

단원 종합 평가

1. 두 집합 $A = \{1, 2, a+1\}$, $B = \{1, b, 7\}$ 에 대하여 $A \subset B$ 이고, $B \subset A$ 이다. 이때, $a+b$ 의 값을 구하여라.
[배점 3, 하상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 8

해설

$A = B$ 이므로 $b = 2$, $a+1 = 7$, $a = 6$
 $\therefore a+b = 8$

2. 다음 중 옳은 것은?(정답 2개)

20의 약수의 모임 : A
 4의 배수의 모임 : B
 100 이하 짝수의 모임 : C
 10 이하의 소수 : D

[배점 3, 하상]

- ① $A \cap B = \emptyset$
 ② $A \cap D = \{2, 5\}$
 ③ $B \cap C = \{4, 8, 12, \dots\}$
 ④ $A \cup D = \{1, 3, 5, 7, 10\}$
 ⑤ $9 \in B \cup D$

해설

A 는 20의 약수의 모임이므로 $A = \{1, 2, 4, 5, 10, 20\}$, B 는 4의 배수의 모임이므로 $B = \{4, 8, 12, 16, 20, \dots\}$,
 C 는 100 이하 짝수의 모임이므로 $C = \{2, 4, 6, 8, \dots, 100\}$, D 는 10 이하의 소수이므로 $D = \{2, 3, 5, 7\}$ 이다.

- ① $A \cap B = \{4\}$
 ④ $A \cup D = \{1, 2, 3, 4, 5, 7, 10, 20\}$
 ⑤ $B \cup D = \{2, 3, 4, 5, 7, 8, 12, 16, \dots\}$ 이므로 9는 $B \cup D$ 에 속하지 않는다.

3. 다음 설명 중 옳은 것은? [배점 3, 중하]

- ① $n(\emptyset) = 1$
- ② $n(\{a, b, c, d\}) = \{4\}$
- ③ $A = \{1, 2, 3\}$ 이면 $n(A) = 5$
- ④ $A = \{x \mid x \text{는 } 6 \text{의 약수}\}$ 이면 $n(A) = 4$
- ⑤ $A = \{x \mid x \text{는 } 1 \text{보다 작은 자연수}\}$ 이면 $n(A) = \emptyset$

해설

- ① 공집합은 원소의 개수가 0개이므로 $n(\emptyset) = 0$ 이다.
- ② $n(\{a, b, c, d\}) = 4$
- ③ $A = \{1, 2, 3\}$ 이면 $n(A) = 3$ 이다.
- ⑤ 집합 A 는 공집합이므로 $n(A) = 0$ 이다.

4. 집합 $A = \{a, b, c, d, e, f, g\}$ 일 때, a, e 를 반드시 원소로 가지는 A 의 부분집합의 개수를 구하여라.

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

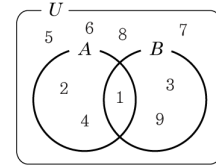
▶ 정답 : 32 개

해설

A 의 부분집합 중 원소 a, e 를 포함한 것이므로 $\{b, c, d, f, g\}$ 의 부분집합에 a, e 를 첨가한 것과 같다.

따라서 $\{b, c, d, f, g\}$ 의 부분집합의 개수는 $2^5 = 32$ (개)이다.

5. 전체집합을 U 와 두 부분집합 A, B 가 다음 벤 다이어그램과 같을 때, 다음 중 옳지 않은 것은?



[배점 3, 중하]

- ① $A - B = \{2, 4\}$
- ② $B \cap A^c = \{3, 9\}$
- ③ $(A^c)^c = \{4, 5, 6, 7, 8, 9\}$
- ④ $(A \cup B)^c = \{5, 6, 7, 8\}$
- ⑤ $A^c \cap B^c = \{5, 6, 7, 8\}$

해설

$$(A^c)^c = \{1, 2, 4\} = A$$

6. 다음 중 옳은 것은? [배점 4, 중중]

- ① $n(\emptyset) = n(\{0\})$
- ② $n(\{1, 2, 4\}) - n(\{1, 4\}) = 2$
- ③ $n(\{4\}) = 4$
- ④ $n(\{x|x \text{는 } 40 \text{ 이하의 짝수}\}) = 40$
- ⑤ $n(\{x|x \text{는 } 2 < x < 4 \text{인 홀수}\}) = 1$

해설

- ① $n(\emptyset) = 0, n(\{0\}) = 1$
- ② $n(\{1, 2, 4\}) - n(\{1, 4\}) = 3 - 2 = 1$
- ③ $n(\{4\}) = 1$
- ④ $n(\{2, 4, 6, \dots, 40\}) = 20$
- ⑤ $n(\{3\}) = 1$

7. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 9 \text{보다 작은 홀수}\}$ 의 부분집합 중 원소 3, 7를 포함하지 않는 부분집합의 개수를 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답:

▶ 정답: 4개

해설

$A = \{1, 3, 5, 7\}$ 이므로 2(3, 7를 뺀 원소의 개수) = $2^{4-2} = 2^2 = 4$

8. $A = \{1, 2, 3, 4\}$ 일 때, $B \subset A$ 이고, $A \neq B$ 인 집합 B 의 개수를 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답:

▶ 정답: 15개

해설

$B \subset A$ 이고, $A \neq B$ 인 집합 B 는 집합 A 의 진부분집합이다.

따라서 집합 B 의 개수는 (집합 A 의 부분집합의 수) - 1 (개)가 된다.

따라서 $2^4 - 1 = 16 - 1 = 15$ (개)이다.

9. 두 집합 A, B 에 대한 다음 설명 중 옳은 것은?

[배점 4, 중중]

- ① $A \subset B$ 이면 $n(A) < n(B)$ 이다.
- ② $n(A) < n(B)$ 이면 $A \subset B$ 이다.
- ③ $A \subset B$ 이고 $B \subset A$ 이면 $n(A) = n(B)$ 이다.
- ④ $n(A) = n(B)$ 이면 $A = B$ 이다.
- ⑤ $n(A) \leq n(B)$ 이면 $A \subset B$ 이다.

해설

① $A \subset B$ 이면 $n(A) \leq n(B)$ 이다.

② : (반례) $A = \{1\}, B = \{2, 3\}$

④ : (반례) $A = \{1, 2\}, B = \{3, 4\}$

⑤ : (반례) $A = \{1, 2\}, B = \{3, 4, 5\}$

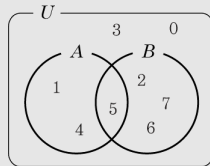
10. 전체집합 $U = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ 의 두 부분 집합 A, B 에 대하여 $A \cap B = \{5\}$, $(A \cup B)^c = \{0, 3\}$, $A - B = \{1, 4\}$ 일 때, $n(B - A)$ 의 값을 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

주어진 조건을 벤 다이어그램에 나타내면 다음과 같다.



$B - A = \{2, 6, 7\}$ 이므로 $n(B - A) = 3$

11. 다음 안에 알맞은 세 자연수의 합을 구하여라.

보기

㉠ $n(\{x|x \text{는 } \square \text{미만의 자연수}\}) = 4$

㉡ $n(\{a, b, c, d\}) - n(\{b, c, d\}) = \square$

㉢ $A \subset \{1, 2, 3\}$ 이고, $n(A) = 2$ 를 만족하는 집합 A 의 개수는 개이다.

[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

㉠ $n(\{x|x \text{는 } 5 \text{ 미만의 자연수}\}) = 4$

㉡ $n(\{a, b, c, d\}) - n(\{b, c, d\}) = 1$

㉢ $A \subset \{1, 2, 3\}$ 이고, $n(A) = 2$ 를 만족하는 집합 A 는 $\{1, 2\}$, $\{1, 3\}$, $\{2, 3\}$ 의 3 개

$\therefore 5 + 1 + 3 = 9$

12. 두 집합 $A = \{1, 2, 4, 5, 7\}$, $B = \{x | x \text{는 } 5 \text{ 이하의 홀수}\}$ 에 대하여 $X \cap A = X$ 와 $X \cup (A \cap B) = X$ 를 만족하는 집합 X 의 개수를 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 8개

해설

$X \cap A = X$ 이므로 $X \subset A$

$X \cup (A \cap B) = X$ 이므로 $(A \cap B) \subset X$

$A \cap B = \{1, 5\}$

$\{1, 5\} \subset X \subset \{1, 2, 4, 5, 7\}$

집합 X 는 집합 A 의 부분집합 중 원소 1, 5를 반드시 포함하는 집합이다.

$\therefore 2^{5-2} = 2^3 = 8$ (개)

13. 두 집합 A, B 에 대하여 $n(A) = 23$, $n(B) = 39$, $n(A \cup B) = 62$ 일 때, 다음 $\square$ 안에 들어갈 수 있는 기호가 아닌 것을 모두 골라라.

보기

$A - B \square A$

[배점 5, 중상]

① $\in$ ② $\subset$ ③ $\supset$ ④ $\not\subset$ ⑤ $=$

해설

$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$,

$62 = 23 + 39 - n(A \cap B)$ 에서 $n(A \cap B) = 0$

이므로 $A \cap B = \phi$ 이다.

$A - B \square A$ 에서 $\square$ 안에 들어갈 수 있는 기호는 $\subset, \supset, =$ 이다.

14. 다음 중 집합이 될 수 없는 것은? [배점 5, 상하]

- ① $\{3, 6, 9, 12, \dots\}$
 ② 한글 자음의 모임
 ③ $\{x | x \text{는 } x \times 0 = 0 \text{을 만족하는 자연수}\}$
 ④ 키가 나보다 큰 사람들의 모임
 ⑤ 나보다 착한 학생의 모임

해설

⑤, '나보다 착한 학생'은 그 대상을 분명히 알 수 없으므로 집합이라고 할 수 없다.

15. $n(A) = 3$ 인 집합 A 에 대하여 집합 $P = \{X | X \subset A\}$ 일 때, 집합 P 의 부분집합 중 공집합을 뺀 나머지의 개수를 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 255 개

해설

집합 P 는 집합 A 의 모든 부분집합을 원소로 가지므로

$$n(P) = 2^3 = 8 ,$$

따라서 집합 P 의 부분집합 중 공집합을 뺀 나머지의 개수는 $2^8 - 1 = 255$ (개)