

단원테스트 2차

1. 두 집합 $A = \{x|x \text{는 } 24 \text{의 약수}\}$, $B = \{x|x \text{는 } 28 \text{의 약수}\}$ 에 대하여 $n(A \cap B)$ 를 구하여라.
[배점 2, 하중]

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$$\begin{aligned} A &= \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24\} \\ B &= \{1, 2, 4, 7, 14, 28\} \\ A \cap B &= \{1, 2, 4\} \\ n(A \cap B) &= 3 \end{aligned}$$

2. 두 집합 $A = \{x|x \text{는 } 27 \text{의 약수}\}$, $B = \{x|x \text{는 } 36 \text{의 약수}\}$ 에 대하여 $n(A \cap B)$ 를 구하여라.
[배점 2, 하중]

▶ 답 :

▶ 정답 : 3

해설

$$\begin{aligned} A &= \{1, 3, 9, 27\} \\ B &= \{1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36\} \\ A \cap B &= \{1, 3, 9\} \\ n(A \cap B) &= 3 \end{aligned}$$

3. 다음 중 공집합인 것은? [배점 2, 하중]

- ① $\{x|x-5=3, x \text{는 짝수}\}$
② $\{x|x \text{는 } x \times 0 = 0 \text{인 자연수}\}$
③ $\{x|x < 1 \text{인 자연수}\}$
④ $\{x|x \text{는 } 2 \text{의 약수}\}$
⑤ $\{x|-1 < x < 1, x \text{는 정수}\}$

해설

③ 1보다 작은 자연수는 없으므로 공집합

4. 다음 중 옳은 것은? [배점 2, 하중]

- ① $n(\{\emptyset\}) = 0$
② $n(\{2\}) = 2$
③ $n(\{x|x \text{는 } 6 \text{의 약수}\}) = 6$
④ $n(\{x|x \text{는 } 2 < x < 3 \text{인 자연수}\}) = 1$
⑤ $n(\{1, 3, 5\}) - n(\{3\}) = 2$

해설

$$n(\{1, 3, 5\}) - n(\{3\}) = 3 - 1 = 2$$

5. 다음 중 옳은 것은?

[배점 2, 하중]

- ① $n(\{4\}) = 4$
- ② $n(\{0\}) = 0$
- ③ $n(\{\emptyset\}) = 0$
- ④ $n(A) = n(B)$ 이면 $A = B$
- ⑤ $A = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 소수}\}$ 이면 $n(A) = 4$

해설

$A = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 소수}\}$
 $A = \{2, 3, 5, 7\}$ 이다.
따라서 $n(A) = 4$ 이다.

6. 다음 중 집합인 것을 모두 고르면? [배점 2, 하중]

- ① 수학을 잘하는 학생들의 모임
- ② 예쁜 신발들의 모임
- ③ 가장 작은 자연수의 모임
- ④ 우리 반에서 키가 큰 학생들의 모임
- ⑤ 채소들의 모임

해설

③ 가장 작은 자연수의 모임 : 1
⑤ 채소들의 모임 : 오이, 당근, 토마토, ...

7. 다음 중 집합인 것을 모두 고르면? [배점 2, 하중]

- ① 10 보다 큰 짝수들의 모임
- ② 아주 큰 수들의 모임
- ③ 몸무게가 40kg 이하인 우리 반 학생들의 모임
- ④ 예쁜 강아지들의 모임
- ⑤ 공부를 잘하는 학생들의 모임

해설

‘아주 큰’, ‘예쁜’ 은 명확한 기준이 될 수 없다.

8. 다음 중 집합인 것을 모두 고른 것은?

- ㉠ 우리 나라 지하철 노선의 모임
- ㉡ 우리 반에서 컴퓨터를 잘 하는 학생의 모임
- ㉢ 우리 학교에서 뚱뚱한 학생의 모임
- ㉣ 가장 큰 5의 배수의 모임
- ㉤ 10에 가장 가까운 홀수의 모임
- ㉥ 1보다 작은 자연수의 모임

[배점 2, 하중]

- ① ㉠, ㉡, ㉤
- ② ㉠, ㉢, ㉤
- ③ ㉡, ㉢, ㉤
- ④ ㉠, ㉡, ㉢, ㉤
- ⑤ ㉠, ㉡

해설

‘잘하는’, ‘뚱뚱한’, ‘가장 큰’은 정확한 기준이 될 수 없다. 그러므로 집합이 될 수 없다.

9. 다음 중 집합이 될 수 없는 것을 모두 고르면?

[배점 2, 하중]

- ① $\{x|x \text{는 } 10 \text{보다 큰 수}\}$
- ② 과일의 모임
- ③ 몸무게가 40kg 이상인 사람들의 모임
- ④ 9와 비슷한 숫자들의 모임
- ⑤ 기분 좋은 날짜들의 모임

해설

‘비슷한’, ‘기분 좋은’은 정확한 기준이 될 수 없다. 그러므로 집합이 될 수 없다.

10. 자연수의 집합을 N , 정수의 집합을 Z , 유리수의 집합을 Q 로 나타낼 때, 다음 중 옳은 것은?

[배점 2, 하중]

- ① $Q \subset Z \subset N$
- ② $Z \subset Q \subset N$
- ③ $N \subset Q \subset Z$
- ④ $Z \subset N \subset Q$
- ⑤ $N \subset Z \subset Q$

해설

벤 다이어그램에서 $N \subset Z \subset Q$



11. 어느 반 학생 39 명이 수학 시험을 보는데 A 문제를 맞힌 학생은 19 명, B 문제를 맞힌 학생은 27 명, A 와 B 모두 맞힌 학생은 12 명일 때, A 와 B 모두 틀린 학생은 몇 명인지 구하여라.(단, 수학 시험의 문제는 A 와 B 두 문제만 있다.) [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 5 명

해설

A 문제를 맞힌 학생을 A 라 하면 $n(A) = 19$
 B 문제를 맞힌 학생을 B 라 하면 $n(B) = 27$
 A 와 B 모두 맞힌 학생은 $A \cap B$ 이므로
 $n(A \cap B) = 12$
 A 나 B 를 맞힌 학생은 $A \cup B$ 이다.
 $\therefore n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) = 19 + 27 - 12 = 34(\text{명})$
 따라서 A 와 B 를 모두 틀린 학생은 5 명이다.

12. 두 집합 A, B 에 대하여 $A \cap B^c = \{1, 2\}$, $A \cup B = \{1, 2, 3, 6\}$, $A = \{1, 2, 6\}$ 일 때, 집합 B 는?

[배점 3, 중하]

- ① $\{1\}$ ② $\{1, 3\}$ ③ $\{2, 3\}$
 ④ $\{2, 6\}$ ⑤ $\{3, 6\}$

해설

$A \cap B^c = \{1, 2\}$, $A \cup B = \{1, 2, 3, 6\}$
 $A = \{1, 2, 6\}$ 에서
 $A \cap B^c = A - (A \cap B)$
 $= \{1, 2, 6\} - (A \cap B)$
 $= \{1, 2\}$
 이므로 $A \cap B = \{6\}$
 $\therefore B = \{(A \cup B) - A\} \cup (A \cap B)$
 $= \{3\} \cup \{6\} = \{3, 6\}$

13. 다음 중 옳은 것은?

[배점 3, 중하]

- ① $A = \{a, b, a, b\}$ 일 때 $n(A) = 4$
 ② $n(\{x \mid x \text{는 } 3\text{이하의 자연수}\}) = \{3\}$
 ③ $n(\{a, b, c, d\}) - n(\{a, b, d\}) = 0$
 ④ $n(\{x \mid x \text{는 } 1\text{미만의 자연수}\}) = 1$
 ⑤ $n(\{2, 3\}) - n(\{1, 3\}) = 2$

해설

- ①, $n(A) = 2$
 ③, $4 - 3 = 1$
 ④, $n(\emptyset) = 0$
 ⑤, $2 - 2 = 0$

14. $n(A) = 26$, $n(B) = 17$ 이고, $n(A \cap B) = 8$ 일 때, $n(A - B)$ 의 값은?

[배점 3, 중하]

- ① 9 ② 11 ③ 18 ④ 25 ⑤ 26

해설

$$n(A - B) = n(A) - n(A \cap B)$$

$$n(A - B) = 26 - 8 = 18$$

15. 두 집합 A, B 에 대하여 $A = \{x \mid x \text{는 } 20\text{의 약수}\}$ 이고, $(A \cup B) \cap (A \cap B)^c = \{1, 2, 3, 5, 7, 20\}$ 일 때, 집합 B 를 구하여라.

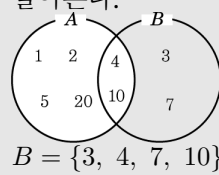
[배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: $B = \{3, 4, 7, 10\}$

해설

벤 다이어그램을 그려서 $(A \cup B) \cap (A \cap B)^c$ 을 알아본다.



16. 두 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 24\text{의 배수}\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } \square\text{의 배수}\}$ 에 대하여 $A \subset B$ 일 때, $\square$ 안에 알맞은 자연수는 몇 개인지 구하여라.

[배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 8개

해설

$\square$ 는 24의 약수이다.

24의 약수 : 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24

17. 두 집합 $A = \{12, a, b\}$, $B = \{7, 15, b+5\}$ 에 대하여 $A \subset B$, $B \subset A$ 일 때, $a - b$ 의 값을 구하여라.
[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 8

해설

$$b + 5 = 12 \text{ 이므로 } b = 7, a = 15 \\ \therefore a - b = 15 - 7 = 8$$

18. 전체집합 $U = \{x \mid x \text{는 } 12 \text{ 미만의 자연수}\}$ 의 두 부분 집합 $A = \{2, 4, 6, 8, 10\}$, $B = \{2, 3, 5, 6, 7, 11\}$ 에 대하여 $n((A - B)^c)$ 은? [배점 3, 중하]

① 4 ② 6 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

해설

$$U = \{1, 2, 3, 4, 5, \dots, 10, 11\} \\ A - B = \{4, 8, 10\} \\ (A - B)^c = \{1, 2, 3, 5, 6, 7, 9, 11\} \\ \therefore n((A - B)^c) = 8$$

19. 집합 $A = \{a, b, c, d\}$ 의 부분집합 중에서 a 를 포함하는 부분집합의 개수를 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 8개

해설

$\{b, c, d\}$ 의 부분집합의 개수와 같다.
즉, $2^3 = 8$

20. 두 집합 $A = \{3, a+1, 6, 9\}$, $B = \{3, 5, 6, b+2\}$ 에 대하여 $A \subset B$, $B \supset A$ 일 때, $a + b$ 의 값은? [배점 3, 중하]

① 8 ② 9 ③ 10 ④ 11 ⑤ 12

해설

$b + 2 = 9$, $a + 1 = 5$ 이므로 $a = 4$, $b = 7$
따라서 $a + b = 11$ 이다.

21. 집합 $B = \{x \mid x \text{는 } 9 \text{의 약수}\}$ 일 때, 집합 B 의 부분 집합의 개수는? [배점 3, 중하]

① 4개 ② 6개 ③ 8개
④ 10개 ⑤ 12개

해설

$B = \{1, 3, 9\}$
집합 B 의 부분집합의 개수 : $2^3 = 8$

22. 두 집합 X, Y 에 대하여 기호 $\otimes$ 를 $X \otimes Y = \{x \times y | x \in X \text{ 그리고 } y \in Y\}$ 라고 약속한다.

$A = \{0, 1, 2\}, B = \{1, 2\}$ 일 때, $\otimes AB$ 를 구하면?

[배점 5, 중상]

- ① $\{0, 1, 2, 4\}$ ② $\{0, 1, 2\}$
 ③ $\{0, 1\}$ ④ $\{0\}$
 ⑤ $\{1, 2\}$

해설

$$\begin{aligned} A \otimes B &= \{0 \times 1, 0 \times 2, 1 \times 1, 1 \times 2, 2 \times 1, 2 \times 2\} \\ &= \{0, 1, 2, 4\} \end{aligned}$$

23. 두 집합 X, Y 에 대하여 기호 $\otimes$ 를 $X \otimes Y = \{x \times y | x \in X \text{ 그리고 } y \in Y\}$ 라고 약속한다.

$A = \{0, 1, 2\}, B = \{1, 2\}$ 일 때, $\otimes AB$ 를 구하면?

[배점 5, 중상]

- ① $\{0, 1, 2, 4\}$ ② $\{0, 1, 2\}$
 ③ $\{0, 1\}$ ④ $\{0\}$
 ⑤ $\{1, 2\}$

해설

$$\begin{aligned} A \otimes B &= \{0 \times 1, 0 \times 2, 1 \times 1, 1 \times 2, 2 \times 1, 2 \times 2\} \\ &= \{0, 1, 2, 4\} \end{aligned}$$

24. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 절댓값이 } 4 \text{ 이상 } 6 \text{이하인 정수}\},$

$B = \{y \mid y = x + 3, x \in A\},$

$C = \{a - 4, a + 1, 2a + 2, -a\}$ 일 때,

$B \cap C = \{-3, -1, 8\}$ 을 만족하는 정수 a 의 값을 구하여라.

[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$A = \{-6, -5, -4, 4, 5, 6\}$$

$$B = \{-3, -2, -1, 7, 8, 9\}$$

$$-a = -3 \text{ 일 때, } a = 3$$

$$C = \{-3, 4, 8, -1\}$$

$$B \cap C = \{-3, -1, 8\}$$

25. 전체집합 $U = \{x \mid x \text{는 } 40 \text{ 보다 작은 } 5 \text{의 배수}\}$ 에 대하여 부분집합 A, B 가 다음 조건을 만족할 때, 집합 A 를 구하여라.

$$\begin{aligned} A \cap B &= \{15, 25, 35\} \\ A^C \cap B &= \{10, 20, 30\} \\ (A \cup B)^C &= \emptyset \end{aligned}$$

[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : $A = \{5, 15, 25, 35\}$

해설

$$\begin{aligned} U &= \{x \mid x \text{는 } 40 \text{ 보다 작은 } 5 \text{의 배수}\} = \{5, 10, 15, 20, 25, 30, 35\} \\ A^C \cap B &= B - A = \{10, 20, 30\} \\ A \cap B &= \{15, 25, 35\} \text{ 이고, } (A \cup B)^C = \emptyset \text{ 이므로} \\ A &= \{5, 15, 25, 35\} \end{aligned}$$

26. 과학의 날 행사에 1학년 10반 학생 35명이 전원 참여하였다. 물로켓 발사대회에 참여한 학생이 20명, 에어로켓 발사대회에 참여한 학생이 23명이라고 한다. 두 대회에 모두 참여한 학생은 몇 명인지 구하여라.

[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 8명

해설

전체집합을 U , 물로켓 발사대회 참여 학생들의 집합을 A , 에어로켓 발사대회 참여 학생들의 집합을 B 라고 하면

$$\begin{aligned} n(U) &= 35, \quad n(A) = 20, \quad n(B) = 23 \\ n(A \cap B) &= n(A) + n(B) - n(A \cup B) \\ &= 20 + 23 - 35 \\ &= 8 \end{aligned}$$

27. 지윤이네 학교 학생 170 명 중 A 문제를 푼 학생이 80 명, B 문제를 푼 학생이 90명, A 문제와 B 문제를 모두 푼 학생이 15 명일 때, A 문제와 B 문제 중 어느 것도 풀지 못한 학생은 몇 명인가? [배점 5, 중상]

- ① 10 명 ② 12 명 ③ 14 명
☒ ④ 15 명 ⑤ 16 명

해설

전체집합을 U , A 문제를 푼 학생들의 집합을 A , B 문제를 푼 학생들의 집합을 B 라고 하면

$$n(U) = 170$$

$$n(A) = 80, n(B) = 90, n(A \cap B) = 15$$

$$\begin{aligned} n(A \cup B) &= n(A) + n(B) - n(A \cap B) \\ &= 80 + 90 - 15 \\ &= 155 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} n((A \cup B)^c) &= n(U) - n(A \cup B) \\ &= 170 - 155 \\ &= 15 \end{aligned}$$

28. 두 집합 $A = \{1, 2, 3, a+1\}$, $B = \{4, 5, a\}$ 에 대하여 $A \cap B = \{3, 4\}$ 일 때, $n(A - B)$ 를 구하면? (단, a 는 상수) [배점 6, 상중]

- ① 0 ② 1 ☒ ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

$B = \{4, 5, a\}$ 이고 $A \cap B = \{3, 4\}$ 이므로 $a = 3$ 이 때, $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{3, 4, 5\}$
 $A - B = \{1, 2\}$
 $\therefore n(A - B) = 2$

29. 전체집합 U 의 부분집합 A 에 대하여 다음 중 옳지 않은 것은? [배점 6, 상중]

- ① $A \cup A^c = U$ ☒ ② $A \cap U = U$
 ③ $\phi^c = U$ ④ $A \cap A^c = \phi$
 ⑤ $(A^c)^c = A$

해설

$$A \cap U = A$$

30. 전체집합 U 의 부분집합 A 에 대하여 다음 중 옳지 않은 것은? [배점 6, 상중]

- ① $A \cap A^c = \phi$ ② $A \cup U = U$
 ③ $\phi^c = U$ ☒ ④ $A \cap U = U$
 ⑤ $(A^c)^c = A$

해설

$$A \cap U = A$$