오답 노트-다시풀기

1. 어떤 마을은 A, B, C 세 종류의 신문을 구독한다. 한 종류의 신문을 보는 가구수는 80 가구, 두 종류의 신문을 보는 가구수는 35 가구, 세 종류의 신문을 모두 보는 가구수는 5 가구이다. 하루에 이 마을로 배달되는 A, B, C 신문은 모두 몇 부인지 구하여라. (단, 각 신문은 한 가구당 한 부씩 배달된다.) [배점 6, 상중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 165 부

해설

신문 A 를 보는 가구의 집합을 A , 신문 B 를 보는 가구의 집합을 B , 신문 C 를 보는 가구의 집합을 C 라 하면,

한 종류의 신문을 보는 가구의 수는

$n(A \cup B \cup C) - n(A \cap B) - n(B \cap C) - n(C \cap A) + 2n(A \cap B \cap C) = 80 \quad \cdots (1)$

두 종류의 신문을 보는 가구의 수는 $n(A \cap B) + n(B \cap C) + n(C \cap A) - 3n(A \cap B \cap C) = 35 \quad \cdots (2)$

세 종류의 신문을 보는 가구의 수는 $n(A \cap B \cap C) = 5 \quad \cdots (3)$

최소 한 종류 이상의 신문을 보는 가구의 수는

$n(A \cup B \cup C) = 80 + 35 + 5 = 120$

(3)을 (2)에 대입하면 $n(A \cap B) + n(B \cap C) + n(C \cap A) = 50 \quad \cdots (4)$

따라서 $n(A) + n(B) + n(C) = n(A \cup B \cup C) + n((A \cap B) \cup (B \cap C) \cup (C \cap A)) - n(A \cap B \cap C)$ 이므로, $\therefore n(A) + n(B) + n(C) = 120 + 50 - 5 = 165$ (부)

2. 집합 $A = \{a, d, e\}$ 이고 집합 $B = \{a, b, c, d, e, f\}$ 일 때, $A \cap X = \{a, e\}$, $c \notin X$, $X \cup B = B$ 를 만족하는 집합 X 의 개수를 구하여라. [배점 6, 상중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 4 개

해설

집합 B 의 부분집합 중 원소 a, e 는 포함하고, 원소 c, d 는 포함하지 않는 부분집합의 수를 구한다.

$2^{6-2-2} = 2^2 = 4$ (개)

3. 집합 $S = \{\varnothing, 0, 1, \{1, 2\}\}$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은? [배점 5, 상하]

① $0 \in S$ ② $\{0, 2\} \notin S$

③ $\varnothing \subset S$ ④ $\{1, 2\} \in S$

⑤ $\{\varnothing\} \in S$

해설

집합 S 의 원소는 $\varnothing, 0, 1, \{1, 2\}$ 이다.

① $0 \in S \rightarrow 0$ 은 집합 S 의 원소이므로 옳다.

② $\{0, 2\} \notin S \rightarrow 2$는 집합 S 의 원소가 아니므로 0 과 2 로 이루어진 집합은 S 의 부분집합이 될 수 없다. 따라서 $\{0, 2\} \notin S$ 는 옳다.

③ $\varnothing \subset S \rightarrow \varnothing$ 는 집합 S 의 원소이지만 공집합 $(\varnothing)$는 모든 집합의 부분집합이므로 옳다.

④ $\{1, 2\} \in S \rightarrow \{1, 2\}$ 는 집합 S 의 원소이므로 옳다.

⑤ $\{\varnothing\} \in S \rightarrow \{\varnothing\}$ 은 집합 S 의 원소가 아니므로 옳지 않다.

4. 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은 ? [배점 5, 상하]

① $A \cup B = A$, $A \cap B = A$ 이면 $n(B - A) = 0$ 이다.

② $A^c \subset B^c$ 이면 $B - A$ 는 공집합이다.

③ A 가 무한집합, B 가 유한집합이면 $A \cup B$ 는 무한집합이다.

④ $A \cap B$ 가 유한집합이면 A, B 모두 유한집합이다.

⑤ $A = \{x|x$는 유리수$\}$, $B = \{x|x$는 자연수$\}$ 일 때, $A \cap B$ 는 무한집합이다.

해설

① $A \cup B = A$, $A \cap B = A$ 이면 $n(B - A) = 0$ 이다. → $A = B$ 이므로 옳다.

② $A^c \subset B^c$ 이면 $B - A$ 는 공집합이다. → $A^c \subset B^c$ 이면 $B \subset A$ 이므로 옳다.

③ A 가 무한집합, B 가 유한집합이면 $A \cup B$ 는 무한집합이다. → 무한집합과 유한집합의 합집합은 무한집합이다.

④ $A \cap B$ 가 유한집합이면 A, B 모두 유한집합이다. → 두 집합 중 어느 하나만 유한집합이라도 교집합은 유한집합이므로 틀렸다.

⑤ $A = \{x|x$는 유리수$\}$, $B = \{x|x$는 자연수$\}$ 일 때, $A \cap B$ 는 무한집합이다. → $A \cap B$ 은 자연수 전체의 집합이므로 무한집합이다.

5. 세 자리의 자연수 중에서 일의 자리 숫자가 4 의 배수인 수의 집합을 A , 십의 자리 숫자가 4 의 배수인 수의 집합을 B , 일의 자리의 숫자가 4 의 배수인 수의 집합을 C 라 할 때, $n(A \cap B \cap C)$ 를 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 18

해설

일의 자리 숫자가 4 의 배수인 수의 집합과 십의 자리 숫자가 4 의 배수인 수의 집합, 일의 자리의 숫자가 4 의 배수인 수의 집합의 교집합은 세 자리 모두 4 의 배수인 수로 이루어진 수의 집합이다.
4 의 배수가 될 수 있는 한 자리 수는 $0, 4, 8$ 이지만, 백의 자리에는 0 이 올 수 없다.
$\therefore n(A \cap B \cap C) = 2 \times 3 \times 3 = 18$

6. 전체집합 $U = \{2, 4, 6, 8, 10\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A = \{2, 6, 8\}$, $B^C \cap A = \{8\}$ 일 때, 집합 A 가 될 수 있는 모든 집합의 개수를 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 4 개

해설

$A = \{2, 6, 8\}$, $B^C \cap A = \{8\}$ 이므로 남은 원소는 4, 10 이므로 A 가 될 수 있는 모든 집합의 개수는 $2 \times 2 = 4$(개) 이다.

7. 전체집합 $U = \{1, 2, 3, 4, 6, 7\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여
$A = \{2, 4, 6\}$, $A \cap B = \{2\}$, $B \cap A^c = \{1, 3, 5\}$, $A^c \cap B^c = \{7\}$ 일 때, A^c 은? [배점 5, 중상]

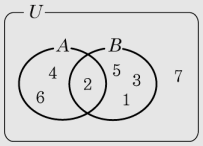
① $\{1, 3\}$ ② $\{1, 5\}$

③ $\{1, 7\}$ ④ $\{3, 5, 7\}$

⑤ $\{1, 3, 5, 7\}$

해설

$B \cap A^c = \{7\} = B - A$ 이므로
$A^c = U - A = \{1, 3, 5, 7\}$ 이다.



8. 우리 반 학생 40 명 중에서 영어 학원을 다니는 학생은 25 명, 수학 학원을 다니는 학생은 21 명이라면, 두 과목 모두 학원을 다니는 사람 수의 최솟값과 최댓값의 합을 구하여라.

[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 27 명

해설

문제에서 $A \cup B$ 이 주어지고 있다. 우리 반 학생 40 명이 $A \cup B$ 이다.
영어 학원을 다니는 학생을 집합 A 라고 하고, 수학 학원을 다니는 학생은 집합 B 라고 한다.
영어, 수학 학원을 모두 다니는 학생은 $A \cap B$ 가 된다.
$A \cap B$ 의 최솟값과 최댓값을 구해 보자.
$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$
$40 = 25 + 21 - x$
x 의 최솟값은 6 이다.
최댓값은 수학 학원을 다니는 학생이 영어 학원을 다니는 학생에 포함될 때 성립한다.
그러므로 x 의 최댓값은 21(명) 이다.
최솟값과 최댓값의 합은 27(명) 이다.

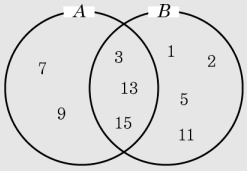
9. 집합 A, B 에 대하여 $A = \{3, 7, 9, 13, 15\}$, $A \cap B = \{3, 13, 15\}$, $A \cup B = \{1, 2, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15\}$ 일 때, $n(B)$ 의 값을 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답:

▷ 정답: 7

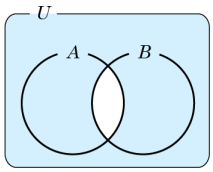
해설

$A = \{3, 7, 9, 13, 15\}$, $A \cap B = \{3, 13, 15\}$, $A \cup B = \{1, 2, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15\}$ 이므로 벤 다이어그램을 그려보면 다음과 같다.



그러므로 $B = \{1, 2, 3, 5, 11, 13, 15\}$ 이고, 집합 B 의 원소의 개수는 7 개이다.

10. 전체집합 $U = \{x | x$는 12 이하의 홀수$\}$ 의 두 부분집합 $A = \{1, 3, 5, 7\}, B = \{3, 5, 7, 9\}$ 에 대하여 다음 벤 다이어그램의 색칠한 부분을 나타내는 집합은?



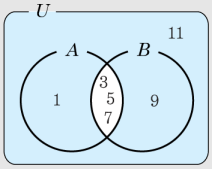
[배점 4, 중중]

① $\{1, 3, 5\}$ ② $\{1, 5, 7\}$ ③ $\{1, 8, 9\}$

④ $\{1, 5, 11\}$ ⑤ $\{1, 9, 11\}$

해설

$U = \{1, 3, 5, 7, 9, 11\}$ 이므로 색칠한 부분은 $\{1, 9, 11\}$ 이다.



11. 두 집합 $A = \{3,\ 6,\ 9,\ a+1\}$, $B = \{b-2,\ 6,\ 9,\ 12\}$ 에 대하여 $A \subset B$ 이고 $B \subset A$ 일 때, $a+b$ 의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

$A \subset B$ 이고 $B \subset A$ 이면 $A = B$ 이므로

$a+1 = 12$, $a = 11$

$b-2 = 3$, $b = 5$

$\therefore\ a+b = 11+5 = 16$

12. 집합 $A = \{2,\ 4,\ 6,\ 8,\ 10,\ 12\}$ 에서 원소 2 는 포함되고 동시에 원소 10 은 포함하지 않는 부분집합의 개수를 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 16 개

해설

집합 A 에서 원소 2 와 10 을 제외한 부분집합의 개수와 같다.

$\therefore\ 2^4 = 16$

13. 전체집합 U 의 부분집합 A, B 에 대하여 $n(U) = 40$, $n(A) = 19$, $n(B) = 27$ 이고 $n((A \cup B)^c) = 3$ 일 때, $n(A^c \cup B)$ 를 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 30

해설

$$\begin{aligned} n(A \cup B) &= = n(U) - n(A \cup B)^c \\ &= 40 - 3 \\ &= 37 \end{aligned}$$

$n(A \cap B) = 46 - 37 = 9$

$n(A^c \cup B) = 40 - 10 = 30$

14. 집합 $A = \{1,\ 3,\ 5\}$ 에 대하여 $A \subset B$ 일 때, 집합 B 가 될 수 없는 것은?
(단, 소수는 1 보다 큰 자연수 중에 1 과 자기 자신만을 약수로 가지는 수이다.) [배점 3, 하상]

① $\{x|x$는 10이하의 홀수$\}$

② $\{x|x$는 15의 약수$\}$

③ $\{x|x$는 10이하의 자연수$\}$

④ $\{x|x$는 10이하의 소수$\}$

⑤ $\{x|x$는 5이하의 홀수$\}$

해설

① $\{1,\ 3,\ 5,\ 7,\ 9\}$

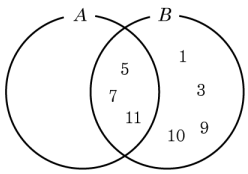
② $\{1,\ 3,\ 5,\ 15\}$

③ $\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6,\ 7,\ 8,\ 9,\ 10\}$

④ $\{2,\ 3,\ 5,\ 7\}$

⑤ $\{1,\ 3,\ 5\}$

15. 다음 벤 다이어그램에서 $B = \{1,3,5,7,9,10,11\}$, $A \cap B = \{5,7,11\}$ 일 때, 다음 중 집합 A가 될 수 있는 것은?



[배점 3, 하상]

① $\{2,3,5,7,9,11\}$ ② $\{5,6,7,9,10,11\}$

③ $\{2,3,5,6,7,8,11\}$ ④ $\{2,4,5,7,11,12\}$

⑤ $\{1,4,5,9,10\}$

해설

집합 B 는 반드시 $A \cap B = \{5,7,11\}$ 을 포함하여야 하며 B 집합에만 존재하는 원소 $1,3,9,10$ 은 들어갈 수 없다.
① $3,9$ 이 포함되어서 옳지 않다.
② $9,10$ 이 포함되어서 옳지 않다.
③ 3 이 포함되어서 옳지 않다.
⑤ $1,9,10$ 이 포함되어서 옳지 않다.

16. 전체집합 $U = \{1,3,5,7,9,11,13\}$ 의 두 부분집합 $A = \{1,5,7\}, B = \{5,7,13\}$ 에 대하여 다음 중 옳은 것은?

[배점 3, 하상]

① $A^c = \{3,9,11\}$ ② $A \cup B = \{1,5,7\}$

③ $A - B = \{1,5\}$ ④ $A \cap B = \{5,7\}$

⑤ $A - B^c = \{5\}$

해설

① $A^c = \{3,9,11,13\}$
② $A \cup B = \{1,5,7,13\}$
③ $A - B = \{1\}$
⑤ $A - B^c = \{5,7\}$

17. 집합 A $= \{0,1,2,3\}$ 일 때, 다음 중 A 의 부분집합이 아닌 것은?

[배점 2, 하중]

① $\{1,2,3\}$ ② $\{0\}$

③ ϕ ④ $\{0,1,2,3\}$

⑤ $\{2,3,4\}$

해설

⑤ $4 \notin$ A

18. 다음중 옳은 것은? [배점 2, 하중]

① $n(\{1,\ 2,\ 3\} - \{1,\ 2\}) = 3$

② $n(\{1,\ 2,\ 3\}) - n(\{3,\ 4\}) = 1$

③ $n(\{1,\ 2,\ 3\} \cap \{3,\ 4\}) = 3$

④ $n(\{1,\ 2,\ 3\}) - n(\{4,\ 5,\ 6\}) = 3$

⑤ $n(\varnothing) = 1$

해설

① $n(\{1,\ 2,\ 3\} - \{1,\ 2\}) = n(\{3\}) = 1$
② $n(\{1,\ 2,\ 3\} - \{3,\ 4\}) = n(\{1,2\}) = 1$
③ $n(\{1,\ 2,\ 3\} \cap \{3,\ 4\}) = n(\{3\}) = 1$
④ $n(\{1,\ 2,\ 3\}) - n(\{4,\ 5,\ 6\}) = 3 - 3 = 0$
⑤ $n(\varnothing) = 0$

19. 집합 $A = \{x|x$는 18의 약수$\}$ 일 때, 공집합이 아닌 부분집합의 개수를 구하여라. [배점 2, 하중]

▶ 답:

▷ 정답: 63 개

해설

$A = \{1,\ 2,\ 3,\ 6,\ 9,\ 18\}$
전체 부분집합의 개수 : $2^6 = 64$
$64 - 1$(공집합의 개수) $= 63$

20. 두 집합 $A = \{x|x$는 24의 약수$\}$, $B = \{x|x$는 28의 약수$\}$ 에 대하여 $n(A \cap B)$ 를 구하여라. [배점 2, 하중]

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$A = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24\}$
$B = \{1, 2, 4, 7, 14, 28\}$
$A \cap B = \{1, 2, 4\}$
$n(A \cap B) = 3$