

단원테스트 클리닉

1. 전체집합 $U = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 자연수}\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A^c = \{4, 5, 7\}$, $B^c = \{3, 4, 6, 8\}$ 일 때, $A \cap B$ 를 구하여라.

[배점 2, 하중]

▶ 답:

▷ 정답: $\{1, 2, 9, 10\}$

해설

$$\begin{aligned} A &= (A^c)^c = \{1, 2, 3, 6, 8, 9, 10\} \\ B &= (B^c)^c = \{1, 2, 5, 7, 9, 10\} \\ \therefore A \cap B &= \{1, 2, 9, 10\} \end{aligned}$$

2. 전체집합 $U = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 자연수}\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A^c = \{4, 5, 7\}$, $B^c = \{3, 4, 6, 8\}$ 일 때, $A \cap B$ 를 구하여라.

[배점 2, 하중]

▶ 답:

▷ 정답: $\{1, 2, 9, 10\}$

해설

$$\begin{aligned} A &= (A^c)^c = \{1, 2, 3, 6, 8, 9, 10\} \\ B &= (B^c)^c = \{1, 2, 5, 7, 9, 10\} \\ \therefore A \cap B &= \{1, 2, 9, 10\} \end{aligned}$$

3. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 홀수}\}$ 일 때, 공집합이 아닌 부분집합의 개수는? [배점 2, 하중]

① 28 ② 29 ③ 30 ④ 31 ⑤ 32

해설

$$\begin{aligned} A &= \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 홀수}\} \\ A &= \{1, 3, 5, 7, 9\} \\ \text{전체 부분집합의 개수} &: 2^5 = 32 \\ \text{공집합을 제외한 부분집합의 개수} &: 32 - 1 = 31 \end{aligned}$$

4. 다음 중 공집합인 것을 모두 고르면?

[배점 2, 하중]

- ① $\{\emptyset\}$
 ② $\{0\}$
 ③ $\{x \mid x \text{는 } 1 \text{보다 작은 자연수}\}$
 ④ $\{x \mid x \text{는 } 3 \text{ 미만의 홀수}\}$
 ⑤ $\{x \mid x \text{는 } 4 \text{보다 크고 } 6 \text{보다 작은 짝수}\}$

해설

- ③ 1보다 작은 자연수는 없으므로 공집합
 ⑤ 4보다 크고 6보다 작은 짝수는 없으므로 공집합

5. 다음 중 부분집합의 개수가 다른 것은?

[배점 2, 하중]

- ① $\{x \mid x \text{는 } 9\text{미만의 홀수}\}$
- ② $A = \{x \mid x \text{는 } 4\text{이하의 자연수}\}$
- ③ $\{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 소수}\}$
- ④ $\{x \mid x \text{는 } 4\text{의 약수}\}$
- ⑤ $A = \{x \mid x \text{는 } 9 \text{ 미만의 홀수}\}$

해설

- (1) $\{x \mid x \text{는 } 6\text{의 약수}\} = 2^4 = 16$
- (2) $A = \{x \mid x \text{는 } 4\text{이하의 자연수}\} = 2^4 = 16$
- (3) $\{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 소수}\} = 2^4 = 16$
- (4) $\{x \mid x \text{는 } 4\text{의 약수}\} = 2^3 = 8$
- (5) $A = \{x \mid x \text{는 } 9 \text{ 미만의 홀수}\} = 2^4 = 16$

6. $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 의 부분집합 $A = \{2, 3, 5\}$ 에 대하여 A^c 은?

[배점 2, 하중]

- ① $\{2, 3, 5\}$ ② $\{1, 3, 5\}$ ③ $\{1, 4, 6\}$
- ④ $\{4, 5, 6\}$ ⑤ $\{1, 2, 3\}$

해설

$$A^c = \{1, 4, 6\}$$

7. $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 의 부분집합 $A = \{2, 3, 5\}$ 에 대하여 A^c 은?

[배점 2, 하중]

- ① $\{2, 3, 5\}$ ② $\{1, 3, 5\}$ ③ $\{1, 4, 6\}$
- ④ $\{4, 5, 6\}$ ⑤ $\{1, 2, 3\}$

해설

$$A^c = \{1, 4, 6\}$$

8. 다음 중 집합인 것을 모두 고르면? [배점 2, 하중]

- ① 예쁜 여학생들의 모임
- ② 큰 수의 모임
- ③ 우리 반에서 안경을 낀 학생들의 모임
- ④ 12의 약수들의 모임
- ⑤ 노래를 잘 부르는 학생들의 모임

해설

예쁘다거나, 크다거나, 노래를 잘 부른다는 조건만으로는 대상을 분명히 알 수가 없다.

9. $n(\{1, 3, 5, 7, 9\}) - n(\{3, 6, 9\})$ 의 값은? [배점 2, 하중]

- ① 1 ② 2 ③ 5 ④ 7 ⑤ 9

해설

$$(준식) = 5 - 3 = 2$$

10. 다음 중 무한집합을 모두 고르면? [배점 2, 하중]

- ① $\{1, 2, 3, \dots, 100\}$
 ② $\{x \mid x \text{는 짝수}\}$
 ③ $\{0\}$
 ④ $\{x \mid x \text{는 1보다 작은 자연수}\}$
 ⑤ $\{x \mid x \text{는 0과 1사이의 수}\}$

해설

- ② $\{2, 4, 6, \dots\}$
 ④ $\{0.1, 0.01, 0.001, \dots\}$

11. 다음 중 집합이 아닌 것을 모두 찾으시오. [배점 2, 하중]

- ① 7 보다 작은 자연수의 모임
 ② 키가 큰 나무의 모임
 ③ 월드컵을 개최한 나라의 모임
 ④ 우리 반에서 농구를 잘 하는 학생의 모임
 ⑤ 15의 약수의 모임

해설

‘키가 큰’, ‘농구를 잘하는’ 은 그 대상을 분명히 알 수 없으므로 집합이 아니다.

12. 다음 두 집합 사이의 관계를 기호 $\subset$, $\not\subset$ 를 나타냈을 경우 $A \subset B$ 인 개수를 구하여라.

- ㉠ $A = \{a, b, c\}, B = \{a, b, c, d, e\}$
 ㉡ $A = \{1, 2, 3, 4\}, B = \{3, 4, 5\}$
 ㉢ $A = \{1, 2, 3, 6\}, B = \{x \mid x \text{는 6의 약수}\}$
 ㉣ $A = \{x \mid x \text{는 4의 배수}\}, B = \{x \mid x \text{는 8의 배수}\}$

[배점 3, 하상]

▶ 답:

▷ 정답: 2개

해설

- ㉠ $A \subset B$ ㉡ $A \not\subset B$ ㉢ $A \subset B$ ㉣ $B \subset A$

13. 다음 중 옳지 않은 것을 모두 고르면?

[배점 3, 하상]

- ① $\{2\} \subset \{2, 4, 5\}$
- ② $\{1, 2\} \subset \{2, 1\}$
- ③ $\{\emptyset\} = \emptyset$
- ④ $\{6, 8\} \subset \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 짝수}\}$
- ⑤ $\{1, 2, 5\} \subset \{1, 2\}$

해설

- ③ $\{\emptyset\} \neq \emptyset$
- ⑤ $\{1, 2, 5\} \not\subset \{1, 2\}$

14. 집합 $A = \{a, b\}$ 에 대한 설명 중 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2 개)

[배점 3, 하상]

- ① $\emptyset$ 는 집합 A 의 부분집합이다.
- ② 원소가 하나뿐인 집합 A 의 부분집합은 1 개이다.
- ③ 원소가 2 개인 집합 A 의 부분집합은 2 개이다.
- ④ $\{a\}$ 는 집합 A 의 진부분집합이다.
- ⑤ $\{a, b, c\} \subset A$ 이다.

해설

집합 A 의 부분집합은 $\emptyset, \{a\}, \{b\}, \{a, b\}$ 이고, 그 중 진부분집합은 $\{a, b\}$ 를 제외한 $\emptyset, \{a\}, \{b\}$ 이다.

15. 다음 중 $A = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 홀수}\}$ 의 부분집합이 아닌 것은?

[배점 3, 하상]

- ① $\emptyset$
- ② $\{1, 3\}$
- ③ $\{3, 7\}$
- ④ $\{x \mid x \text{는 } 9 \text{의 약수}\}$
- ⑤ $\{1, 5, 6\}$

해설

$A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ 이므로 $\{1, 5, 6\} \not\subset A$

16. 집합 $A = \{k \mid k \leq 12, k \text{는 } 3 \text{의 배수}\}$ 를 원소나열법으로 나타내면?

[배점 3, 하상]

- ① $A = \{3, 6\}$
- ② $A = \{3, 6, 9\}$
- ③ $A = \{3, 6, 9, 12\}$
- ④ $A = \{3, 6, 9, 10, 12\}$
- ⑤ $A = \{3, 6, 9, 10, 11\}$

해설

집합 A 를 원소나열법으로 나타내면 $A = \{3, 6, 9, 12\}$ 이다.

17. 다음 집합을 원소나열법으로 나타낸 것은?
 $\{x|x \text{는 } 10\text{이하의 홀수}\}$ [배점 3, 하상]

- ① $\{1, 3\}$ ② $\{1, 3, 5\}$
 ③ $\{1, 3, 5, 7\}$ ④ $\{1, 3, 5, 7, 9\}$
 ⑤ $\{1, 3, 5, 7, 9, 10\}$

해설

$$\{x|x \text{는 } 10\text{이하의 홀수}\} = \{1, 3, 5, 7, 9\}$$

18. $n(A) = 30$, $n(B) = 25$ 이고, $A \cap B = \emptyset$ 일 때,
 $n(A - B)$ 의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 30

해설

$$A \cap B = \emptyset \text{ 이므로 } A - B = A \text{ 이다.}$$

$$n(A - B) = n(A) = 30$$

19. 두 집합 $A = \{x|x \text{는 } 12\text{의 약수}\}$, $B = \{x|x \text{는 } 6\text{의 약수}\}$ 일 때, $B - A$ 로 옳은 것은?
 [배점 3, 중하]

- ① $\{1, 6\}$ ② $\{1, 2, 6\}$
 ③ $\{1, 3, 4, 6\}$ ④ $\{1, 2, 3, 6\}$
 ⑤ $\emptyset$

해설

$$A \supset B \text{ 이므로 } B - A = \emptyset \text{ 이다.}$$

20. 전체집합 $U = \{x|x \text{는 } 9\text{보다 작은 자연수}\}$ 의 두 부분
 집합 $A = \{1, 2, 4, 6\}$, $B = \{x|x \text{는 짝수}\}$ 에 대하여
 $A^c \cap B^c$ 은? [배점 3, 중하]

- ① $\{1\}$ ② $\{1, 5\}$
 ③ $\{1, 3\}$ ④ $\{3, 5, 7\}$
 ⑤ $\{1, 3, 5, 7\}$

해설

A^c 과 B^c 을 각각 구한 후, 교집합을 구한다.

$$A^c = U - A, B^c = U - B$$

$$U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}, A = \{1, 2, 4, 6\}$$

$$, B = \{2, 4, 6, 8\} \text{ 이므로}$$

$$A^c = \{3, 5, 7, 8\}, B^c = \{1, 3, 5, 7\}$$

$$\therefore A^c \cap B^c = \{3, 5, 7\}$$

21. $A \subset B$ 이고 $n(A) = 10$, $n(B) = 22$ 일 때, $n(A \cap B)$, $n(A \cup B)$ 의 합은? [배점 3, 중하]

- ① 10 ② 15 ③ 18 ④ 22 ⑤ 32

해설

$A \subset B$ 이므로 $A \cap B = A$, $A \cup B = B$ 이다.

$$n(A \cap B) = n(A) = 10$$

$$n(A \cup B) = n(B) = 22$$

$$\therefore n(A \cap B) + n(A \cup B) = 10 + 22 = 32$$

22. 집합 $A = \{x | x \text{ 는 } 15 \text{ 이하의 소수}\}$ 에 대하여 다음 보기 중 옳은 것을 모두 골라라.

보기

㉠ $2 \notin A$

㉡ $1 \in A$

㉢ $\emptyset \subset A$

㉣ $\{5, 7\} \in A$

㉤ $\{3, 5, 7, 9\} \not\subset A$

㉥ $n(A) = 7$

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉢

▶ 정답 : ㉤

해설

$A = \{2, 3, 5, 7, 11, 13\}$ 이므로

㉢ $\emptyset \subset A$,

㉤ $\{3, 5, 7, 9\} \not\subset A$ 이 옳다.

23. 어느 반 학생 35명 중 피자를 좋아하는 학생이 19명, 떡볶이를 좋아하는 학생이 21명, pizza와 떡볶이 모두를 싫어하는 학생이 3명일 때, 둘 다 좋아하는 학생은 몇 명인가? [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 8명

해설

전체 반 학생들의 집합을 U , 피자를 좋아하는 학생들의 집합을 A , 떡볶이를 좋아하는 학생들의 집합을 B 라고 하면,

$$n(U) = 35, n(A) = 19, n(B) = 21$$

$$n((A \cup B)^c) = 3$$

$$n(A \cup B) = n(U) - n((A \cup B)^c) = 35 - 3 = 32$$

$$n(A \cap B) = n(A) + n(B) - n(A \cup B) = 19 + 21 - 32 = 8$$

24. $A = \{\emptyset, \{a\}, b, \{c, d\}, e\}$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은? [배점 3, 중하]

① $\{a\} \in A$

② $\emptyset \in A$

③ $\{c, d\} \subset A$

④ $n(A) = 5$

⑤ $\{b, e\} \subset A$

해설

③ $\{c, d\} \in A$

25. 전체집합 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 이고, $A = \{1, 2, 3, 5\}$, $B = \{5, 6\}$ 일 때, $n(A - B)^c$ 의 값은? [배점 3, 중하]

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$A = \{1, 2, 3, 5\}$, $B = \{5, 6\}$ 에서 $A - B = \{1, 2, 3\}$ 이다.

따라서 $(A - B)^c = U - (A - B) = \{4, 5, 6\}$ 이다.

$$\therefore n((A - B)^c) = 3$$

26. $1101_{(2)}$ 과 $101_{(2)}$ 사이에 있는 3 의 배수의 합은?

[배점 5, 중상]

① 11

② 15

③ 17

④ 21

⑤ 27

해설

십진수로 고친 후 생각한다.

$$1101_{(2)} = 2^3 + 2^2 + 1 = 8 + 4 + 1 = 13$$

$$101_{(2)} = 2^2 + 1 = 4 + 1 = 5 \text{ 이므로,}$$

5 와 13 사이의 3의 배수는 6, 9, 12 이므로

합은 $6 + 9 + 12 = 27$ 이다.

27. 우리 반 학생 40 명 중에서 영어 학원을 다니는 학생은 25 명, 수학 학원을 다니는 학생은 21 명이라면, 두 과목 모두 학원을 다니는 사람 수의 최솟값과 최댓값의 합을 구하여라.

[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 27 명

해설

문제에서 $A \cup B$ 이 주어지고 있다. 우리 반 학생 40 명이 $A \cup B$ 이다.

영어 학원을 다니는 학생을 집합 A 라고 하고, 수학 학원을 다니는 학생은 집합 B 라고 한다.

영어, 수학 학원을 모두 다니는 학생은 $A \cap B$ 가 된다.

$A \cap B$ 의 최솟값과 최댓값을 구해 보자.

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$40 = 25 + 21 - x$$

x 의 최솟값은 6 이다.

최댓값은 수학 학원을 다니는 학생이 영어 학원을 다니는 학생에 포함될 때 성립한다.

그러므로 x 의 최댓값은 21(명)이다.

최솟값과 최댓값의 합은 27(명)이다.

28. 집합 $A = \{x|x \text{는 } m \text{보다 작거나 같은 자연수}\}$ 의 부분집합 중 원소가 2 개 이상인 부분집합을 차례로 $A_1, A_2, A_3, \dots, A_N$ 이라 할 때, 다음 조건을 만족하는 m 값을 구하여라. (단, $S(A)$ 는 집합 A 의 원소의 총합이다.)

$$S(A_1) + S(A_2) + S(A_3) + \dots + S(A_N) = 225$$

[배점 6, 상중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$$A = \{x|x \text{는 } m \text{보다 작거나 같은 자연수}\} = \{1, 2, 3, \dots, m\}$$

집합 A 의 모든 부분 집합에 각 원소가 포함되는 횟수는 2^{m-1} (번)이고, 원소가 1 개 이하인 부분 집합에 각 원소가 포함되는 횟수는 1 번이므로,

$$S(A_1) + S(A_2) + S(A_3) + \dots + S(A_N) = (2^{m-1} - 1) \times \left(\frac{m(m+1)}{2} \right) = 225$$

$225 = 3^2 \times 5^2$ 이고, $2^{m-1} - 1 \leq 255$ 인 범위에서 $2^{m-1} - 1$ 은 $5^2 = 25$ 의 배수가 될 수 없으므로, $\frac{m(m+1)}{2}$ 은 5 의 배수가 되어야 한다.

$\frac{m(m+1)}{2}$ 이 5 의 배수가 되도록 작은 수부터 차례로 넣어보면 $m = 5$

29. 집합 $A_k = \{x|x\text{는 } 10 \text{ 이하의 } k\text{의 배수}\}$ 이라 정의한다. 집합 $P = \{xy|x \in A_2, y \in A_3\}$ 에 대하여 다음 조건을 만족하는 집합 X 의 개수를 구하여라.

- $X \subset P$
- $X \cap \{xy|x \in A_4, y \in A_6\} = \{xy|x \in A_4, y \in A_6\}$

[배점 6, 상중]

▶ 답 :
 ▷ 정답 : 512 개

해설

$A_k = \{x|x\text{는 } 10 \text{ 이하의 } k\text{의 배수}\}$,
 $A_2 = \{2, 4, 6, 8, 10\}$, $A_3 = \{3, 6, 9\}$,
 $P = \{xy|x \in A_2, y \in A_3\} = \{6, 12, 18, 24, 30, 36, 48, 54, 60, 72, 90\}$,
 $X \subset P, \{xy|x \in A_4, y \in A_6\} = \{24, 48\}$ 이므로
 $X \cap \{xy|x \in A_4, y \in A_6\} = \{xy|x \in A_4, y \in A_6\}, \{24, 48\} \subset X$
 따라서 집합 X 는 집합 P 의 부분집합 중, 24 , 48 을 반드시 포함하는 부분집합이므로 집합 X 의 개수는 $2^{11-2} = 512$ (개)