은 세 자리 모두 4의 배수인 수로 이루어진 수의 집합이다. 4의 배수가 될 수 있는 한 자리 수는 0, 4, 8이지만, 백의 자리에는 0이 올 수 없다.

$$\therefore n(A \cap B \cap C) = 2 \times 3 \times 3 = 18$$

21. 다음 중 옳지 않은 것은 ?

[배점 5, 상하]

- ① $A \cup B = A, A \cap B = A$ 이면 $n(B - A) = 0$ 이다.
- ② $A^c \subset B^c$ 이면 $B - A$ 는 공집합이다.
- ③ A 가 무한집합, B 가 유한집합이면 $A \cup B$ 는 무한집합이다.
- ④ $A \cap B$ 가 유한집합이면 A, B 모두 유한집합이다.
- ⑤ $A = \{x | x \text{는 유리수}\}, B = \{x | x \text{는 자연수}\}$ 일 때, $A \cap B$ 는 무한집합이다.

해설

- ① $A \cup B = A, A \cap B = A$ 이면 $n(B - A) = 0$ 이다. $\rightarrow A = B$ 이므로 옳다.
- ② $A^c \subset B^c$ 이면 $B - A$ 는 공집합이다. $\rightarrow A^c \subset B^c$ 이면 $B \subset A$ 이므로 옳다.
- ③ A 가 무한집합, B 가 유한집합이면 $A \cup B$ 는 무한집합이다. $\rightarrow$ 무한집합과 유한집합의 합집합은 무한집합이다.
- ④ $A \cap B$ 가 유한집합이면 A, B 모두 유한집합이다. $\rightarrow$ 두 집합 중 어느 하나만 유한집합이라도 교집합은 유한집합이므로 틀렸다.
- ⑤ $A = \{x | x \text{는 유리수}\}, B = \{x | x \text{는 자연수}\}$ 일 때, $A \cap B$ 는 무한집합이다. $\rightarrow A \cap B$ 은 자연수 전체의 집합이므로 무한집합이다.

22. 집합 $S = \{\emptyset, 0, 1, \{1, 2\}\}$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은? [배점 5, 상하]

- ① $0 \in S$ ② $\{0, 2\} \not\subset S$
 ③ $\emptyset \subset S$ ④ $\{1, 2\} \in S$
 ⑤ $\{\emptyset\} \in S$

해설

집합 S 의 원소는 $\emptyset, 0, 1, \{1, 2\}$ 이다.

- ① $0 \in S \rightarrow 0$ 은 집합 S 의 원소이므로 옳다.
 ② $\{0, 2\} \not\subset S \rightarrow 2$ 는 집합 S 의 원소가 아니므로 0과 2로 이루어진 집합은 S 의 부분집합이 될 수 없다. 따라서 $\{0, 2\} \not\subset S$ 는 옳다.
 ③ $\emptyset \subset S \rightarrow \emptyset$ 는 집합 S 의 원소이지만 공집합($\emptyset$)은 모든 집합의 부분집합이므로 옳다.
 ④ $\{1, 2\} \in S \rightarrow \{1, 2\}$ 는 집합 S 의 원소이므로 옳다.
 ⑤ $\{\emptyset\} \in S \rightarrow \{\emptyset\}$ 은 집합 S 의 원소가 아니므로 옳지 않다.

23. 집합 $A = \{a, d, e\}$ 이고 집합 $B = \{a, b, c, d, e, f\}$ 일 때, $A \cap X = \{a, e\}$, $c \notin X$, $X \cup B = B$ 를 만족하는 집합 X 의 개수를 구하여라. [배점 6, 상중]

▶ 답:

▶ 정답: 4개

해설

집합 B 의 부분집합 중 원소 a, e 는 포함하고, 원소 c, d 는 포함하지 않는 부분집합의 수를 구한다.
 $2^{6-2-2} = 2^2 = 4$ (개)

24. 어떤 마을은 A, B, C 세 종류의 신문을 구독한다. 한 종류의 신문을 보는 가구수는 80 가구, 두 종류의 신문을 보는 가구수는 35 가구, 세 종류의 신문을 모두 보는 가구수는 5 가구이다. 하루에 이 마을로 배달되는 A, B, C 신문은 모두 몇 부인지 구하여라. (단, 각 신문은 한 가구당 한 부씩 배달된다.) [배점 6, 상중]

▶ 답:

▶ 정답: 165부

해설

신문 A 를 보는 가구의 집합을 A , 신문 B 를 보는 가구의 집합을 B , 신문 C 를 보는 가구의 집합을 C 라 하면,

한 종류의 신문을 보는 가구의 수는

$$n(A \cup B \cup C) - n(A \cap B) - n(B \cap C) - n(C \cap A) + 2n(A \cap B \cap C) = 80 \quad \dots (1)$$

$$\text{두 종류의 신문을 보는 가구의 수는 } n(A \cap B) + n(B \cap C) + n(C \cap A) - 3n(A \cap B \cap C) = 35 \quad \dots (2)$$

$$\text{세 종류의 신문을 보는 가구의 수는 } n(A \cap B \cap C) = 5 \quad \dots (3)$$

최소 한 종류 이상의 신문을 보는 가구의 수는

$$n(A \cup B \cup C) = 80 + 35 + 5 = 120$$

$$(3)을 (2)에 대입하면 \quad n(A \cap B) + n(B \cap C) + n(C \cap A) = 50 \quad \dots (4)$$

따라서 $n(A) + n(B) + n(C) = n(A \cup B \cup C) + n((A \cap B) \cup (B \cap C) \cup (C \cap A)) - n(A \cap B \cap C)$ 이므로, $\therefore n(A) + n(B) + n(C) = 120 + 50 - 5 = 165$ (부)

25. 자연수를 원소로 하는 두 집합

$A = \{a_1, a_2, a_3, a_4\}$, $B = \{a + x | a \in A\}$ 가 있다.
 $A \cap B = \{5, 7\}$ 이고, 집합 A 의 원소의 합이 16 ,
 $A \cup B$ 의 원소의 합이 36 일 때, 집합 B 의 원소의
합을 구하여라. [배점 6, 상중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 32

해설

$A = \{a_1, a_2, a_3, a_4\}$ 이므로

$$B = \{a + x | a \in A\}$$

$$= \{a_1 + x, a_2 + x, a_3 + x, a_4 + x\}$$

따라서 집합 A 의 원소의 합은

$$a_1 + a_2 + a_3 + a_4 = 16$$

집합 B 의 원소의 합은

$$(a_1 + x) + (a_2 + x) + (a_3 + x) + (a_4 + x) = 16 + 4x$$

$A \cup B$ 의 원소의 합은

$$\begin{aligned} & (a_1 + a_2 + a_3 + a_4) + (a_1 + x) + (a_2 + x) + \\ & (a_3 + x) + (a_4 + x) - 5 - 7 \\ &= 16 + 16 + 4x - 5 - 7 \\ &= 20 + 4x = 36 \end{aligned}$$

$$\therefore x = 4$$

따라서 집합 B 의 원소의 합은 $16 + 4 \times 4 = 32$