단원 종합 평가

1. 48에 가장 작은 자연수를 곱하여 어떤 자연수의 제곱이 되게 하려고 한다. 이때, 곱하여야 할 가장 작은 자연수를 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 3

해설

48을 소인수분해하면 다음과 같다.

$$\begin{array}{r} 2)\,48 \\ 2)\,24 \\ 2)\,12 \\ 2)\,6 \\ 3 \end{array}$$

$48 = 2^4 \times 3$ 이므로 $2^4 \times 3 \times \square$ 가 어떤 자연수의 제곱이 되기 위한 $\square$의 값 중에서 가장 작은 자연수는 3이다.

2. 두 집합 A, B 에 대하여 다음 중 항상 옳은 것은? [배점 3, 중하]

① $A \cap \varnothing = A$

② $B \cup \varnothing = \varnothing$

③ $(A \cap B) \subset B$

④ $(A \cup B) \subset A$

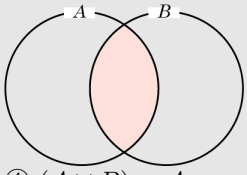
⑤ $A \subset B$ 이면 $A \cup B = A$

해설

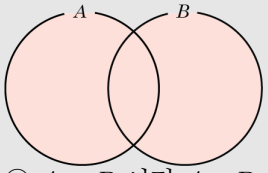
① $A \cap \varnothing = \varnothing$

② $B \cup \varnothing = B$

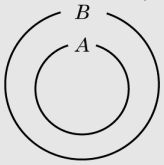
③ $(A \cap B) \subset B$



④ $(A \cup B) \supset A$



⑤ $A \subset B$ 이면 $A \cup B = B$



3. 두 집합 A, B 에 대하여 $n(A) = 43$, $n(B) = 28$, $n(A \cup B) = 50$ 일 때, $n(A - B) + n(B - A)$ 의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 29

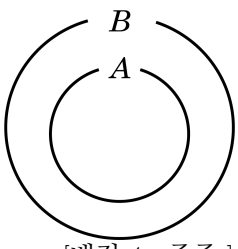
해설

$n(A - B) = n(A \cup B) - n(B) = 50 - 28 = 22$

$n(B - A) = n(A \cup B) - n(A) = 50 - 43 = 7$

$\therefore\ n(A - B) + n(B - A) = 29$

4. 다음 중 두 집합 A, B 사이의 포함 관계가 아래 그림의 벤 다이어그램과 같이 나타나는 것을 모두 고르면?



[배점 4, 중중]

① $A = \{1,\ 2,\ 4,\ 6\}$, $B = \{1,\ 2,\ 5,\ 6\}$

② $A = \{x \mid x$는 짝수$\}$, $B = \{2,\ 4,\ 6,\ 8,\ 10\}$

③ $A = \{x \mid x$는 5보다 작은 자연수$\}$, $B = \{x \mid x$는 5 이하의 자연수$\}$

④ $A = \{x \mid x = 3 \times n,\ n = 1,\ 2,\ 9\}$, $B = \{x \mid x$는 12의 약수$\}$

⑤ $A = \varnothing$, $B = \{\varnothing\}$

해설

① 포함관계 없음

② $B \subset A$

③ $A \subset B$

④ 포함관계 없음

⑤ $A \subset B$

5. 전체집합 $U = \{x|x$는 7이하의 자연수$\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여
$A = \{x|x$는 6의 약수$\}, B = \{4,5,7\}$ 일 때, 다음 중 $(A \cap B^c) - B$ 와 같은 것은? [배점 4, 중중]

① A ② B ③ $A \cap B$
④ $A \cup B$ ⑤ $\varnothing$

해설

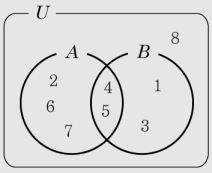
$U = \{1,2,3,4,5,6,7\}, A = \{1,2,3,6\}$ 이므로 $(A \cap B^c) - B = (A - B) - B = \{1,2,3,6\} - \{4,5,7\} = \{1,2,3,6\}$ 이다.
따라서 A 와 같다.

6. 전체집합 $U = \{x|x$는 8 이하의 자연수$\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여
$B - A = \{1,3\}, A - B = \{2,6,7\}, (A \cup B)^c = \{8\}$ 일 때, 집합 B 는? [배점 4, 중중]

① $\{1,3\}$ ② $\{1,2,4\}$
③ $\{1,3,4\}$ ④ $\{1,2,4,5\}$
⑤ $\{1,3,4,5\}$

해설

$U = \{1,2,3,4,5,6,7,8\}$ 이다.
주어진 조건을 벤 다이어그램으로 나타내면 다음 그림과 같으므로 $B = \{1,3,4,5\}$ 이다.



7. 다음 세 집합 A, B, C 사이의 포함 관계를 기호로 나타내어라.

$A = \{x \mid x$는 홀수$\}$, $B = \{3,\ 9\}$, $C = \{x \mid x$는 9의 약수$\}$

[배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: $B \subset C \subset A$

해설

$A = \{1,\ 3,\ 5,\ 7,\ 9, \cdots\}$
$B = \{3,\ 9\}$
$C = \{1,\ 3,\ 9\}$
$\therefore\ B \subset C \subset A$

8. 집합 $A = \{\varnothing,\ 3,\ 6,\ \{3,\ 6\}\}$, $B = \{\varnothing,\ 3,\ \{3,\ 6\}\}$ 일 때, 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것을 모두 고르면?

[배점 5, 중상]

① $\varnothing \in \varnothing$ ② $\{3,\ 6\} \in B$

③ $6 \in B$ ④ $\{\{3,\ 6\}\} \subset A$

⑤ $B \subset A$

해설

① $\varnothing \in \{\varnothing\}$ 이고 $\varnothing \notin \varnothing$, $\varnothing \subset \varnothing$ 이다.
② B의 원소는 $\varnothing$, 3, $\{3,\ 6\}$ 이므로 $\{3,\ 6\} \in B$ 이다.
③ $6 \notin B$

9. 두 집합 A, B 에 대하여 다음 중 옳은 것은?

[배점 5, 중상]

① $A \cap B \neq B \cap A$

② $A \subset B$ 이면 $A \cup B = A$

③ $A \subset B$ 이면 $A \cap B = B$

④ $n(A \cap B \cap \varnothing) = 0$

⑤ $A \subset (A \cap B) \subset (A \cup B)$

해설

① $A \cap B = B \cap A$
② $A \subset B$ 이면 $A \cup B = B$
③ $A \subset B$ 이면 $A \cap B = A$
⑤ $(A \cap B) \subset A \subset (A \cup B)$

10. 축구를 좋아하는 학생이 21 명, 농구를 좋아하는 학생이 15 명, 축구와 농구를 모두 좋아하는 학생은 9 명, 모두 싫어하는 학생은 6 명이다. 이 때, 축구만 싫어하거나 농구를 좋아하는 학생은 모두 몇 명인지 구하여라.

[배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 21명

해설

$n(A) = 21, n(B) = 15, n(A \cap B) = 9, n(A \cup B)^c = 6$ 이다.
$n(A^c \cup B) = n(B) + n(A \cup B)^c = 15 + 6 = 21$ 이다.

11. $U = \{x|0 \le x < 15,\ x$는 자연수$\}$ 의 두 부분집합 $A = \{x|x$는 12 이하의 2의 배수$\}, B = \{2,3,5,7,11,13\}$ 에 대하여 $n((A \cap B^c) \cup (B \cap A^c))$ 을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 10

해설

$A = \{2,4,6,8,10,12\}, B = \{2,3,5,7,11,13\}$ 이므로

$n((A \cap B^c) \cup (B \cap A^c))$

$= n((A - B) \cup (B - A))$

$= n(\{3,4,5,6,7,8,9,10,11,12,13\}) = 10$ 이다.

12. 집합 $S = \{a,\ \{a\},\ \{a,\ b\},\ b,\ \{c\},\ c,\ d\}$ 일 때, 다음 중 옳은 것만 골라라.

㉠ $\{a\} \subset S$

㉡ $\{b\} \in S$

㉢ $\{b,\ c,\ d\} \in S$

㉣ $c \in S,\ d \in S$

㉤ $\{c,\ d\} \subset S$

㉥ $S \subset \{a,\ b,\ c,\ d\}$

[배점 5, 상하]

해설

집합 S 는 집합 안에 또 다른 집합을 원소로 가진 집합이다. 따라서 집합 S 의 원소는

$\{a,\ \{a\},\ \{a,\ b\},\ b,\ \{c\},\ c,\ d\}$ 가 된다.

㉠ $\{a\} \subset S \rightarrow \{a\}$ 는 집합 S 의 원소이므로 옳다.

㉡ $\{b\} \in S \rightarrow b$ 는 집합 S 의 원소이지만 $\{b\}$ 는 집합 S 의 원소가 아니다.

㉢ $\{b,c,d\} \in S \rightarrow b,c,d$ 는 모두 집합 S 의 원소이므로 $\{b,c,d\} \subset S$ 가 되어야 한다.

㉣ $c \in S, d \in S \rightarrow c,d$ 는 집합 S 의 원소이므로 옳다.

㉤ $\{c,d\} \subset S \rightarrow c,d$ 는 집합 S 의 원소이고 $\{c,d\}$ 는 집합 S 의 부분집합이 되므로 옳다.

㉥ $S \subset \{a,\ b,\ c,\ d\} \rightarrow$ 집합 S 는 $\{a,b,c,d\}$ 의 부분집합이 될 수 없다.

따라서 옳은 것은 ㉠, ㉣, ㉤이다.

13. 집합 $S = \{x \mid x$는 자연수$\}$ 의 부분집합 $A = \{x \mid x \in A$이면 $5 - x \in A\}$ 가 있다. 집합 A 의 개수를 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답:

▷ 정답: 3 개

해설

자연수 전체집합의 부분집합인 A 가
$A = \{x \mid x \in A$이면 $5 - x \in A\}$ 라는 조건을 가질 때,
집합 A 의 원소가 될 수 있는 자연수는 1, 2, 3, 4 이다.
조건을 이용하면 1 과 4 , 2 와 3 은 반드시 동시에 원소가 되어야 하므로
집합 A 는 $\{1,4\}$, $\{2,3\}$, $\{1,2,3,4\}$ 의 3 개의 경우가 가능하다.

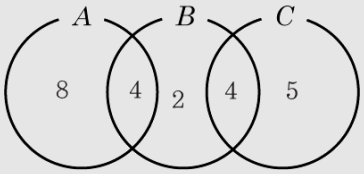
14. 세 집합 A, B, C 에 대하여 $n(A) = 12$, $n(B) = 10$, $n(C) = 9$, $n(A \cap B) = 4$, $n(B \cup C) = 15$, $A \cap C = \varnothing$ 일 때, $n(A \cup B \cup C)$ 의 값을 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답:

▷ 정답: 23

해설

$n(B) = 10$, $n(C) = 9$, $n(B \cup C) = 15$ 이므로
$n(B \cap C) = 10 + 9 - 15 = 4$
$A \cap C = \varnothing$ 이므로 벤 다이어그램을 그려보면



$\therefore n(A \cup B \cup C) = 8 + 4 + 2 + 4 + 5 = 23$

15. 어느 학급에서 '자주 먹는 고기의 종류' 를 조사한 결과, 모든 학생이 닭고기, 돼지고기, 소고기 중 적어도 하나의 고기를 선택하였다. 닭고기를 선택한 학생은 31 명, 돼지고기를 선택한 학생은 27 명, 소고기를 선택한 학생은 23 명이었다. 또, 세 종류의 고기 중 한 종류만 선택한 학생 중 14 명은 닭고기를, 15 명은 돼지고기를, 9 명은 소고기를 선택하였다. 세 종류의 고기를 모두 선택한 학생이 7 명일 때, 이 학급의 학생 수를 구하여라. [배점 6, 상중]

▶ 답:

▷ 정답: 56 명

해설

닭고기를 선택한 학생의 집합을 A , 돼지고기를 선택한 학생의 집합을 B , 소고기를 선택한 학생의 집합을 C 라 두면,

닭고기만을 선택한 학생 수는 $n(A)-n(A\cap B)-n(C\cap A)+n(A\cap B\cap C)=14$,

돼지고기만을 선택한 학생 수는 $n(B)-n(A\cap B)-n(B\cap C)+n(A\cap B\cap C)=15$,

소고기만을 선택한 학생 수는 $n(C)-n(B\cap C)-n(C\cap A)+n(A\cap B\cap C)=9$,

위의 세 식을 모두 더하면,

$n(A)+n(B)+n(C)-2(n(A\cap B)+n(B\cap C)+n(C\cap A))+3n(A\cap B\cap C)=38$,

$n(A)=31, n(B)=27, n(C)=23, n(A\cap B\cap C)=7$ 이므로

$31+27+23-2(n(A\cap B)+n(B\cap C)+n(C\cap A))+21=38$

$\rightarrow n(A\cap B)+n(B\cap C)+n(C\cap A)=32$

모든 학생이 닭고기, 돼지고기, 소고기 중 적어도 하나의 고기를 선택하였으므로,

$n(U)=n(A\cup B\cup C)=n(A)+n(B)+n(C)-(n(A\cap B)+n(B\cap C)+n(C\cap A))+n(A\cap B\cap C)$

$=31+27+23-32+7=56$