

단원테스트 클리닉

1. 집합 $A = \{x | x \text{는 } 10 \text{ 이하의 홀수}\}$ 일 때, 공집합이 아닌 부분집합의 개수는? [배점 2, 하중]

① 28 ② 29 ③ 30 ④ 31 ⑤ 32

해설

$$A = \{x | x \text{는 } 10 \text{ 이하의 홀수}\}$$

$$A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$$

$$\text{전체 부분집합의 개수} : 2^5 = 32$$

$$\text{공집합을 제외한 부분집합의 개수} : 32 - 1 = 31$$

2. 집합 $A = \{x | x \text{는 } 18 \text{의 약수}\}$ 일 때, 공집합이 아닌 부분집합의 개수를 구하여라. [배점 2, 하중]

▶ 답 :

▶ 정답 : 63 개

해설

$$A = \{1, 2, 3, 6, 9, 18\}$$

$$\text{전체 부분집합의 개수} : 2^6 = 64$$

$$64 - 1 (\text{공집합의 개수}) = 63$$

3. 다음 중 옳은 것은? [배점 2, 하중]

① $n(\{\emptyset\}) = 0$

② $n(\{2\}) = 2$

③ $n(\{x | x \text{는 } 6 \text{의 약수}\}) = 6$

④ $n(\{x | x \text{는 } 2 < x < 3 \text{인 자연수}\}) = 1$

⑤ $n(\{1, 3, 5\}) - n(\{3\}) = 2$

해설

$$n(\{1, 3, 5\}) - n(\{3\}) = 3 - 1 = 2$$

4. 다음 중 옳은 것은? [배점 2, 하중]

① $n(\{1, 2, 3\} - \{1, 2\}) = 3$

② $n(\{1, 2, 3\}) - n(\{3, 4\}) = 1$

③ $n(\{1, 2, 3\} \cap \{3, 4\}) = 3$

④ $n(\{1, 2, 3\}) - n(\{4, 5, 6\}) = 3$

⑤ $n(\emptyset) = 1$

해설

① $n(\{1, 2, 3\} - \{1, 2\}) = n(\{3\}) = 1$

② $n(\{1, 2, 3\} - \{3, 4\}) = n(\{1, 2\}) = 2$

③ $n(\{1, 2, 3\} \cap \{3, 4\}) = n(\{3\}) = 1$

④ $n(\{1, 2, 3\}) - n(\{4, 5, 6\}) = 3 - 3 = 0$

⑤ $n(\emptyset) = 0$

5. 다음중 옳은 것은?

[배점 2, 하중]

- ① $n(\{1, 2, 3\} - \{1, 2\}) = 3$
- ② $n(\{1, 2, 3\}) - n(\{3, 4\}) = 1$
- ③ $n(\{1, 2, 3\} \cap \{3, 4\}) = 3$
- ④ $n(\{1, 2, 3\}) - n(\{4, 5, 6\}) = 3$
- ⑤ $n(\emptyset) = 1$

해설

- ① $n(\{1, 2, 3\} - \{1, 2\}) = n(\{3\}) = 1$
- ② $n(\{1, 2, 3\} - \{3, 4\}) = n(\{1, 2\}) = 2$
- ③ $n(\{1, 2, 3\} \cap \{3, 4\}) = n(\{3\}) = 1$
- ④ $n(\{1, 2, 3\}) - n(\{4, 5, 6\}) = 3 - 3 = 0$
- ⑤ $n(\emptyset) = 0$

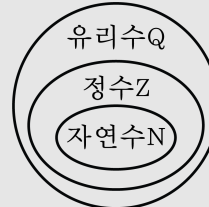
6. 자연수의 집합을 N , 정수의 집합을 Z , 유리수의 집합을 Q 로 나타낼 때, 다음 중 옳은 것은?

[배점 2, 하중]

- ① $Q \subset Z \subset N$
- ② $Z \subset Q \subset N$
- ③ $N \subset Q \subset Z$
- ④ $Z \subset N \subset Q$
- ⑤ $N \subset Z \subset Q$

해설

벤 다이어그램에서 $N \subset Z \subset Q$



7. 다음 중 유한집합이 아닌 것은?

[배점 2, 하중]

- ① $\{x \mid x \text{는 } 10 \text{의 약수}\}$
- ② $\{x \mid x \text{는 } 10 \text{보다 작은 홀수}\}$
- ③ $\{x \mid x \text{는 } 5 \text{보다 큰 자연수}\}$
- ④ $\{x \mid x \text{는 } 30 \text{보다 작은 } 5 \text{의 배수}\}$
- ⑤ $\{1, 2, 3, \dots, 49, 50\}$

해설

③ $\{6, 7, 8, 9, \dots\} \Rightarrow$ 무한집합

8. 다음 두 집합 A, B 사이의 포함 관계가 $A \subset B$ 인 것을 모두 골라라

㉠ $A = \{1, 2, 3, 5, 7\}, B = \{x \mid x \text{ 는 한 자리 자연수}\}$

㉡ $A = \{x \mid x \text{ 는 } 4 \text{ 의 약수}\}, B = \{x \mid x \text{ 는 } 8 \text{ 의 약수}\}$

㉢ $A = \{2, 4, 6, 8\}, B = \{x \mid x \text{ 는 } 10 \text{ 보다 작은 짝수}\}$

㉣ $A = \{x \mid x \text{ 는 } 12 \text{ 의 약수}\}, B = \{x \mid x \text{ 는 } 6 \text{ 의 약수}\}$

[배점 3, 하상]

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▶ 정답: ㉠

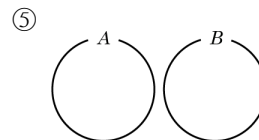
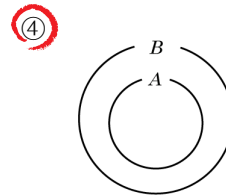
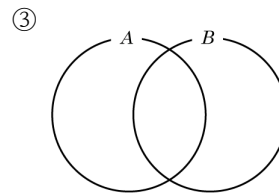
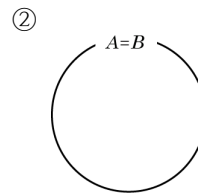
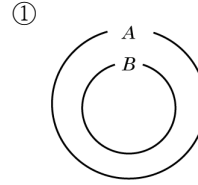
▶ 정답: ㉡

▶ 정답: ㉢

해설

㉣ $A = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}, B = \{1, 2, 3, 6\}$
따라서 $B \subset A$

9. 다음 벤 다이어그램 중 $A \subset B$ 인 것은? (단, $A \neq B$)
[배점 3, 하상]



해설

① $B \subset A$

② $A = B$

④ $A \subset B$

10. 집합 $A = \{a, b\}$ 에 대한 설명 중 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2 개) [배점 3, 하상]

- ① $\emptyset$ 는 집합 A 의 부분집합이다.
- ② 원소가 하나뿐인 집합 A 의 부분집합은 1 개이다.
- ③ 원소가 2 개인 집합 A 의 부분집합은 2 개이다.
- ④ $\{a\}$ 는 집합 A 의 진부분집합이다.
- ⑤ $\{a, b, c\} \subset A$ 이다.

해설

집합 A 의 부분집합은 $\emptyset, \{a\}, \{b\}, \{a, b\}$ 이고, 그 중 진부분집합은 $\{a, b\}$ 를 제외한 $\emptyset, \{a\}, \{b\}$ 이다.

11. 집합 $A = \{1, 2, 3, 4\}$ 일 때, 다음 중 A 의 부분집합이 아닌 것은? [배점 3, 하상]

- ① $\{1\}$
- ② $\emptyset$
- ③ $\{1, 2, 4\}$
- ④ $\{0\}$
- ⑤ $\{1, 2, 3, 4\}$

해설

집합 A 의 부분집합을 구하면
 $\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{3\}, \{4\}, \{1, 2\}, \{1, 3\},$
 $\{1, 4\}, \{2, 3\}, \{2, 4\}, \{3, 4\}, \{1, 2, 3\},$
 $\{1, 2, 4\}, \{1, 3, 4\}, \{2, 3, 4\}, \{1, 2, 3, 4\}$

12. 다음 보기에서 집합인 것을 모두 골라라.

보기

- ㉠ 유명한 야구 선수들의 모임
- ㉡ 축구를 잘하는 사람들의 모임
- ㉢ 워드 자격증이 있는 사람들의 모임
- ㉣ 우리 학교 하키 선수들의 모임

[배점 3, 하상]

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉢

▷ 정답 : ㉣

해설

집합이란 특정한 조건에 맞는 원소들의 모임이다.
 ㉠, ㉡ ‘유명한’, ‘잘하는’ 의 기준이 명확하지 않음. 집합인 것은 ㉢, ㉣이다.

13. 다음 중 집합이 될 수 없는 것은? [배점 3, 하상]

- ① 소수의 모임
- ② 가장 작은 자연수의 모임
- ③ 정수 전체의 모임
- ④ 10 보다 큰 8 의 약수들의 모임
- ⑤ 100 에 가까운 수들의 모임

해설

⑤ ‘가까운’ 은 기준이 명확하지 않다.

14. 전체집합 U 와 두 부분집합 A, B 에 대하여

$U = A \cup B$, $A = \{x \mid x \text{는 } 40 \text{의 약수}\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 25 \text{의 약수}\}$ 일 때, $(A \cup B^c) \cap (A^c \cup B)$ 의 원소의 개수를 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 2 개

해설

$$A = \{1, 2, 4, 5, 8, 10, 20, 40\}$$

$$B = \{1, 5, 25\}$$

$$A \cap B = \{1, 5\}$$

15. 두 집합 A, B 에 대하여 $A \cap B^c = \{1, 2\}$, $A \cup B = \{1, 2, 3, 6\}$, $A = \{1, 2, 6\}$ 일 때, 집합 B 는?

[배점 3, 중하]

- ① $\{1\}$ ② $\{1, 3\}$ ③ $\{2, 3\}$
- ④ $\{2, 6\}$ ⑤ $\{3, 6\}$

해설

$$A \cap B^c = \{1, 2\} \text{ , } A \cup B = \{1, 2, 3, 6\}$$

$$A = \{1, 2, 6\} \text{ 에서}$$

$$A \cap B^c = A - (A \cap B)$$

$$= \{1, 2, 6\} - (A \cap B)$$

$$= \{1, 2\}$$

$$\text{이므로 } A \cap B = \{6\}$$

$$\therefore B = \{(A \cup B) - A\} \cup (A \cap B)$$

$$= \{3\} \cup \{6\} = \{3, 6\}$$

16. 집합 A 에 대하여 $x \in A$ 이면, $5 - x \in A$ 이다. 집합 A 의 원소가 모두 자연수일 때, 가능한 집합 A 의 개수를 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 3 개

해설

집합 A 는 $(1, 4)$, $(2, 3)$ 의 순서쌍을 원소로 갖고 $\emptyset$ 은 갖지 않는 집합이므로

$$2^2 - 1 = 3 \text{ (개)}$$

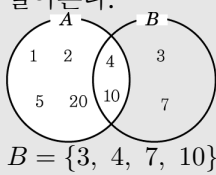
17. 두 집합 A, B 에 대하여 $A = \{x \mid x \text{는 } 20 \text{의 약수}\}$ 이고, $(A \cup B) \cap (A \cap B)^c = \{1, 2, 3, 5, 7, 20\}$ 일 때, 집합 B 를 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▶ 정답: $B = \{3, 4, 7, 10\}$

해설

벤 다이어그램을 그려서 $(A \cup B) \cap (A \cap B)^c$ 을 알아본다.



18. 두 집합 A, B 에 대하여 $n(A) = 36, n(B) = 42, n(A \cup B) = 65$ 일 때, $n(A - B)$ 와 $n(B - A)$ 를 각각 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▶ 답:

▶ 정답: $n(A - B) = 23$

▶ 정답: $n(B - A) = 29$

해설

$$\begin{aligned} n(A \cup B) &= n(A) + n(B) - n(A \cap B) \\ 65 &= 36 + 42 - n(A \cap B) \\ n(A \cap B) &= 13 \\ n(A - B) &= n(A) - n(A \cap B) = 36 - 13 = 23 \\ n(B - A) &= n(B) - n(A \cap B) = 42 - 13 = 29 \end{aligned}$$

19. 집합 $B = \{x \mid x \text{는 } 20 \text{미만의 } 5 \text{의 배수}\}$ 의 부분집합 중에서 원소 5를 가지는 부분집합은 몇 개인가? [배점 3, 중하]

① 0 개

② 4 개

③ 6 개

④ 8 개

⑤ 10 개

해설

집합 $B = \{5, 10, 15\}$

원소 5를 가지는 부분집합의 개수는 $\{10, 15\}$ 의 부분집합의 개수와 같다.

$\therefore 2^2 = 4$ (개)

20. 두 집합 $A = \{3, a + 1, 6, 9\}, B = \{3, 5, 6, b + 2\}$ 에 대하여 $A \subset B, B \supset A$ 일 때, $a + b$ 의 값은? [배점 3, 중하]

① 8

② 9

③ 10

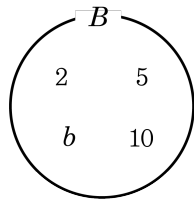
④ 11

⑤ 12

해설

$b + 2 = 9, a + 1 = 5$ 이므로 $a = 4, b = 7$ 따라서 $a + b = 11$ 이다.

21. 두 집합 $A = \{2, a, 8, 10\}$, B 에 대하여 $A = B$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.



[배점 3, 중하]

▶ 답:

▶ 정답: 13

해설

$A = B$ 이므로

$$\{2, a, 8, 10\} = \{2, 5, b, 10\}$$

$$a = 5, b = 8$$

$$\therefore a + b = 5 + 8 = 13$$

22. 48에 가장 작은 자연수를 곱하여 어떤 자연수의 제곱이 되게 하려고 한다. 이때, 곱하여야 할 가장 작은 자연수를 구하여라.

[배점 3, 중하]

▶ 답:

▶ 정답: 3

해설

48을 소인수분해하면 다음과 같다.

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 48} \\ 2 \overline{) 24} \\ 2 \overline{) 12} \\ 2 \overline{) 6} \\ 3 \end{array}$$

$48 = 2^4 \times 3$ 이므로 $2^4 \times 3 \times \square$ 가 어떤 자연수의 제곱이 되기 위한 $\square$ 의 값 중에서 가장 작은 자연수는 3이다.

23. $a_1 < a_2 < a_3 < a_4 < a_5$ 를 만족하는 자연수

$a_k (k = 1, 2, \dots, 5)$ 를 원소로 하는 집합 A 와 집합

$$B = \{a_1^2, a_2^2, a_3^2, a_4^2, a_5^2\}$$
에 대하여

$A \cap B = \{a_1, a_4\}$ 이고 $a_1 + a_4 = 10$ 이다. $A \cup B$ 의

원소의 합이 224일 때, $a_2 + a_3 + a_5 + a_2^2 + a_3^2 + a_5^2$ 의 값을 구하여라.

[배점 5, 중상]

▶ 답:

▶ 정답: 142

해설

$A \cap B = \{a_1, a_4\}$ 에서 a_1, a_4 모두 제곱수이고, 두 수의 합이 10이므로 $a_1 = 1, a_4 = 9$

9가 집합 B 의 원소이므로 집합 A 의 원소 중에는 3이 포함되고, 또 9가 집합 A 의 원소이므로 집합 B 의 원소 중에는 81이 포함된다. 또, a_5 가 a_4 보다 크지만 a_5 가 10보다 커지면 합집합이 224보다 커지므로 a_5 는 10이 되고, 차례로 대입하면 $a_3 = 4$ 가 된다.

$$A = \{1, 3, 4, 9, 10\}$$

$$B = \{1, 9, 16, 81, 100\}$$

$$a_2 + a_3 + a_5 + a_2^2 + a_3^2 + a_5^2 = 3 + 4 + 10 + 9 + 16 + 100 = 142$$

24. 두 집합 $A = \{-1, 0, 2 \times a - 5, 5\}$, $B = \{0, b + 3, 3\}$ 에 대하여
 $A \cup B = \{-1, 0, 2, 3, 5\}$, $A \cap B = \{0, 3\}$ 이기 위한
 $a + b$ 의 값을 구하여라.

[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$A \cap B = \{0, 3\}$ 이므로 $3 \in A$,
 $2 \times a - 5 = 3$, $a = 4$
 $A = \{-1, 0, 3, 5\}$, $A \cup B = \{-1, 0, 2, 3, 5\}$
 이므로 $2 \in B$,
 $b + 3 = 2$ $b = -1$
 $\therefore a + b = 3$

25. 두 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 소수}\}$, $B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ 일 때, $n(A \cup B)$ 는?

[배점 5, 상하]

① 5개 ② 6개 ③ 7개

④ 8개 ⑤ 9개

해설

$A = \{2, 3, 5, 7\}$
 $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$
 $\therefore n(A \cup B) = 8$

26. 두 집합 A, B 에 대하여 $n(A) = 20, n(B) = 16, n(A \cup B) = 30$ 일 때, $n(A \cap B)$ 를 구하여라.

[배점 6, 상중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$
 $30 = 20 + 16 - n(A \cap B)$
 $n(A \cap B) = 20 + 16 - 30 = 6$