

단원 종합 평가

1. 다음 중 $A = \{x \mid x \text{는 } 2\text{보다 크고 } 7\text{보다 작은 자연수}\}$ 의 부분집합인 것을 모두 고르면? (정답 2개)
[배점 3, 하상]

- ① $\emptyset$ ② $\{x \mid x \text{는 } 6\text{의 약수}\}$
③ $\{2\}$ ④ $\{3, 5\}$
⑤ $\{2, 4, 6, 8\}$

해설

$A = \{3, 4, 5, 6\}$ 이므로
 $\emptyset \subset A, \{3, 5\} \subset A$

2. 전체집합 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 의 부분집합이 $A = \{1, 2, 3\}, B = \{2, 3, 4, 5\}, C = \{3, 5, 6\}$ 일 때, $(A \cap B) \cap C^c$ 은?
[배점 3, 하상]

- ① $\{2\}$ ② $\{4\}$ ③ $\{1, 2\}$
④ $\{2, 4\}$ ⑤ $\{1, 2, 3\}$

해설

$(A \cap B) \cap C^c = (A \cap B) - C = \{2, 3\} - \{3, 5, 6\} = \{2\}$ 이다.

3. 48에 가장 작은 자연수를 곱하여 어떤 자연수의 제곱이 되게 하려고 한다. 이때, 곱하여야 할 가장 작은 자연수를 구하여라.
[배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 3

해설

48을 소인수분해하면 다음과 같다.

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 48} \\ 2 \overline{) 24} \\ 2 \overline{) 12} \\ 2 \overline{) 6} \\ 3 \end{array}$$

$48 = 2^4 \times 3$ 이므로 $2^4 \times 3 \times \square$ 가 어떤 자연수의 제곱이 되기 위한 $\square$ 의 값 중에서 가장 작은 자연수는 3이다.

4. 집합 $A = \{a, b, c, d, e, f, g\}$ 일 때, a, e 를 반드시 원소로 가지는 A 의 부분집합의 개수를 구하여라.
[배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 32개

해설

A 의 부분집합 중 원소 a, e 를 포함한 것이므로 $\{b, c, d, f, g\}$ 의 부분집합에 a, e 를 첨가한 것과 같다.

따라서 $\{b, c, d, f, g\}$ 의 부분집합의 개수는 $2^5 = 32$ (개)이다.

5. 두 집합 A, B 에 대하여 $n(A - B) = 3$, $n(B - A) = 5$, $n(A \cup B) = 12$ 일 때, $n(A \cap B)$ 를 구하여라.

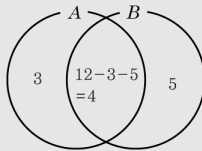
[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 4

해설

$n(A \cup B) = n(A - B) + n(A \cap B) + n(B - A)$
 $12 = 3 + n(A \cap B) + 5 \quad \therefore n(A \cap B) = 4$
 [별해] 벤 다이어그램의 각 부분에 속하는 원소의 개수를 적어 보면



따라서 $n(A \cap B) = 4$ 이다.

6. 다음 중 옳지 않은 것을 모두 고르면?

[배점 4, 중중]

- ① $A = \emptyset$ 이면 $n(A) = 0$ 이다.
- ② $B \subset A$ 이면 $n(B) < n(A)$ 이다.
- ③ $A = B$ 이면 $n(A) = n(B)$ 이다.
- ④ $n(A) = n(B)$ 이면 $A = B$ 이다.
- ⑤ $A = \{0\}$ 이면 $n(A) = 0$ 이다.

해설

- ② $B \subset A$ 이면 $n(B) \leq n(A)$
- ④ $A = \{0\}, B = \{1\}$ 이면 $n(A) = n(B) = 1$ 이지만 $A \neq B$
- ⑤ $A = \{0\}$ 이면 $n(A) = 1$

7. 전체집합 $U = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ 의 두 부분집합 $A = \{1, 7, 9\}, B = \{3, 9\}$ 에 대하여 $B \cup X = X, (A - B) \cap X = \{7\}$ 를 만족하는 집합 X 의 개수를 구하여라.
 (단, X 는 U 의 부분집합이다.)

[배점 4, 중중]

▶ 답 :

▶ 정답 : 4 개

해설

$\{3, 9\} \cup X = X, \{7\} \cap X = \{7\}$ 이므로
 $\{3, 9\} \subset X, 7 \in X$ 이다. 따라서 $\{3, 7, 9\} \subset X \subset \{1, 3, 5, 7, 9\}$ 이다.
 따라서 집합 X 의 개수는 $2 \times 2 = 4(\text{개})$ 이다.

8. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A^c \subset B^c$ 일 때, 다음 중 옳은 것은? [배점 4, 중중]

- ① $A - B = \emptyset$ ② $A \cup B = A$
 ③ $A \cap B^c = \emptyset$ ④ $(A \cup B) - B = A$
 ⑤ $B^c \cup A = B$

해설

$A^c \subset B^c$ 이므로 $B \subset A$ 이다.

- ① $B - A = \emptyset$
 ③ $A \cap B^c \neq \emptyset$
 ④ $(A \cup B) - B = A - B$
 ⑤ $B^c \cup A = U$

9. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $n(U) = 15, n(A - B) = 5, n(A) = 8, n(B^c) = 8$ 일 때, $n(B - A)$ 는? [배점 4, 중중]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$n(A - B) = 5, n(A) = 8$ 이므로 $n(A \cap B) = 3$ 이다.

$n(B^c) = 8$ 이므로 $n(B) = n(U) - n(B^c) = 15 - 8 = 7$ 이다.

따라서 $n(B - A) = n(B) - n(A \cap B) = 7 - 3 = 4$ 이다.

10. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $n(U) = 20, n(A \cup B) = 18, n(A \cap B^c) = 7$ 일 때, $n(A^c \cap B^c)$ 은? [배점 4, 중중]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$n(A^c \cap B^c) = n(A \cup B)^c = n(U) - n(A \cup B) = 20 - 18 = 2$ 이다.

11. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } n \text{보다 큰 3의 배수}\}$ 에 대하여 $9 \notin A$ 이고 $12 \in A$ 를 만족하는 자연수 n 을 모두 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 9

▷ 정답: 10

▷ 정답: 11

해설

3 의 배수 3, 6, 9, 12, ... 에서 9 는 포함하지 않고 12 는 포함하므로 $n = 9, 10, 11$ 이다.

12. 집합 $A = \{2, 4, 6, 8\}$ 의 부분집합을 B 라고 할 때, $n(B) = 2$ 인 집합 B 의 개수를 구하여라.

[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 6 개

해설

원소가 2 개인 집합 A 의 부분집합은 $\{2, 4\}$, $\{2, 6\}$, $\{2, 8\}$, $\{4, 6\}$, $\{4, 8\}$, $\{6, 8\}$ 이므로 모두 6 개 이다.

13. 두 집합 $A = \{1, 2, 4, 5, 7\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 5 \text{ 이하의 홀수}\}$ 에 대하여 $X \cap A = X$ 와 $X \cup (A \cap B) = X$ 를 만족하는 집합 X 의 개수를 구하여라.

[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 8 개

해설

$X \cap A = X$ 이므로 $X \subset A$
 $X \cup (A \cap B) = X$ 이므로 $(A \cap B) \subset X$
 $A \cap B = \{1, 5\}$
 $\{1, 5\} \subset X \subset \{1, 2, 4, 5, 7\}$
 집합 X 는 집합 A 의 부분집합 중 원소 1, 5를 반드시 포함하는 집합이다.
 $\therefore 2^{5-2} = 2^3 = 8$ (개)

14. 전체집합 U 의 세 부분집합 A, B, C 에 대하여 $(A - B) \cup (B - C) \cup (C - A) = \emptyset$ 이다. $A = \{1, 2, 3\}$ 일 때, $n(B) \times n(C)$ 의 값을 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$(A - B) \cup (B - C) \cup (C - A) = \emptyset$ 이면
 $A - B = \emptyset, B - C = \emptyset, C - A = \emptyset$,
 $A \subset B, B \subset C, C \subset A$ 이므로
 $A = B = C$
 따라서 $n(B) = n(C) = 3$ 이므로 $n(B) \times n(C) = 9$

15. 전체집합 U 의 공집합이 아닌 세 부분집합 A, B, C 에 대하여 $n(A) = n(C)$ 이고, $(A \cap B^c) \cup (B \cap C^c) = \emptyset$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은? [배점 5, 상하]

① $n(A - C) = 0$

② $\frac{n(C)}{n(A)} \times n(B) = n(C)$

③ $n(A \cap C) = n(B)$

④ $\frac{n(A) + n(C)}{2} = n(B)$

⑤ $n((A \cap C) - B) = n(A \cup B \cup C)$

해설

$(A \cap B^c) \cup (B \cap C^c) = \emptyset$ 이면 $A - B = \emptyset$, $B - C = \emptyset$ 이므로 $A \subset B$, $B \subset C$

또, $n(A) = n(C)$, $A \subset C$ 이므로 $A = C$

따라서 $A = B = C$

① $n(A - C) = 0 \rightarrow A = C$ 이므로 옳다.

② $\frac{n(C)}{n(A)} \times n(B) = n(C) \rightarrow 1 \times n(B) = n(C)$ 이므로 옳다.

③ $n(A \cap C) = n(B) \rightarrow$ 옳다.

④ $\frac{n(A) + n(C)}{2} = n(B) \rightarrow$ 옳다.

⑤ $n((A \cap C) - B) = n(A \cup B \cup C) \rightarrow n((A \cap C) - B) = 0$ 이므로 옳지 않다.