

단원 종합 평가

1. 20의 약수의 모임을 집합 A 라고 할 때, $\square$ 안에 $\in$ 기호가 들어가야 하는 것은? [배점 2, 하중]

- ① $3 \square A$ ② $A \square 4$ ③ $6 \square A$
 ④ $1 \square A$ ⑤ $7 \square A$

해설

20의 약수는 1, 2, 4, 5, 10, 20 이다. 3 과 6, 7 은 집합 A 의 원소가 아니고 1 과 4 는 집합 A 의 원소이다.

2. $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것을 모두 고르면? [배점 2, 하중]

- ① $\emptyset \subset A$ ② $\{2\} \subset A$
 ③ $\{4, 5\} \in A$ ④ $n(A) = 5$
 ⑤ $\{0, \{2\}\} \subset A$

해설

- ③ $\{4, 5\} \subset A$
 ④ $n(A) = 6$

3. 다음 중 무한집합인 것은? [배점 3, 하상]

- ① $\{a, b\}$
 ② $\emptyset$
 ③ $\{x | x \text{는 } 12 \text{인 자연수}\}$
 ④ $\{x | x \text{는 } x \times 0 = 0 \text{인 자연수}\}$
 ⑤ $\{x | x \text{는 } 12 \text{의 약수}\}$

해설

- ③ $\{1, 2\}$: 유한집합
 ④ $\{1, 2, 3, \dots\}$: 무한집합
 ⑤ $\{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$: 유한집합

4. 다음 중 옳은 것은? [배점 3, 하상]

- ① $A = \{5\}$ 일 때, $n(A) = 5$
 ② $n(\{\emptyset\}) = 0$
 ③ $n(\{1, 2, 4\}) = 4$
 ④ $A = \{x | x \text{는 } 4 \text{ 배수}\}$ 이면 $n(A) = 4$
 ⑤ $n(\{1, 2, 3\}) - n(\{1, 3\}) = 1$

해설

- ① $n(A) = 1$
 ② $n(\{\emptyset\}) = 1$
 ③ $n(\{1, 2, 4\}) = 3$
 ④ $A = \{4, 8, 12, 16, \dots\}$: 무한집합
 ⑤ $n(\{1, 2, 3\}) - n(\{1, 3\}) = 3 - 2 = 1$

5. 두 집합 $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 에 대하여 다음 중 옳지 않은 것은? [배점 3, 하상]

- ① $A \subset B$
 ② $n(A) = 3$
 ③ $n(B) = 5$
 ④ $B \not\subset A$
 ⑤ $n(B) - n(A) = \{4, 5\}$

해설

⑤ $n(B) - n(A) = 5 - 3 = 2$

6. 다음 설명 중 옳은 것은? [배점 3, 중하]

- ① $n(\emptyset) = 1$
 ② $n(\{a, b, c, d\}) = \{4\}$
 ③ $A = \{1, 2, 3\}$ 이면 $n(A) = 5$
 ④ $A = \{x \mid x \text{는 } 6 \text{의 약수}\}$ 이면 $n(A) = 4$
 ⑤ $A = \{x \mid x \text{는 } 1 \text{보다 작은 자연수}\}$ 이면 $n(A) = \emptyset$

해설

- ① 공집합은 원소의 개수가 0개이므로 $n(\emptyset) = 0$ 이다.
 ② $n(\{a, b, c, d\}) = 4$
 ③ $A = \{1, 2, 3\}$ 이면 $n(A) = 3$ 이다.
 ⑤ 집합 A 는 공집합이므로 $n(A) = 0$ 이다.

7. 48에 가장 작은 자연수를 곱하여 어떤 자연수의 제곱이 되게 하려고 한다. 이때, 곱하여야 할 가장 작은 자연수를 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 3

해설

48을 소인수분해하면 다음과 같다.

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 48} \\ 2 \overline{) 24} \\ 2 \overline{) 12} \\ 2 \overline{) 6} \\ 3 \end{array}$$

$48 = 2^4 \times 3$ 이므로 $2^4 \times 3 \times \square$ 가 어떤 자연수의 제곱이 되기 위한 $\square$ 의 값 중에서 가장 작은 자연수는 3이다.

8. 세 집합

$$A = \{x \mid 0 < x < 1, x \text{는 홀수}\},$$

$$B = \{x \mid x \text{는 한 자리의 짝수}\},$$

$$C = \{x \mid x \text{는 } 3 \text{ 이하의 자연수}\} \text{ 일 때,}$$

$$n(A) + n(B) + n(C) \text{를 구하여라. [배점 3, 중하]}$$

▶ 답:

▷ 정답: 7

해설

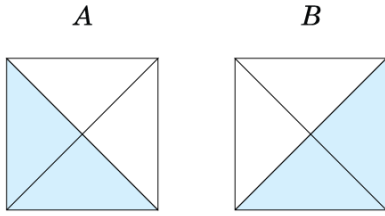
$$A = \{x \mid 0 < x < 1, x \text{는 홀수}\} = \emptyset \text{ 이므로 } n(A) = 0,$$

$$B = \{x \mid x \text{는 한 자리의 짝수}\} = \{2, 4, 6, 8\} \text{ 이므로 } n(B) = 4,$$

$$C = \{x \mid x \text{는 } 3 \text{ 이하의 자연수}\} = \{1, 2, 3\} \text{ 이므로 } n(C) = 3 \text{ 이다.}$$

$$\text{따라서 } n(A) + n(B) + n(C) = 7 \text{ 이다.}$$

9. 두 집합 A, B 가 다음 그림과 같을 때, $A \cup B$ 를 나타낸 것으로 옳은 것은?



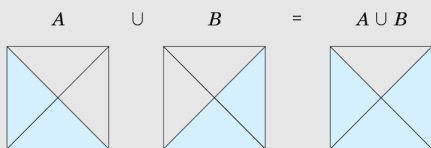
[배점 3, 중하]

- ①

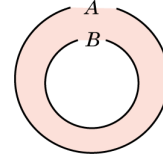
②
- ③

④
- ⑤

해설



10. 두 집합 A, B 에 대하여 아래 벤 다이어그램의 색칠한 부분이 공집합이 아닐 때, 다음 중 옳지 않은 것은?



[배점 3, 중하]

- ① $B \subset A$
- ② $B - A = \emptyset$
- ③ $2 \in A$ 이면 $2 \in B$ 이다.
- ④ $A \cap B = B$
- ⑤ $n(A) > n(B)$

해설

③ $A - B \neq \emptyset$ 이므로 예를 들어 $A = \{1, 2\}, B = \{1\}$ 이면 $2 \in A$ 이지만 $2 \notin B$ 이다.

11. 전체집합 $U = \{x \mid x \text{는 } 30 \text{ 이하의 자연수}\}$ 의 두 부분 집합 A, B 에 대하여 $A = \{x \mid x \text{는 } 6 \text{의 배수}\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 12 \text{의 배수}\}$ 일 때, 다음 중 옳은 것은?

[배점 4, 중중]

- ① $A \cap B = A$ ② $(A \cup B) \subset A$
 ③ $B \cap A^C \neq \emptyset$ ④ $A \subset B$
 ⑤ $A - (A \cap B) = \emptyset$

해설

$U = \{1, 2, 3, \dots, 30\}$,
 $A = \{6, 12, 18, 24, 30\}$, $B = \{12, 24\}$ 이다.
 따라서 $B \subset A$ 이다.
 따라서 ② $(A \cup B) \subset A$ 이다.

12. 집합 A, B 에 대하여

$n(A) = 16$, $n(B) = 11$, $n(A \cup B) = 21$ 일 때,
 $n(A \cap B)$ 는?

[배점 4, 중중]

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

해설

$$\begin{aligned} n(A \cap B) &= n(A) + n(B) - n(A \cup B) \\ &= 16 + 11 - 21 = 6 \end{aligned}$$

13. 미영이네 반 학생 38 명은 국어, 수학 문제를 푸는데 국어 문제를 푼 학생이 20 명, 수학 문제를 푼 학생이 25 명, 두 문제를 모두 풀지 못한 학생이 5 명이 있다. 국어 문제만 푼 학생을 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답:

▷ 정답: 8명

해설

$$\begin{aligned} n(U) &= 38, n(A) = 20, n(B) = 25 \\ n(A \cup B) &= 38 - 5 = 33 \text{ 이다.} \\ n(A - B) &= n(A \cup B) - n(B) = 33 - 25 = 8 \text{ 이다.} \end{aligned}$$

14. 자연수들로 이루어진 두 집합 X, Y 에 대하여 $X + Y = \{x + y \mid x \in X, y \in Y\}$ 라 하자.

$X = \{3, 6, 9, \dots\}$, $Y = \{5, 10, 15, \dots\}$ 이라 할 때, 집합 $X + Y$ 의 원소 중에서 20 이하의 자연수의 개수를 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 9개

해설

$X + Y$ 가 20 이하인 수는
 $x = 3$ 일 때, $y = 5, 10, 15$ 의 3가지이고
 $x = 6, 9$ 일 때, $y = 5, 10$ 의 각각 2가지이고
 $x = 12, 15$ 일 때, $y = 5$ 의 각각 1가지이다. 따라서 모두 9개이다.

15. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $n(U) = 40$, $n(A \cap B) = 5$, $n(A^c \cap B^c) = 3$ 일 때, $n(A - B) + n(B - A)$ 의 값을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 32

해설

$$A^c \cap B^c = (A \cup B)^c$$

$$n(A \cup B) = n(U) - n((A \cup B)^c) = 40 - 3 = 37$$

$$n(A - B) + n(B - A)$$

$$= n(A \cup B) - n(A \cap B)$$

$$= 37 - 5 = 32$$