

단원 종합 평가

1. 다음 중 집합이 아닌 것은? [배점 3, 중하]

- ① 우리학교 홈페이지에 글을 올린 사람의 모임
- ② 내 미니 홈페이지 방명록에 글을 남긴 사람의 모임
- ③ 이메일을 가지고 있는 사람의 모임
- ④ 터치폰을 사용하는 사람의 모임
- ⑤ 머리가 긴 여학생의 모임

해설

⑤ ‘긴’이라는 단어는 개인에 따라 기준이 달라
지므로 집합이 될 수 없다.

2. 다음 중 부분집합의 갯수가 32 **개**인 것은?

[배점 3, 중하]

- ① $\{1, 2, 3\}$
- ② $\{x \mid x \text{는 } 22 \text{ 이하의 } 4 \text{의 배수}\}$
- ③ $\{x \mid x \text{는 } 7 \text{보다 작은 홀수}\}$
- ④ $\{x \mid x \text{는 } 8 \text{의 약수}\}$
- ⑤ $\{x \mid x \text{는 } 4 \text{ 이하의 자연수}\}$

해설

- ① $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$ (개)
- ② $\{x \mid x \text{는 } 22 \text{ 이하의 } 4 \text{의 배수}\} = \{4, 8, 12, 16, 20\}$ 이므로 $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^5 = 32$ (개)
- ③ $\{x \mid x \text{는 } 7 \text{보다 작은 홀수}\} = \{1, 3, 5\}$ 이므로 $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$ (개)
- ④ $\{x \mid x \text{는 } 8 \text{의 약수}\} = \{1, 2, 4, 8\}$ 이므로 $2^4 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 16$ (개)
- ⑤ $\{x \mid x \text{는 } 4 \text{ 이하의 자연수}\} = \{1, 2, 3, 4\}$ 이므로 $2^4 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 16$ (개)

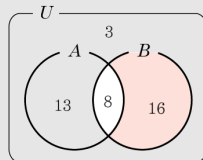
3. 우리 반 학생 40명 중에서 백일장에서 글을 쓴 학생은 21명, 그림을 그린 학생은 24명, 글도 쓰고 그림도 그린 학생은 8명이다. 이때, 그림만 그린 학생 수를 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▶ 정답: 16명

해설

주어진 문제를 벤 다이어그램을 활용하여 해결할 수 있다. 벤 다이어그램의 각 영역에 해당하는 학생의 수를 기입하면 다음과 같다.



4. 10의 약수의 집합을 A 라고 할 때, 다음 중 옳지 않은 것을 모두 고르면? (정답 2개) [배점 4, 중중]

- ① $1 \in A$ ② $3 \in A$ ③ $4 \notin A$
 ④ $5 \in A$ ⑤ $6 \in A$

해설

집합 A 의 원소는 1, 2, 5, 10 이므로 3, 4, 6은 집합 A 의 원소가 아니다. 따라서

- ① $3 \notin A$
 ⑤ $6 \notin A$ 이다.

5. $A = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 자연수}\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 짝수}\}$ 일 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2개) [배점 4, 중중]

- ① $A \subset B$ ② $10 \in B$ ③ $\emptyset \subset A$
 ④ $2 \subset B$ ⑤ $7 \in B$

해설

$A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$,

$B = \{2, 4, 6, 8, 10\}$

- ① $B \subset A$
 ④ $2 \in B$
 ⑤ $7 \notin B$

6. 40명의 학생 중 수학을 좋아하는 학생이 24 명, 영어를 좋아하는 학생이 18 명, 수학과 영어를 모두 좋아하는 학생이 9 명일 때, 수학과 영어를 모두 싫어하는 학생 수를 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 7명

해설

수학을 좋아하는 학생을 집합 A 라 하고, 영어를 좋아하는 학생을 집합 B 라고 하자.

수학과 영어를 좋아하는 학생, 즉 $A \cap B = 9$ 이다.

수학과 영어를 모두 싫어하는 학생은 합집합을 제외한 나머지 인원이다.

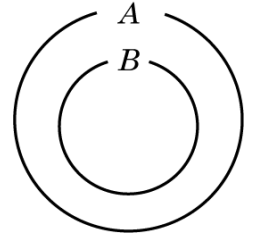
$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$x = 24 + 18 - 9$$

$$x = 33$$

$n(A \cup B) = 33$ 이므로 수학과 영어를 모두 싫어하는 학생은 $40 - 33 = 7$ (명) 이다.

7. 두 집합 A, B 사이의 관계가 다음 벤 다이어그램과 같고, 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 36 \text{의 약수}\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } \square \text{의 약수}\}$ 일 때, $\square$ 안에 들어갈 수 없는 것은?



[배점 5, 중상]

- ① 6 ② 12 ③ 18 ④ 24 ⑤ 36

해설

$$A = \{1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36\}$$

$$\textcircled{1} \{1, 2, 3, 6\} \subset A$$

$$\textcircled{2} \{1, 2, 3, 4, 6, 12\} \subset A$$

$$\textcircled{3} \{1, 2, 3, 6, 9, 18\} \subset A$$

$$\textcircled{4} \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24\} \not\subset A$$

$$\textcircled{5} B = A$$

8. 다음 중에서 옳은 것을 모두 고르면?

[배점 5, 중상]

① $A = B$ 이면 $A \subset B, B \subset A$

② $n(A) = n(B)$ 이면 $A = B$

③ $A \subset B$ 이면 $n(A) < n(B)$

④ $A = B$ 이면 $n(A) = n(B)$

⑤ $n(\{1, 2, 3, 4\}) - n(\{1, 2, 3\}) = 4$

해설

② $A = \{1, 2\}, B = \{3, 4\}$ 이면

$n(A) = n(B)$ 이지만 $A \neq B$

③ $A = B$ 이면 $A \subset B$ 이지만

$n(A) < n(B)$ 가 아닌 $n(A) = n(B)$

⑤ $n(\{1, 2, 3, 4\}) = 4$

$n(\{1, 2, 3\}) = 3$

$4 - 3 = 1$

9. 다음 세 집합 A, B, C 사이의 포함 관계를 기호로 나타내어라.

$$A = \{x \mid x \text{는 홀수}\}, B = \{3, 9\}, C = \{x \mid x \text{는 9의 약수}\}$$

[배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: $B \subset C \subset A$

해설

$$A = \{1, 3, 5, 7, 9, \dots\}$$

$$B = \{3, 9\}$$

$$C = \{1, 3, 9\}$$

$$\therefore B \subset C \subset A$$

10. 다음 두 조건을 만족하는 집합 A 의 부분집합의 개수는?

$$\begin{aligned} A \cap \{2, 3, 4, 5\} &= \{2, 5\} \\ A \cup \{2, 3, 4, 5\} &= \{1, 2, 3, 4, 5\} \end{aligned}$$

[배점 5, 중상]

- ① 6개 ② 7개 ③ 8개
④ 9개 ⑤ 10개

해설

$A \cap \{2, 3, 4, 5\} = \{2, 5\}$ 에서 집합 A 는 원소 2, 5를 포함하고, 원소 3, 4는 포함하지 않는다.

$A \cup \{2, 3, 4, 5\} = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 에서 집합 A 는 원소 1을 포함한다.

$\therefore A = \{1, 3, 4\}$

따라서 집합 A 의 부분집합의 개수는 $2^3 = 8$ (개)이다.

11. 지윤이네 학교 학생 170명 중 A 문제를 푼 학생이 80명, B 문제를 푼 학생이 90명, A 문제와 B 문제를 모두 푼 학생이 15명일 때, A 문제와 B 문제 중 어느 것도 풀지 못한 학생은 몇 명인가? [배점 5, 중상]

- ① 10명 ② 12명 ③ 14명
④ 15명 ⑤ 16명

해설

전체집합을 U , A 문제를 푼 학생들의 집합을 A , B 문제를 푼 학생들의 집합을 B 라고 하면

$$n(U) = 170$$

$$n(A) = 80, n(B) = 90, n(A \cap B) = 15$$

$$\begin{aligned} n(A \cup B) &= n(A) + n(B) - n(A \cap B) \\ &= 80 + 90 - 15 \\ &= 155 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} n((A \cup B)^c) &= n(U) - n(A \cup B) \\ &= 170 - 155 \\ &= 15 \end{aligned}$$

12. 집합 P 에 대하여 $[A] = \{P | P \subset A\}$ 로 정의한다.
 $A = \{x, y, z\}$ 일 때, 집합 $[A]$ 를 원소나열법으로 나타내어라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▶ 정답 : $[A] = \{\emptyset, \{x\}, \{y\}, \{z\}, \{x, y\}, \{y, z\}, \{z, x\}, \{x, y, z\}\}$

해설

$[A] = \{P | P \subset A\}$ 라는 정의를 살펴보면 P 는 집합 A 의 부분집합이다.

따라서 $[A]$ 는 집합 A 의 부분집합들을 원소로 가진다.

$\therefore [A] = \{\emptyset, \{x\}, \{y\}, \{z\}, \{x, y\}, \{y, z\}, \{z, x\}, \{x, y, z\}\}$

14. 원소의 개수가 40 개인 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $n(A \cap B) = k$ 라고 할 때, $n(A) = n(A^c) = 5k$, $n(B - A) = 3k$ 이다. 이 때 $n(A^c \cap B^c)$ 의 값을 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 8

해설

$n(A) = n(A^c) = 5k \rightarrow n(U) = 40$ 이므로 $10k = 40$, $k = 4$ 이고,

$n(A) = 20$, $n(B - A) = 12$ 이므로 $n(A \cup B) = 32$
 $\therefore n(A^c \cap B^c) = n((A \cup B)^c) = n(U) - n(A \cup B) = 40 - 32 = 8$

13. 자연수 k 에 대하여 집합 $A_k = \{x | k < x \leq 20k \text{인 자연수}\}$ 일 때, $n(A_1 \cap A_2 \cap A_3 \cdots \cap A_{10})$ 의 값을 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 10

해설

$A_1 = \{2, 3, \dots, 20\}$

$A_2 = \{3, 4, \dots, 40\}$

$A_3 = \{4, 5, \dots, 60\}$

$\vdots$

$A_{10} = \{11, 12, 13, \dots, 200\}$

$A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_{10} = \{11, 12, \dots, 20\}$

$\therefore n(A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_{10}) = 10$

15. 전체집합 $U = \{x | x \text{는 } 20 \text{ 이하의 소수}\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여

$A = \{x | x \leq 7, x \in U\}$ 일 때, $n(A \cap B) = 3$ 을 만족하는 집합 B 의 개수를 구하여라. [배점 6, 상중]

▶ 답 :

▶ 정답 : 64 개

해설

$U = \{x | x \text{는 } 20 \text{ 이하의 소수}\} = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19\}$,

$A = \{x | x \leq 7, x \in U\} = \{2, 3, 5, 7\}$,

$n(A \cap B) = 3 \rightarrow$ 집합 B 는 $\{2, 3, 5, 7\}$ 중에 세 수를 포함하고 나머지 하나는 반드시 포함하지 않는 U 의 부분집합이다.

(1) 2, 3, 5 는 반드시 포함하고, 7 은 반드시 포함하지 않는 부분집합의 개수는 $2^{8-3-1} = 16$ (개)

(2) 2, 3, 7 은 반드시 포함하고, 5 는 반드시 포함하지 않는 부분집합의 개수는 $2^{8-3-1} = 16$ (개)

(3) 2, 5, 7 은 반드시 포함하고, 3 은 반드시 포함하지 않는 부분집합의 개수는 $2^{8-3-1} = 16$ (개)

(4) 3, 5, 7 은 반드시 포함하고, 2 는 반드시 포함하지 않는 부분집합의 개수는 $2^{8-3-1} = 16$ (개)

따라서 집합 B 의 개수는 $16 \times 4 = 64$ (개)