

단원테스트 2차

1. 두 집합 $A = \{2, 4, 6, 8, 10\}$, $B = \{2, 4, 6\}$ 에 대하여 $A \cap X = X$ 이고, $(A \cap B) \cup X = X$ 를 만족하는 집합 X 의 개수는? [배점 2, 하중]

① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

해설

$A \cap X = X$ 이므로 $X \subset A$
 $(A \cap B) \cup X = X$ 이므로
 $(A \cap B) \subset X$
 $A \cap B = \{2, 4, 6\}$
 $\{2, 4, 6\} \subset X \subset \{2, 4, 6, 8, 10\}$
 X 는 $\{2, 4, 6, 8, 10\}$ 의 부분집합 중 원소 2, 4, 6 을 포함하는 집합이다.
 집합 X 의 개수 : $2^2 = 4$

2. 두 집합 $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{2, 3, 5\}$ 에 대하여 $A \cap X = X$ 이고, $(A \cap B) \cup X = X$ 를 만족하는 집합 X 의 개수를 구하여라. [배점 2, 하중]

▶ 답 :

▶ 정답 : 4개

해설

$A \cap X = X$ 이므로 $X \subset A$
 $(A \cap B) \cup X = X$ 이므로
 $(A \cap B) \subset X$
 $A \cap B = \{2, 3\}$
 $\{2, 3\} \subset X \subset \{1, 2, 3, 4\}$
 X 는 $\{1, 2, 3, 4\}$ 의 부분집합 중 원소 2, 3 을 포함하는 집합이다.
 집합 X 의 개수 : $2^2 = 4$ 개다.

3. 다음 중 옳은 것은? [배점 2, 하중]

- ① $n(\{\emptyset\}) = 0$
 ② $n(\{2\}) = 2$
 ③ $n(\{x \mid x \text{는 } 6 \text{의 약수}\}) = 6$
 ④ $n(\{x \mid x \text{는 } 2 < x < 3 \text{인 자연수}\}) = 1$
 ⑤ $n(\{1, 3, 5\}) - n(\{3\}) = 2$

해설

$$n(\{1, 3, 5\}) - n(\{3\}) = 3 - 1 = 2$$

4. 다음 중 옳은 것은? [배점 2, 하중]

- ① $n(\{4\}) = 4$
 ② $n(\{0\}) = 0$
 ③ $n(\{\emptyset\}) = 0$
 ④ $n(A) = n(B)$ 이면 $A = B$
 ⑤ $A = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 소수}\}$ 이면 $n(A) = 4$

해설

$A = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 소수}\}$
 $A = \{2, 3, 5, 7\}$ 이다.
 따라서 $n(A) = 4$ 이다.

5. 다음 중 집합인 것을 모두 고르면? [배점 2, 하중]

- ① 10 보다 큰 짝수들의 모임
- ② 아주 큰 수들의 모임
- ③ 몸무게가 40kg 이하인 우리 반 학생들의 모임
- ④ 예쁜 강아지들의 모임
- ⑤ 공부를 잘하는 학생들의 모임

해설

‘아주 큰’, ‘예쁜’은 명확한 기준이 될 수 없다.

6. $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 의 부분집합 $A = \{2, 3, 5\}$ 에 대하여 A^c 은? [배점 2, 하중]

- ① $\{2, 3, 5\}$ ② $\{1, 3, 5\}$ ③ $\{1, 4, 6\}$
- ④ $\{4, 5, 6\}$ ⑤ $\{1, 2, 3\}$

해설

$$A^c = \{1, 4, 6\}$$

7. $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 의 부분집합 $A = \{2, 3, 5\}$ 에 대하여 A^c 은? [배점 2, 하중]

- ① $\{2, 3, 5\}$ ② $\{1, 3, 5\}$ ③ $\{1, 4, 6\}$
- ④ $\{4, 5, 6\}$ ⑤ $\{1, 2, 3\}$

해설

$$A^c = \{1, 4, 6\}$$

8. 다음중 옳은 것은? [배점 2, 하중]

- ① $n(\{1, 2, 3\} - \{1, 2\}) = 3$
- ② $n(\{1, 2, 3\}) - n(\{3, 4\}) = 1$
- ③ $n(\{1, 2, 3\} \cap \{3, 4\}) = 3$
- ④ $n(\{1, 2, 3\}) - n(\{4, 5, 6\}) = 3$
- ⑤ $n(\emptyset) = 1$

해설

- ① $n(\{1, 2, 3\} - \{1, 2\}) = n(\{3\}) = 1$
- ② $n(\{1, 2, 3\} - \{3, 4\}) = n(\{1, 2\}) = 2$
- ③ $n(\{1, 2, 3\} \cap \{3, 4\}) = n(\{3\}) = 1$
- ④ $n(\{1, 2, 3\}) - n(\{4, 5, 6\}) = 3 - 3 = 0$
- ⑤ $n(\emptyset) = 0$

9. 집합 $A = \{0, 1, 2, 3\}$ 일 때, 다음 중 A 의 부분집합이 아닌 것은? [배점 2, 하중]

- ① $\{1, 2, 3\}$ ② $\{0\}$
- ③ ϕ ④ $\{0, 1, 2, 3\}$
- ⑤ $\{2, 3, 4\}$

해설

⑤ $4 \notin A$

10. 다음 중 무한집합을 모두 고르면? [배점 2, 하중]

- ① $\{1, 2, 3, \dots, 100\}$
- ② $\{x \mid x \text{는 짝수}\}$
- ③ $\{0\}$
- ④ $\{x \mid x \text{는 1보다 작은 자연수}\}$
- ⑤ $\{x \mid x \text{는 0과 1사이의 수}\}$

해설

- ② $\{2, 4, 6, \dots\}$
- ④ $\{0.1, 0.01, 0.001, \dots\}$

11. 다음 중 유한집합이 아닌 것은? [배점 2, 하중]

- ① $\{x \mid x \text{는 10의 약수}\}$
- ② $\{x \mid x \text{는 10보다 작은 홀수}\}$
- ③ $\{x \mid x \text{는 5보다 큰 자연수}\}$
- ④ $\{x \mid x \text{는 30보다 작은 5의 배수}\}$
- ⑤ $\{1, 2, 3, \dots, 49, 50\}$

해설

③ $\{6, 7, 8, 9, \dots\} \Rightarrow$ 무한집합

12. 다음 중 집합이 아닌 것을 모두 찾으시오.

[배점 2, 하중]

- ① 7 보다 작은 자연수의 모임
- ② 키가 큰 나무의 모임
- ③ 월드컵을 개최한 나라의 모임
- ④ 우리 반에서 농구를 잘 하는 학생의 모임
- ⑤ 15의 약수의 모임

해설

‘키가 큰’, ‘농구를 잘하는’ 은 그 대상을 분명히 알 수 없으므로 집합이 아니다.

13. 두 집합 A, B 에 대하여 $A \cap B^c = \{1, 2\}$, $A \cup B = \{1, 2, 3, 6\}$, $A = \{1, 2, 6\}$ 일 때, 집합 B 는?

[배점 3, 중하]

- ① $\{1\}$ ② $\{1, 3\}$ ③ $\{2, 3\}$
 ④ $\{2, 6\}$ ⑤ $\{3, 6\}$

해설

$A \cap B^c = \{1, 2\}$, $A \cup B = \{1, 2, 3, 6\}$
 $A = \{1, 2, 6\}$ 에서
 $A \cap B^c = A - (A \cap B)$
 $= \{1, 2, 6\} - (A \cap B)$
 $= \{1, 2\}$
 이므로 $A \cap B = \{6\}$
 $\therefore B = \{(A \cup B) - A\} \cup (A \cap B)$
 $= \{3\} \cup \{6\} = \{3, 6\}$

14. 두 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 8 \text{의 배수}\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } k \text{의 배수}\}$ 에 대하여 $A \cup B = B$ 인 조건을 만족하는 자연수 k 의 값으로 적당하지 않은 것은?

[배점 3, 중하]

- ① 1 ② 2 ③ 4 ④ 6 ⑤ 8

해설

$A \cup B = B$ 를 만족하려면 $A \subset B$ 인 관계가 성립하여야 하므로 집합 B 는 집합 A 의 원소인 8의 배수를 모두 포함하여야 한다.
 따라서 k 가 8의 약수일 때다. 즉 6의 배수는 8의 배수 전부를 포함하지 않는다.

15. $U = \{1, 3, 5, 7, 9\}$, $A = \{1, 3, 5\}$, $B = \{3, 5, 9\}$ 일 때, $A \cap B$ 를 포함하는 U 의 부분집합의 개수는?

[배점 3, 중하]

- ① 5개 ② 6개 ③ 7개
 ④ 8개 ⑤ 9개

해설

$U = \{1, 3, 5, 7, 9\}$
 $A = \{1, 3, 5\}$, $B = \{3, 5, 9\}$ 이므로 $A \cap B = \{3, 5\}$ 이다.
 3, 5를 포함하는 U 의 부분집합의 개수는
 $2^{5-2} = 2^3 = 8$ (개)

16. 두 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 12 \text{의 약수}\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 6 \text{의 약수}\}$ 일 때, $B - A$ 로 옳은 것은?

[배점 3, 중하]

- ① $\{1, 6\}$ ② $\{1, 2, 6\}$
 ③ $\{1, 3, 4, 6\}$ ④ $\{1, 2, 3, 6\}$
 ⑤ $\emptyset$

해설

$A \supset B$ 이므로 $B - A = \emptyset$ 이다.

17. 두 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 36 \text{의 배수}\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } \square \text{의 배수}\}$ 에 대하여 $A \subset B$ 일 때, $\square$ 안에 알맞은 자연수는 몇 개인가? [배점 3, 중하]

- ① 6개 ② 7개 ③ 8개
 ④ 9개 ⑤ 10개

해설

$\square$ 는 36의 약수이다.

36의 약수 : 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36

18. 집합 $A = \{0, 2, 4\}$, $B = \{0, 6, 9\}$ 일 때, 다음 중 옳은 것은? [배점 3, 중하]

- ① $n(A) = 2$
 ② $n\{\emptyset\} = 0$
 ③ $n\{0, 2, 4\} - \{0, 6, 9\} = 2$
 ④ $n(A \cup B) = 6$
 ⑤ $n(A) + n(B) = 5$

해설

$$n(\{0, 2, 4\} - \{0, 6, 9\}) = n(\{2, 4\}) = 2$$

19. 두 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 16 \text{의 약수}\}$, $B = \{1, 2, 4, a+1, 2 \times b\}$ 에 대하여 $A \subset B$, $B \subset A$ 일 때, $a+b$ 의 값은?(단, $a+1 < 2 \times b$)

[배점 3, 중하]

- ① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

해설

집합 A, B 의 원소가 일치해야 하고

$a+1 < 2 \times b$ 를 만족해야 하므로

$$a+1 = 8, 2 \times b = 16$$

$$a = 7, b = 8$$

$$\therefore a+b = 15$$

20. 집합 $A = \{2, 4, 6, a, b, c\}$ 일 때, $B \subset A$, $n(B) = 4$ 를 만족하는 집합 B 의 개수를 구하여라.

[배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 15

해설

$\{2, 4, 6, a\}, \{2, 4, 6, b\}, \{2, 4, 6, c\}$

$\{2, 4, a, b\}, \{2, 4, a, c\}, \{2, 4, b, c\}$

$\{2, 6, a, b\}, \{2, 6, a, c\}, \{2, 6, b, c\}$

$\{4, 6, a, b\}, \{4, 6, a, c\}, \{4, 6, b, c\}$

$\{4, a, b, c\}, \{2, a, b, c\}, \{6, a, b, c\}$

21. 두 집합 A, B 에 대하여 $n(A) = 36, n(B) = 42, n(A \cup B) = 65$ 일 때, $n(A - B)$ 와 $n(B - A)$ 를 각각 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : $n(A - B) = 23$

▶ 정답 : $n(B - A) = 29$

해설

$$\begin{aligned} n(A \cup B) &= n(A) + n(B) - n(A \cap B) \\ 65 &= 36 + 42 - n(A \cap B) \\ n(A \cap B) &= 13 \\ n(A - B) &= n(A) - n(A \cap B) = 36 - 13 = 23 \\ n(B - A) &= n(B) - n(A \cap B) = 42 - 13 = 29 \end{aligned}$$

22. 집합 $B = \{x \mid x \text{는 } 20 \text{ 미만의 } 5 \text{의 배수}\}$ 의 부분집합 중에서 원소 5 를 가지는 부분집합은 몇 개인가? [배점 3, 중하]

- ① 0 개 ② 4 개 ③ 6 개
④ 8 개 ⑤ 10 개

해설

집합 $B = \{5, 10, 15\}$
원소 5 를 가지는 부분집합의 개수는 $\{10, 15\}$ 의 부분집합의 개수와 같다.
 $\therefore 2^2 = 4$ (개)

23. 두 집합 X, Y 에 대하여 기호 $\otimes$ 를 $X \otimes Y = \{x \times y \mid x \in X \text{ 그리고 } y \in Y\}$ 라고 약속한다.
 $A = \{0, 1, 2\}, B = \{1, 2\}$ 일 때, $\otimes AB$ 를 구하면? [배점 5, 중상]

- ① $\{0, 1, 2, 4\}$ ② $\{0, 1, 2\}$
③ $\{0, 1\}$ ④ $\{0\}$
⑤ $\{1, 2\}$

해설

$$\begin{aligned} A \otimes B &= \{0 \times 1, 0 \times 2, 1 \times 1, 1 \times 2, 2 \times 1, 2 \times 2\} \\ &= \{0, 1, 2, 4\} \end{aligned}$$

24. 두 집합 X, Y 에 대하여 기호 $\otimes$ 를 $X \otimes Y = \{x \times y \mid x \in X \text{ 그리고 } y \in Y\}$ 라고 약속한다.
 $A = \{0, 1, 2\}, B = \{1, 2\}$ 일 때, $\otimes AB$ 를 구하면? [배점 5, 중상]

- ① $\{0, 1, 2, 4\}$ ② $\{0, 1, 2\}$
③ $\{0, 1\}$ ④ $\{0\}$
⑤ $\{1, 2\}$

해설

$$\begin{aligned} A \otimes B &= \{0 \times 1, 0 \times 2, 1 \times 1, 1 \times 2, 2 \times 1, 2 \times 2\} \\ &= \{0, 1, 2, 4\} \end{aligned}$$

25. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 절댓값이 } 4 \text{ 이상 } 6 \text{이하인 정수}\}$,
 $B = \{y \mid y = x + 3, x \in A\}$,
 $C = \{a - 4, a + 1, 2a + 2, -a\}$ 일 때,
 $B \cap C = \{-3, -1, 8\}$ 을 만족하는 정수 a 의 값을
 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$\begin{aligned} A &= \{-6, -5, -4, 4, 5, 6\} \\ B &= \{-3, -2, -1, 7, 8, 9\} \\ -a &= -3 \text{ 일 때, } a = 3 \\ C &= \{-3, 4, 8, -1\} \\ B \cap C &= \{-3, -1, 8\} \end{aligned}$$

26. 전체집합 $U = \{x \mid x \text{는 } 7 \text{ 이하의 자연수}\}$ 에 대하여
 부분집합 A, B 가 다음 조건을 만족할 때, 집합 A 를
 구하여라.

$$\begin{aligned} A - B &= \{6\} \\ B - A &= \{3, 5\} \\ (A \cap B) &= \{2, 4\} \end{aligned}$$

[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : $A = \{2, 4, 6\}$

해설

$$\begin{aligned} U &= \{x \mid x \text{는 } 7 \text{ 이하의 자연수}\} = \\ &= \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\} \\ A - B &= A - (A \cap B) = \{6\} \\ A &= \{2, 4, 6\} \end{aligned}$$

27. 과학의 날 행사에 1 학년 10 반 학생 35명이 전원 참
 여하였다. 물로켓 발사대회에 참여한 학생이 20명, 에
 어로켓 발사대회에 참여한 학생이 23 명이라고 한다.
 두 대회에 모두 참여한 학생은 몇 명인지 구하여라.
 [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 8 명

해설

$$\begin{aligned} &\text{전체집합을 } U, \text{ 물로켓 발사대회 참여 학생들의 집} \\ &\text{합을 } A, \text{ 에어로켓 발사대회 참여 학생들의 집합을} \\ &\text{ } B \text{ 라고 하면} \\ n(U) &= 35, n(A) = 20, n(B) = 23 \\ n(A \cap B) &= n(A) + n(B) - n(A \cup B) \\ &= 20 + 23 - 35 \\ &= 8 \end{aligned}$$

28. $1101_{(2)}$ 과 $101_{(2)}$ 사이에 있는 3 의 배수의 합은?

[배점 5, 중상]

① 11 ② 15 ③ 17 ④ 21 ⑤ 27

해설

$$\begin{aligned} &\text{십진수로 고친 후 생각한다.} \\ 1101_{(2)} &= 2^3 + 2^2 + 1 = 8 + 4 + 1 = 13 \\ 101_{(2)} &= 2^2 + 1 = 4 + 1 = 5 \text{ 이므로,} \\ &5 \text{ 와 } 13 \text{ 사이의 } 3 \text{ 의 배수는 } 6, 9, 12 \text{ 이므로} \\ &\text{합은 } 6 + 9 + 12 = 27 \text{ 이다.} \end{aligned}$$

29. 두 집합 $A = \{2, 1, a + 3, b\}$, $B = \{4, a, b + 1\}$
에 대하여 $A \cap B = B$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

[배점 6, 상중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

(i) $a + 3 = 4$ 일 때, $a = 1$

$A = \{2, 1, 4, b\}$

$B = \{4, 1, b + 1\}$

$b + 1 = 2$, $b = 1(\times)$

(ii) $b = 4$ 일 때,

$A = \{2, 1, a + 3, 4\}$

$B = \{4, a, 5\}$

$a + 3 = 5$, $a = 2(\bigcirc)$

$\therefore a + b = 2 + 4 = 6$