

단원 종합 평가

1. 48에 가장 작은 자연수를 곱하여 어떤 자연수의 제곱이 되게 하려고 한다. 이때, 곱하여야 할 가장 작은 자연수를 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 3

해설

48을 소인수분해하면 다음과 같다.

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 48} \\ 2 \overline{) 24} \\ 2 \overline{) 12} \\ 2 \overline{) 6} \\ 3 \end{array}$$

$48 = 2^4 \times 3$ 이므로 $2^4 \times 3 \times \square$ 가 어떤 자연수의 제곱이 되기 위한 $\square$ 의 값 중에서 가장 작은 자연수는 3이다.

2. 두 집합 A, B 에 대하여 다음 중 항상 옳은 것은? [배점 3, 중하]

① $A \cap \emptyset = A$

② $B \cup \emptyset = \emptyset$

③ $(A \cap B) \subset B$

④ $(A \cup B) \subset A$

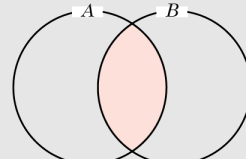
⑤ $A \subset B$ 이면 $A \cup B = A$

해설

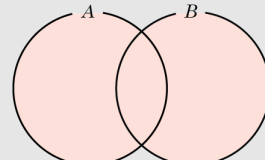
① $A \cap \emptyset = \emptyset$

② $B \cup \emptyset = B$

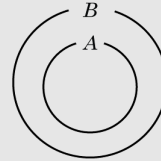
③ $(A \cap B) \subset B$



④ $(A \cup B) \supset A$



⑤ $A \subset B$ 이면 $A \cup B = B$



3. 두 집합 A, B 에 대하여 $n(A) = 43$, $n(B) = 28$, $n(A \cup B) = 50$ 일 때, $n(A - B) + n(B - A)$ 의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

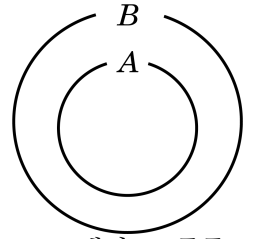
▶ 답 :

▶ 정답 : 29

해설

$$\begin{aligned} n(A - B) &= n(A \cup B) - n(B) = 50 - 28 = 22 \\ n(B - A) &= n(A \cup B) - n(A) = 50 - 43 = 7 \\ \therefore n(A - B) + n(B - A) &= 29 \end{aligned}$$

4. 다음 중 두 집합 A, B 사이의 포함 관계가 아래 그림의 벤 다이어그램과 같이 나타나는 것을 모두 고르면?



[배점 4, 중중]

- ① $A = \{1, 2, 4, 6\}$, $B = \{1, 2, 5, 6\}$
 ② $A = \{x \mid x \text{는 짝수}\}$, $B = \{2, 4, 6, 8, 10\}$
 ③ $A = \{x \mid x \text{는 } 5 \text{보다 작은 자연수}\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 5 \text{ 이하의 자연수}\}$
 ④ $A = \{x \mid x = 3 \times n, n = 1, 2, 9\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 12 \text{의 약수}\}$
 ⑤ $A = \emptyset$, $B = \{\emptyset\}$

해설

- ① 포함관계 없음
 ② $B \subset A$
 ③ $A \subset B$
 ④ 포함관계 없음
 ⑤ $A \subset B$

5. 전체집합 $U = \{x|x \text{는 } 7 \text{ 이하의 자연수}\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여

$A = \{x|x \text{는 } 6 \text{의 약수}\}, B = \{4, 5, 7\}$ 일 때, 다음 중 $(A \cap B^c) - B$ 와 같은 것은? [배점 4, 중중]

- ① A ② B ③ $A \cap B$
 ④ $A \cup B$ ⑤ $\emptyset$

해설

$U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}, A = \{1, 2, 3, 6\}$ 이므로
 $(A \cap B^c) - B = (A - B) - B = \{1, 2, 3, 6\} - \{4, 5, 7\} = \{1, 2, 3, 6\}$ 이다.
 따라서 A 와 같다.

6. 전체집합 $U = \{x|x \text{는 } 8 \text{ 이하의 자연수}\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여

$B - A = \{1, 3\}, A - B = \{2, 6, 7\}, (A \cup B)^c = \{8\}$ 일 때, 집합 B 는? [배점 4, 중중]

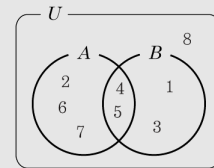
- ① $\{1, 3\}$ ② $\{1, 2, 4\}$
 ③ $\{1, 3, 4\}$ ④ $\{1, 2, 4, 5\}$

- ⑤ $\{1, 3, 4, 5\}$

해설

$U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ 이다.

주어진 조건을 벤 다이어그램으로 나타내면 다음 그림과 같으므로 $B = \{1, 3, 4, 5\}$ 이다.



7. 다음 세 집합 A, B, C 사이의 포함 관계를 기호로 나타내어라.

$$A = \{x \mid x \text{는 홀수}\}, B = \{3, 9\}, C = \{x \mid x \text{는 9의 약수}\}$$

[배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: $B \subset C \subset A$

해설

$$A = \{1, 3, 5, 7, 9, \dots\}$$

$$B = \{3, 9\}$$

$$C = \{1, 3, 9\}$$

$$\therefore B \subset C \subset A$$

8. 집합 $A = \{\emptyset, 3, 6, \{3, 6\}\}$, $B = \{\emptyset, 3, \{3, 6\}\}$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것을 모두 고르면?

[배점 5, 중상]

- ① $\emptyset \in \emptyset$ ② $\{3, 6\} \in B$
 ③ $6 \in B$ ④ $\{\{3, 6\}\} \subset A$
 ⑤ $B \subset A$

해설

① $\emptyset \in \{\emptyset\}$ 이고 $\emptyset \notin \emptyset, \emptyset \subset \emptyset$ 이다.

② B 의 원소는 $\emptyset, 3, \{3, 6\}$ 이므로 $\{3, 6\} \in B$ 이다.

③ $6 \notin B$

9. 두 집합 A, B 에 대하여 다음 중 옳은 것은?

[배점 5, 중상]

- ① $A \cap B \neq B \cap A$
 ② $A \subset B$ 이면 $A \cup B = A$
 ③ $A \subset B$ 이면 $A \cap B = B$
 ④ $n(A \cap B \cap \emptyset) = 0$
 ⑤ $A \subset (A \cap B) \subset (A \cup B)$

해설

- ① $A \cap B = B \cap A$
 ② $A \subset B$ 이면 $A \cup B = B$
 ③ $A \subset B$ 이면 $A \cap B = A$
 ⑤ $(A \cap B) \subset A \subset (A \cup B)$

10. 축구를 좋아하는 학생이 21명, 농구를 좋아하는 학생이 15명, 축구와 농구를 모두 좋아하는 학생은 9명, 모두 싫어하는 학생은 6명이다. 이 때, 축구만 싫어하거나 농구를 좋아하는 학생은 모두 몇 명인지 구하여라.

[배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 21명

해설

$$n(A) = 21, n(B) = 15, n(A \cap B) = 9, n(A \cup B)^c = 6 \text{ 이다.}$$

$$n(A^c \cup B) = n(B) + n(A \cup B)^c = 15 + 6 = 21 \text{ 이다.}$$

11. $U = \{x | 0 \leq x < 15, x \text{는 자연수}\}$ 의 두 부분 집합 $A = \{x | x \text{는 } 12 \text{ 이하의 } 2 \text{의 배수}\}, B = \{2, 3, 5, 7, 11, 13\}$ 에 대하여 $n((A \cap B^c) \cup (B \cap A^c))$ 을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$A = \{2, 4, 6, 8, 10, 12\}, B = \{2, 3, 5, 7, 11, 13\}$ 이므로

$$n((A \cap B^c) \cup (B \cap A^c))$$

$$= n((A - B) \cup (B - A))$$

$$= n(\{3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13\}) = 10 \text{ 이다.}$$

12. 집합 $S = \{a, \{a\}, \{a, b\}, b, \{c\}, c, d\}$ 일 때, 다음 중 옳은 것만 골라라.

- ㉠ $\{a\} \subset S$
 ㉡ $\{b\} \in S$
 ㉢ $\{b, c, d\} \in S$
 ㉣ $c \in S, d \in S$
 ㉤ $\{c, d\} \subset S$
 ㉥ $S \subset \{a, b, c, d\}$

[배점 5, 상하]

해설

집합 S 는 집합 안에 또 다른 집합을 원소로 가진 집합이다. 따라서 집합 S 의 원소는 $\{a, \{a\}, \{a, b\}, b, \{c\}, c, d\}$ 가 된다.
 ㉠ $\{a\} \subset S \rightarrow \{a\}$ 는 집합 S 의 원소이므로 옳다.
 ㉡ $\{b\} \in S \rightarrow b$ 는 집합 S 의 원소이지만 $\{b\}$ 는 집합 S 의 원소가 아니다.
 ㉢ $\{b, c, d\} \in S \rightarrow b, c, d$ 는 모두 집합 S 의 원소이므로 $\{b, c, d\} \subset S$ 가 되어야 한다.
 ㉣ $c \in S, d \in S \rightarrow c, d$ 는 집합 S 의 원소이므로 옳다.
 ㉤ $\{c, d\} \subset S \rightarrow c, d$ 는 집합 S 의 원소이고 $\{c, d\}$ 는 집합 S 의 부분집합이 되므로 옳다.
 ㉥ $S \subset \{a, b, c, d\} \rightarrow$ 집합 S 는 $\{a, b, c, d\}$ 의 부분집합이 될 수 없다.
 따라서 옳은 것은 ㉠, ㉣, ㉤이다.

13. 집합 $S = \{x \mid x \text{는 자연수}\}$ 의 부분집합 $A = \{x \mid x \in A \text{이면 } 5 - x \in A\}$ 가 있다. 집합 A 의 개수를 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 3개

해설

자연수 전체집합의 부분집합인 A 가 $A = \{x \mid x \in A \text{이면 } 5 - x \in A\}$ 라는 조건을 가질 때,
집합 A 의 원소가 될 수 있는 자연수는 1, 2, 3, 4이다.
조건을 이용하면 1과 4, 2와 3은 반드시 동시에 원소가 되어야 하므로
집합 A 는 $\{1, 4\}$, $\{2, 3\}$, $\{1, 2, 3, 4\}$ 의 3개의 경우가 가능하다.

14. 세 집합 A, B, C 에 대하여 $n(A) = 12$, $n(B) = 10$, $n(C) = 9$, $n(A \cap B) = 4$, $n(B \cup C) = 15$, $A \cap C = \emptyset$ 일 때, $n(A \cup B \cup C)$ 의 값을 구하여라.

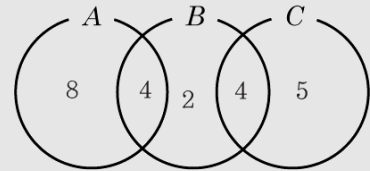
[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 23

해설

$n(A) = 12$, $n(C) = 9$, $n(B \cup C) = 15$ 이므로
 $n(B \cap C) = 10 + 9 - 15 = 4$
 $A \cap C = \emptyset$ 이므로 벤 다이어그램을 그려보면



$$\therefore n(A \cup B \cup C) = 8 + 4 + 2 + 4 + 5 = 23$$

15. 어느 학급에서 ‘자주 먹는 고기의 종류’를 조사한 결과, 모든 학생이 닭고기, 돼지고기, 소고기 중 적어도 하나의 고기를 선택하였다. 닭고기를 선택한 학생은 31명, 돼지고기를 선택한 학생은 27명, 소고기를 선택한 학생은 23명이었다. 또, 세 종류의 고기 중 한 종류만 선택한 학생 중 14명은 닭고기를, 15명은 돼지고기를, 9명은 소고기를 선택하였다. 세 종류의 고기를 모두 선택한 학생이 7명일 때, 이 학급의 학생 수를 구하여라. [배점 6, 상중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 56명

해설

닭고기를 선택한 학생의 집합을 A , 돼지고기를 선택한 학생의 집합을 B , 소고기를 선택한 학생의 집합을 C 라 두면,

닭고기만을 선택한 학생 수는 $n(A) - n(A \cap B) - n(C \cap A) + n(A \cap B \cap C) = 14$,

돼지고기만을 선택한 학생 수는 $n(B) - n(A \cap B) - n(B \cap C) + n(A \cap B \cap C) = 15$,

소고기만을 선택한 학생 수는 $n(C) - n(B \cap C) - n(C \cap A) + n(A \cap B \cap C) = 9$,

위의 세 식을 모두 더하면,

$n(A) + n(B) + n(C) - 2(n(A \cap B) + n(B \cap C) + n(C \cap A)) + 3n(A \cap B \cap C) = 38$,

$n(A) = 31, n(B) = 27, n(C) = 23, n(A \cap B \cap C) = 7$ 이므로

$31 + 27 + 23 - 2(n(A \cap B) + n(B \cap C) + n(C \cap A)) + 21 = 38$

$\rightarrow n(A \cap B) + n(B \cap C) + n(C \cap A) = 32$

모든 학생이 닭고기, 돼지고기, 소고기 중 적어도 하나의 고기를 선택하였으므로,

$n(U) = n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - (n(A \cap B) + n(B \cap C) + n(C \cap A)) + n(A \cap B \cap C)$
 $= 31 + 27 + 23 - 32 + 7 = 56$