

단원 종합 평가

1. 다음 보기는 소설책들의 제목이다. 이 제목들에 들어 있는 자음의 모임을 집합 A , 모음의 모임을 집합 B 라고 할 때, $n(A)$, $n(B)$ 를 구하여라.

보기

봄봄, 바람과 함께 사라지다, 무궁화 꽃이 피었습니다, 삼국지, 어린 왕자

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $n(A) = 14$

▷ 정답 : $n(B) = 8$

해설

$A = \{ㄱ, ㄴ, ㄷ, ㄹ, ㅁ, ㅂ, ㅅ, ㅇ, ㅈ, ㅊ, ㅋ, ㆁ, ㅆ\}$

$B = \{ㅏ, ㅑ, ㅓ, ㅕ, ㅗ, ㅛ, ㅜ, ㅠ\}$

2. 경주는 다음과 같은 내용이 기록된 파일을 각각 아래 컴퓨터 폴더에 분류하여 저장하려고 한다. 다음 파일이 들어갈 폴더를 찾아라.



A 파일
<100보다 작은 홀수의 모임>
1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, ..., 99

B 파일
<1보다 크고 2보다 작은 분수>
 $\frac{3}{2}, \frac{4}{3}, \frac{5}{4}, \dots$

C 파일
<2008 베이징 올림픽 채택종목>
수영, 역도, 마라톤, 레슬링, ...

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : A 파일 : 유한집합 폴더

▷ 정답 : B 파일 : 무한집합 폴더

▷ 정답 : C 파일 : 유한집합 폴더

해설

A 파일 : 100보다 작은 홀수의 모임을 집합으로 나타내면 $\{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, \dots, 99\}$ 이므로 유한집합,

B 파일 : 1보다 크고 2보다 작은 분수의 모임을 집합으로 나타내면 $\left\{\frac{3}{2}, \frac{4}{3}, \frac{5}{4}, \dots\right\}$ 이므로 무한집합,

C 파일 : 2008 베이징 올림픽 채택 종목을 집합으로 나타내면 $\{\text{수영, 역도, 육상, 레슬링, } \dots, \text{마라톤}\}$ 이므로 유한집합이다.

따라서 무한집합 폴더에 들어갈 파일은 B 파일이고, 유한집합 폴더에 들어갈 파일은 A 파일과 C 파일이다.

3. 두 집합 $A = \{a, b, c\}$, $B = \{a, c, e\}$ 에 대하여 집합 A 의 부분집합도 되고, 집합 B 의 부분집합도 되는 집합의 개수를 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답:

▷ 정답: 4개

해설

집합 A 의 부분집합도 되고, 집합 B 의 부분집합도 되는 집합의 개수는 $\{a, c\}$ 의 부분집합의 개수와 같으므로 $2^2 = 4$ (개)

4. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A^c \subset B^c$ 일 때, 다음 중 옳은 것은? [배점 4, 중중]

① $A - B = \emptyset$

② $A \cup B = A$

③ $A \cap B^c = \emptyset$

④ $(A \cup B) - B = A$

⑤ $B^c \cup A = B$

해설

$A^c \subset B^c$ 이므로 $B \subset A$ 이다.

① $B - A = \emptyset$

③ $A \cap B^c \neq \emptyset$

④ $(A \cup B) - B = A - B$

⑤ $B^c \cup A = U$

5. 우리 반에서 빨간 색 모자를 가지고 있는 학생은 20 명이고, 노란 색 모자를 가지고 있는 학생은 15 명이다. 그리고 빨간 색 모자와 노란 색 모자를 모두 가지고 있는 학생은 5 명이라 할 때, 빨간 색 모자나 노란 색 모자 중 적어도 1 개를 가지고 있는 학생은 모두 몇 명인지 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답:

▷ 정답: 30명

해설

빨간 색 모자를 가지고 있는 학생을 집합 A 라 하고, 노란 색 모자를 가지고 있는 학생을 B 라 하자. 빨간 색 모자와 노란 색 모자를 모두 가지고 있는 학생, 즉 $n(A \cap B) = 5$ 이다.

빨간 색 모자나 노란 색 모자 중 적어도 1 개를 가지고 있는 학생은 합집합의 개수를 의미한다.

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$x = 20 + 15 - 5$$

$$x = 30$$

그러므로 30 명이다.

6. 각 자리의 숫자의 합이 5 보다 작은 두 자리 자연수의 집합을 A 라 할 때, $n(A)$ 를 구하여라.

[배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 10

해설

$$A = \{10, 11, 12, 13, 20, 21, 22, 30, 31, 40\}$$

$$n(A) = 10$$

7. 두 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 15 \text{ 이하의 소수}\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 5 \text{ 미만의 소수}\}$ 에 대하여 $B \subset X \subset A$ 를 만족하는 X 의 개수를 모두 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 16 개

해설

$A = \{2, 3, 5, 7, 11, 13\}$, $B = \{2, 3\}$
 집합 X 는 원소 2와 3을 포함하는 집합 A 의 부분집합이므로 부분집합의 개수는
 $2^{6-2} = 2^4 = 16$ (개)

8. 다음 중 $A = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 소수}\}$ 의 부분집합이 아닌 것은? [배점 5, 중상]

① $\emptyset$

② $\{2\}$

③ $\{x \mid x \text{는 } 5 \text{ 이하의 홀수}\}$

④ $\{5, 7\}$

⑤ $\{x \mid 2 < x < 8 \text{인 홀수}\}$

해설

$A = \{2, 3, 5, 7\}$
 ③ $\{1, 3, 5\} \not\subset A$
 ⑤ $\{3, 5, 7\} \subset A$

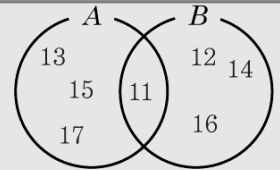
9. 두 집합 A, B 에 대하여 $A = \{11, 13, 15, 17\}$, $A \cup B = \{11, 12, 13, 14, 15, 16, 17\}$, $A \cap B = \{11\}$ 일 때, 집합 B 를 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: $\{11, 12, 14, 16\}$

해설

$\{11, 12, 14, 16\}$



10. 집합 $A_N = \{x \mid x \text{는 } N \text{의 약수}\}$ 로 정의한다. A_N 의 진부분집합의 개수가 7개일 때, N 의 최솟값을 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답:

▷ 정답: 4

해설

A_N 의 진부분집합의 개수가 7개라면,
 A_N 의 부분집합의 개수는 8개이다.
 원소의 개수가 n 개인 부분집합의 개수 $= 2^n$
 집합 A_N 의 원소의 개수는 3개이다.
 N 의 약수의 개수가 3개가 되려면 N 은 소수의 제곱수이어야 한다.
 따라서 가장 작은 소수인 2의 제곱수인 4가 N 의 최솟값이다.

11. 전체집합 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 의 두 부분집합 $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{4, 5, 6\}$ 에 대하여 $B \cap X = B$, $(A - B) \cap X = \{1, 3\}$ 을 만족하는 U 의 부분집합 X 의 개수를 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 2 개

해설

$U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$,
 $A = \{1, 2, 3, 4\}$,
 $B = \{4, 5, 6\}$ 이고,
 $B \cap X = B \Rightarrow B \subset X$,
 $(A - B) \cap X = \{1, 3\} \rightarrow \{1, 2, 3\} \cap X = \{1, 3\}$
 이므로
 X 는 원소 1, 3, 4, 5, 6 을 반드시 포함하는 집합 U 의 부분집합이다.
 따라서 집합 X 의 개수는 $2^{6-5} = 2$ (개)

12. 두 집합 $A = \{2, 4, 6, 8, 10\}$, $B = \{2, 4, 8\}$ 에 대하여 $X - A = \emptyset$, $n(X \cap B) = 1$ 을 만족하는 집합 X 의 개수를 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 12 개

해설

$X - A = \emptyset$ 이면 $X \subset A$
 $n(X \cap B) = 1$ 이므로 X 는 B 의 원소 하나를 포함하고 나머지 두 원소는 포함하지 않는 A 의 부분집합이다.
 X 가 2 를 포함하고 4, 8 을 포함하지 않은 경우 (집합 X 의 갯수) $= 2^{5-3} = 4$ (개) , X 가 4 를 포함한 경우와 8 을 포함한 경우도 마찬가지로 (집합 X 의 갯수) $= 4 \times 3 = 12$ (개) 이다.

13. $n(\{0, \emptyset, \{0, 2\}, \{1\}\}) \times n(\{0, 1\}) - n(\emptyset)$ 를 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$n(\{0, \emptyset, \{0, 2\}, \{1\}\}) \times n(\{0, 1\}) - n(\emptyset) = 4 \times 2 - 0 = 8$

14. 다음 중 옳은 것은?

[배점 6, 상중]

- ① $n(\{0, 1, 2\}) = 2$
 ② $n(\{x|x \text{는 } 4\text{의 약수}\}) = 4$
 ③ $n(\{1, 2, 3\}) - n(\{1, 2\}) = 3$
 ④ $n(\{x|x \text{는 } 10\text{보다 작은 자연수}\}) = 10$
 ⑤ $n(\{\emptyset\}) = 1$

해설

- ① $n(\{0, 1, 2\}) = 3$
 ② $n(\{x|x \text{는 } 4\text{의 약수}\}) = n(\{1, 2, 4\}) = 3$
 ③ $n(\{1, 2, 3\}) - n(\{1, 2\}) = 3 - 2 = 1$
 ④ $n(\{x|x \text{는 } 10\text{보다 작은 자연수}\})$
 $= n(\{1, 2, \dots, 9\}) = 9$

15. 집합 $S = \left\{\frac{1}{4}, \frac{1}{3}, \frac{1}{2}, 1, 2, 3, 4\right\}$ 의 공집합이 아닌 부분집합 A 가 다음과 같은 조건을 만족할 때, 집합 A 의 개수를 구하여라.

$$\bullet x \in A \text{ 이면 } \frac{1}{x} \in A$$

[배점 6, 상중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 15 개

해설

주어진 집합은 원소의 역수가 반드시 A 의 원소가 되어야 하는 조건을 가진다.

$\left(\frac{1}{4}, 4\right), \left(\frac{1}{3}, 3\right), \left(\frac{1}{2}, 2\right), (1, 1)$ 은 역수 관계에 있는 두 수의 쌍이다.

(1) 원소의 개수가 1 개인 집합 : $\{1\} \Rightarrow 1$ 개

(2) 원소의 개수가 2 개인 집합 : $\left\{\frac{1}{4}, 4\right\}, \left\{\frac{1}{3}, 3\right\}, \left\{\frac{1}{2}, 2\right\} \Rightarrow 3$ 개

(3) 원소의 개수가 3 개인 집합 : $\left\{\frac{1}{4}, 1, 4\right\}, \left\{\frac{1}{3}, 1, 3\right\}, \left\{\frac{1}{2}, 1, 2\right\} \Rightarrow 3$ 개

(4) 원소의 개수가 4 개인 집합 : $\left\{\frac{1}{4}, \frac{1}{3}, 3, 4\right\}, \left\{\frac{1}{4}, \frac{1}{2}, 2, 4\right\}, \left\{\frac{1}{3}, \frac{1}{2}, 2, 3\right\} \Rightarrow 3$ 개

(5) 원소의 개수가 5 개인 집합 : $\left\{\frac{1}{4}, \frac{1}{3}, 1, 3, 4\right\}, \left\{\frac{1}{4}, \frac{1}{2}, 1, 2, 4\right\}, \left\{\frac{1}{3}, \frac{1}{2}, 1, 2, 3\right\} \Rightarrow 3$ 개

(6) 원소의 개수가 6 개인 집합 : $\left\{\frac{1}{4}, \frac{1}{3}, \frac{1}{2}, 2, 3, 4\right\} \Rightarrow 1$ 개

(7) 원소의 개수가 7 개인 집합 : $\left\{\frac{1}{4}, \frac{1}{3}, \frac{1}{2}, 1, 2, 3, 4\right\} \Rightarrow 1$ 개

따라서 집합 A 의 개수는 $1+3+3+3+3+1+1=15$ (개)