

단원테스트 클리닉

1. 전체집합 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A^c = \{2, 3, 6, 7\}$, $B^c = \{1, 2, 4, 7\}$ 일 때, $A \cup B$ 를 구하여라.

[배점 2, 하중]

▶ 답 :

▶ 정답 : $\{1, 3, 4, 5, 6\}$

해설

$$A = (A^c)^c = \{1, 4, 5\}$$

$$B = (B^c)^c = \{3, 5, 6\}$$

$$\therefore A \cup B = \{1, 3, 4, 5, 6\}$$

2. 전체집합 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A^c = \{2, 3, 6, 7\}$, $B^c = \{1, 2, 4, 7\}$ 일 때, $A \cup B$ 를 구하여라.

[배점 2, 하중]

▶ 답 :

▶ 정답 : $\{1, 3, 4, 5, 6\}$

해설

$$A = (A^c)^c = \{1, 4, 5\}$$

$$B = (B^c)^c = \{3, 5, 6\}$$

$$\therefore A \cup B = \{1, 3, 4, 5, 6\}$$

3. 집합 $A = \{x | x \text{는 } 10 \text{ 이하의 홀수}\}$ 일 때, 공집합이 아닌 부분집합의 개수는? [배점 2, 하중]

① 28 ② 29 ③ 30 ④ 31 ⑤ 32

해설

$$A = \{x | x \text{는 } 10 \text{ 이하의 홀수}\}$$

$$A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$$

$$\text{전체 부분집합의 개수 : } 2^5 = 32$$

$$\text{공집합을 제외한 부분집합의 개수 : } 32 - 1 = 31$$

4. 다음 중 공집합인 것은? [배점 2, 하중]

- ① $\{x | x - 5 = 3, x \text{는 짝수}\}$
 ② $\{x | x \text{는 } x \times 0 = 0 \text{인 자연수}\}$
 ③ $\{x | x < 1 \text{인 자연수}\}$
 ④ $\{x | x \text{는 } 2 \text{의 약수}\}$
 ⑤ $\{x | -1 < x < 1, x \text{는 정수}\}$

해설

③ 1보다 작은 자연수는 없으므로 공집합

5. 다음 중 부분집합의 개수가 다른 것은?

[배점 2, 하중]

- ① $\{x \mid x \text{는 } 9\text{미만의 홀수}\}$
- ② $A = \{x \mid x \text{는 } 4\text{이하의 자연수}\}$
- ③ $\{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 소수}\}$
- ④ $\{x \mid x \text{는 } 4\text{의 약수}\}$
- ⑤ $A = \{x \mid x \text{는 } 9 \text{ 미만의 홀수}\}$

해설

- (1) $\{x \mid x \text{는 } 6\text{의 약수}\} = 2^4 = 16$
- (2) $A = \{x \mid x \text{는 } 4\text{이하의 자연수}\} = 2^4 = 16$
- (3) $\{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 소수}\} = 2^4 = 16$
- (4) $\{x \mid x \text{는 } 4\text{의 약수}\} = 2^3 = 8$
- (5) $A = \{x \mid x \text{는 } 9 \text{ 미만의 홀수}\} = 2^4 = 16$

6. 다음 중 집합이 될 수 없는 것을 모두 고르면?

[배점 2, 하중]

- ① $\{x \mid x \text{는 } 10\text{보다 큰 수}\}$
- ② 과일의 모임
- ③ 몸무게가 40kg 이상인 사람들의 모임
- ④ 9 와 비슷한 숫자들의 모임
- ⑤ 기분 좋은 날짜들의 모임

해설

‘비슷한’, ‘기분 좋은’ 은 정확한 기준이 될 수 없다. 그러므로 집합이 될 수 없다.

7. 다음 중 집합인 것을 모두 고르면? [배점 2, 하중]

- ① 예쁜 여학생들의 모임
- ② 큰 수의 모임
- ③ 우리 반에서 안경을 낀 학생들의 모임
- ④ 12 의 약수들의 모임
- ⑤ 노래를 잘 부르는 학생들의 모임

해설

예쁘다거나, 크다거나, 노래를 잘 부른다는 조건만으로는 대상을 분명히 알 수가 없다.

8. 두 집합 A, B 에 대하여 $A = \{b, c, f\}$, $B = \{a, b, c, d, e, f\}$ 일 때, $B - A$ 를 구하여라.

[배점 2, 하중]

▶ 답:

▷ 정답: $\{a, d, e\}$

해설

$$B - A = \{a, b, c, d, e, f\} - \{b, c, f\} = \{a, d, e\}$$

9. 두 집합 A, B 에 대하여 $A = \{b, c, f\}$, $B = \{a, b, c, d, e, f\}$ 일 때, $B - A$ 를 구하여라.

[배점 2, 하중]

▶ 답:

▶ 정답: $\{a, d, e\}$

해설

$$B - A = \{a, b, c, d, e, f\} - \{b, c, f\} = \{a, d, e\}$$

10. 다음 중 두 집합이 서로 같은 것은? [배점 2, 하중]

- ① $A = \{x | x \text{는 } 4 \text{의 배수}\}$,
 $B = \{4, 8, 12, 16, 20\}$
 ② $A = \{1, 3, 6, 4, 2, 9, 12\}$,
 $B = \{1, 2, 3, 4, 6\}$
 ③ $A = \{x | x \text{는 } 5 \text{의 배수}\}$,
 $B = \{5, 10, 15, 20, \dots\}$
 ④ $A = \{\emptyset\}$,
 $B = \emptyset$
 ⑤ $A = \{x | x \text{는 } 2 \text{의 배수}\}$,
 $B = \{x | x \text{는 } 4 \text{의 배수}\}$

해설

①, ②, ④, ⑤에서 두 집합 사이의 관계는 $B \subset A$, $A \not\subset B$ 이다

11. 다음 중 옳지 않은 것을 고르면? [배점 3, 하상]

- ① $\{1, 6\} \subset \{1, 2, 4, 6\}$
 ② $\{1, 2\} \subset \{2, 1\}$
 ③ $\{\emptyset\} \subset \{1\}$
 ④ $\{2, 4, 6, 8, 10\} \subset \{x | x \text{는 } 10 \text{ 이하의 짝수}\}$
 ⑤ $\{1, 5\} \subset \{x | x \text{는 } 5 \text{의 약수}\}$

해설

③ $\{\emptyset\} \not\subset \{1\}$

12. 다음 중 옳은 것은?

보기

- ㉠ $A = \{1, 2, 3, 6\}$ 이면 $6 \in A$ 이다.
 ㉡ $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{2, 3\}$ 이면 $A \subset B$ 이다.
 ㉢ $a \subset \{a, b, c\}$

[배점 3, 하상]

- ① ㉠ ② ㉡ ③ ㉠, ㉡
 ④ ㉠, ㉢ ⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

- ㉡ $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{2, 3\}$ 이면
 $B \subset A$ 이다.
 ㉢ $a \in \{a, b, c\}$

13. 두 집합 $A = \{x, y, \{x, y, \emptyset\}\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 9 \text{의 약수}\}$ 일 때, $n(A) - n(B)$ 를 구하여라. [배점 3, 하상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 0

해설

$A = \{x, y, \{x, y, \emptyset\}\}$,
 $B = \{x \mid x \text{는 } 9 \text{의 약수}\} = \{1, 3, 9\}$ 에서
 $n(A) = 3$ 이고, $n(B) = 3$ 이므로
 $n(A) - n(B) = 0$ 이다.

14. $A = \{x \mid x \text{는 } 16 \text{의 약수}\}$, $B = \{2, 4, 7, 9, 10\}$ 일 때, $n(A) + n(B)$ 의 값을 구하여라. [배점 3, 하상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 10

해설

$A = \{1, 2, 4, 8, 16\}$ 이므로 $n(A) = 5$
 $\therefore n(A) + n(B) = 5 + 5 = 10$

15. 집합 $A = \{a, b\}$ 에 대한 설명 중 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2 개) [배점 3, 하상]

① $\emptyset$ 는 집합 A 의 부분집합이다.

② 원소가 하나뿐인 집합 A 의 부분집합은 1 개이다.

③ 원소가 2 개인 집합 A 의 부분집합은 2 개이다.

④ $\{a\}$ 는 집합 A 의 진부분집합이다.

⑤ $\{a, b, c\} \subset A$ 이다.

해설

집합 A 의 부분집합은 $\emptyset, \{a\}, \{b\}, \{a, b\}$ 이고,
 그 중 진부분집합은 $\{a, b\}$ 를 제외한 $\emptyset, \{a\}, \{b\}$ 이다.

16. 집합 $X = \{x \mid x \text{는 } 4 \text{보다 작은 자연수}\}$ 의 부분집합 중에서 그 원소의 개수가 1 개인 것의 개수와 원소의 개수가 2 개인 것의 개수의 합을 구하여라.

[배점 3, 하상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 6 개

해설

$X = \{1, 2, 3\}$

원소의 개수가 1 개인 X 의 부분집합 :

$\{1\}, \{2\}, \{3\}$

원소의 개수가 2 개인 X 의 부분집합 :

$\{1, 2\}, \{1, 3\}, \{2, 3\}$

따라서 $3 + 3 = 6$

17. 100 이하의 자연수 중에서 4의 배수이거나 5의 배수인 수의 개수를 구하여라. [배점 3, 하상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 40 개

해설

4의 배수인 집합을 A 라 하고, 5의 배수인 집합을 B 라 하자.

4의 배수이면서 5의 배수인 집합은 $A \cap B$ 이다.
4의 배수이거나 5의 배수인 수, 즉 $A \cup B$ 를 구하는 것이다.

$$n(A) = 25, n(B) = 20, n(A \cap B) = 5 \text{ 이므로}$$

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$x = 25 + 20 - 5$$

$$x = 40$$

18. 어느 학급에서 어느 날 갑자기 교과서를 검사하였더니 영어 책을 가져 온 학생이 15 명이고, 영어 책과 수학 책을 모두 가져 온 학생이 8 명, 영어 책 또는 수학 책을 가져 온 학생이 55 명이었다. 수학 책을 가져 온 학생은 몇 명인지 구하여라. [배점 3, 하상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 48 명

해설

영어 책을 가져 온 학생을 집합 A 라 하고, 수학 책을 가져 온 학생을 B 라고 하자.

그렇다면 영어 책과 수학 책을 모두 가져 온 학생은 $A \cap B$ 가 된다.

수학 책을 가져 온 학생, 즉 $n(B)$ 를 구하는 것이다.

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$55 = 15 + x - 8$$

그러므로 x 는 48이다.

19. 우리 반 학생 중에서 형이 있는 학생이 15명, 누나가 있는 학생이 10명이고, 형과 누나가 모두 있는 학생이 5명이다. 형이나 누나가 있는 학생 수는?

[배점 3, 중하]

- ① 10명 ② 15명 ③ 20명
④ 25명 ⑤ 30명

해설

형이 있는 학생을 A 라 하면 $n(A) = 15$
 누나가 있는 학생을 B 라 하면 $n(B) = 10$
 형과 누나가 모두 있는 학생은 $A \cap B$ 이므로
 $n(A \cap B) = 5$
 형이나 누나가 있는 학생은 $A \cup B$ 이다.
 $\therefore n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$
 $= 15 + 10 - 5 = 20(\text{명})$

20. $n(A) = 26$, $n(B) = 17$ 이고, $n(A \cap B) = 8$ 일 때, $n(A - B)$ 의 값은?

[배점 3, 중하]

- ① 9 ② 11 ③ 18 ④ 25 ⑤ 26

해설

$n(A - B) = n(A) - n(A \cap B)$
 $n(A - B) = 26 - 8 = 18$

21. 전체집합 $U = \{x | x \text{는 } 9 \text{보다 작은 자연수}\}$ 의 두 부분 집합 $A = \{1, 2, 4, 6\}$, $B = \{x | x \text{는 짝수}\}$ 에 대하여 $A^c \cap B^c$ 은?

[배점 3, 중하]

- ① $\{1\}$ ② $\{1, 5\}$
 ③ $\{1, 3\}$ ④ $\{3, 5, 7\}$
 ⑤ $\{1, 3, 5, 7\}$

해설

A^c 과 B^c 을 각각 구한 후, 교집합을 구한다.
 $A^c = U - A$, $B^c = U - B$
 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$, $A = \{1, 2, 4, 6\}$
 $B = \{2, 4, 6, 8\}$ 이므로
 $A^c = \{3, 5, 7, 8\}$, $B^c = \{1, 3, 5, 7\}$
 $\therefore A^c \cap B^c = \{3, 5, 7\}$

22. 두 집합 A, B 에 대하여 $A = \{x | x \text{는 } 20 \text{의 약수}\}$ 이고, $(A \cup B) \cap (A \cap B)^c = \{1, 2, 3, 5, 7, 20\}$ 일 때, 집합 B 를 구하여라.

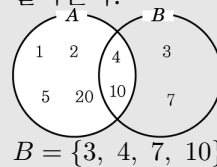
[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : $B = \{3, 4, 7, 10\}$

해설

벤 다이어그램을 그려서 $(A \cup B) \cap (A \cap B)^c$ 을 알아본다.



23. $A \subset B$ 이고 $n(A) = 17$, $n(B) = 35$ 일 때, $n(A \cap B)$, $n(A \cup B)$ 를 각각 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $n(A \cap B) = 17$

▷ 정답 : $n(A \cup B) = 35$

해설

$A \subset B$ 이므로 $A \cap B = A$, $A \cup B = B$ 이다.

$$n(A \cap B) = n(A) = 17$$

$$n(A \cup B) = n(B) = 35$$

24. 두 집합 $A = \{12, a, b\}$, $B = \{7, 15, b+5\}$ 에 대하여 $A \subset B$, $B \subset A$ 일 때, $a - b$ 의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$$b + 5 = 12 \text{ 이므로 } b = 7, a = 15$$

$$\therefore a - b = 15 - 7 = 8$$

25. 두 집합 $A = \{a, b, c, d\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 소수}\}$ 에 대하여 $A = B$ 일 때, $a + b + c + d$ 의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 17

해설

$$B = \{2, 3, 5, 7\}$$

$A = B$ 이므로

$$a + b + c + d = 2 + 3 + 5 + 7 = 17$$

26. A, B 두 개의 수학 문제를 푸는데 A 를 푼 학생은 24 명, B 를 푼 학생은 34 명이고, A, B 를 모두 푼 학생은 15 명이다. 한 문제라도 푼 학생은 몇 명인가? [배점 3, 중하]

① 43명

② 45명

③ 47명

④ 49명

⑤ 51명

해설

A 를 푼 학생의 집합을 각각 A, B 라고 하면

A 를 푼 학생의 수가 24 명이므로 $n(A) = 24$

B 를 푼 학생의 수가 34 명이므로 $n(B) = 34$

A, B 를 모두 푼 학생이 15 명이므로 $n(A \cap B) = 15$

한 문제라도 푼 학생이란 $A \cup B$ 를 뜻한다.

따라서 $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) = 24 + 34 - 15 = 43$ 이다.

27. 48에 가장 작은 자연수를 곱하여 어떤 자연수의 제곱이 되게 하려고 한다. 이때, 곱하여야 할 가장 작은 자연수를 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :
 ▷ 정답 : 3

해설

48을 소인수분해하면 다음과 같다.

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 48} \\ 2 \overline{) 24} \\ 2 \overline{) 12} \\ 2 \overline{) 6} \\ 3 \end{array}$$

$48 = 2^4 \times 3$ 이므로 $2^4 \times 3 \times \square$ 가 어떤 자연수의 제곱이 되기 위한 $\square$ 의 값 중에서 가장 작은 자연수는 3이다.

28. 집합 $A_k = \{x | x \text{는 } 10 \text{ 이하의 } k \text{의 배수}\}$ 이라 정의한다. 집합 $P = \{xy | x \in A_2, y \in A_3\}$ 에 대하여 다음 조건을 만족하는 집합 X 의 개수를 구하여라.

- $X \subset P$
- $X \cap \{xy | x \in A_4, y \in A_6\} = \{xy | x \in A_4, y \in A_6\}$

[배점 6, 상중]

▶ 답 :
 ▷ 정답 : 512 개

해설

$A_k = \{x | x \text{는 } 10 \text{ 이하의 } k \text{의 배수}\}$,
 $A_2 = \{2, 4, 6, 8, 10\}$, $A_3 = \{3, 6, 9\}$,
 $P = \{xy | x \in A_2, y \in A_3\} = \{6, 12, 18, 24, 30, 36, 48, 54, 60, 72, 90\}$,
 $X \subset P, \{xy | x \in A_4, y \in A_6\} = \{24, 48\}$ 이므로
 $X \cap \{xy | x \in A_4, y \in A_6\} = \{xy | x \in A_4, y \in A_6\}, \{24, 48\} \subset X$
 따라서 집합 X 는 집합 P 의 부분집합 중, 24 , 48 을 반드시 포함하는 부분집합이므로 집합 X 의 개수는 $2^{11-2} = 512$ (개)

29. $f(X)$ 는 집합 X 의 원소를 모두 더한 값으로 정의한다. 전체집합 $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A \cap B = \emptyset, A \cup B = U$ 의 관계가 성립할 때, $f(A) \times f(B)$ 가 최댓값이 되기 위한 순서쌍 (A, B) 의 개수를 구하여라. [배점 6, 상중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 6 개

해설

$U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 의 두 부분집합 A, B 에서 $f(A) \times f(B)$ 가 최댓값이 되기 위해서는 $f(U) = 15$ 이므로, 합이 15 이면서 곱이 가장 큰 두 수인 7, 8 이 각각 $f(A), f(B)$ 가 되어야 한다.
 $f(A) = 7, f(B) = 8$ 인 순서쌍
 $: (\{1, 2, 4\}, \{3, 5\}), (\{2, 5\}, \{1, 3, 4\}), (\{3, 4\}, \{1, 2, 5\}) \Rightarrow 3$ 개
 $f(A) = 8, f(B) = 7$ 인 순서쌍 : 같은 방식으로 3 개
따라서 순서쌍 (A, B) 의 개수는 6 개