

단원 종합 평가

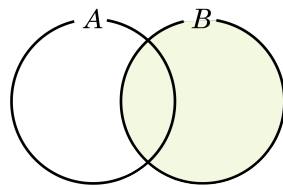
1. 두 집합 $A = \{1, 3, 4\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 6 \text{의 약수}\}$ 에 대하여 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2개)
[배점 2, 하중]

- ① $3 \in A$ ② $1 \notin B$
③ $\emptyset \in B$ ④ $\{1\} \in A$
⑤ $\{1, 2, 3, 6\} \subset B$

해설

- ② 1은 B 에 속하므로 $1 \in B$ 이다.
③ $\emptyset$ 은 모든 집합의 부분집합이므로 $\emptyset \subset B$ 이다.
④ $\{1\} \in A$ 에서 집합과 집합의 관계에서는 $\subset$ 를 써야 한다.

2. 다음 벤 다이어그램에서 $n(A) = 15, n(A \cap B) = 4, n(A \cup B) = 24$ 일 때, 색칠된 부분의 원소의 개수를 구하여라.



[배점 2, 하중]

▶ 답:

▶ 정답: 13개

해설

색칠된 부분은 집합 B 를 의미하므로 집합 B 의 원소의 개수를 구하면 된다.
 $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$ 임을 이용하면 $24 = 15 + n(B) - 4$
따라서 $n(B) = 13$ 이다.

3. 다음 중 무한집합인 것은? [배점 3, 하상]

- ① $\{a, b\}$
② $\emptyset$
③ $\{x \mid x \text{는 } 12 \text{인 자연수}\}$
④ $\{x \mid x \text{는 } x \times 0 = 0 \text{인 자연수}\}$
⑤ $\{x \mid x \text{는 } 12 \text{의 약수}\}$

해설

- ③ $\{1, 2\}$: 유한집합
④ $\{1, 2, 3, \dots\}$: 무한집합
⑤ $\{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$: 유한집합

4. 다음 안에 알맞은 짝수의 합을 구하여라.

보기

$\{x \mid x \text{는 } \square \text{의 약수}\} \subset \{x \mid x \text{는 } 8 \text{의 약수}\}$

[배점 3, 하상]

▶ 답:

▶ 정답: 14

해설

8의 약수는 1, 2, 4, 8 이므로 안에 들어갈 수 있는 수는 1, 2, 4, 8이다.
이 중 짝수는 2, 4, 8이다.
따라서 $2 + 4 + 8 = 14$ 이다.

5. 어느 중학교 1학년 1반 학생들을 대상으로 과학의 날 행사 참여도를 조사 해보니 상상화 그리기에 참여한 학생이 18명, 독후감 쓰기에 참여한 학생이 20명이었다. 독후감도 쓰고 상상화도 그린 학생은 3명, 독후감과 상상화 중 어느 것에도 참여하지 않은 학생이 5명이었다면 이 반 학생은 모두 몇 명인지 구하여라.

[배점 3, 하상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 40명

해설

전체집합을 U , 상상화 그리기에 참여한 학생의 집합을 A , 독후감 쓰기에 참여한 학생의 집합을 B 라 하면

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) = 18 + 20 - 3 = 35, n((A \cup B)^c) = 5 \text{ 이다.}$$

따라서 $n(U) = 35 + 5 = 40$ 이다.

6. 다음 보기는 소설책들의 제목이다. 이 제목들에 들어있는 자음의 모임을 집합 A , 모음의 모임을 집합 B 라고 할 때, $n(A)$, $n(B)$ 를 구하여라.

보기

봄봄, 바람과 함께 사라지다, 무궁화 꽃이 피었습니다, 삼국지, 어린 왕자

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $n(A) = 14$

▷ 정답 : $n(B) = 8$

해설

$A = \{ \text{ㄱ, ㄴ, ㄷ, ㄹ, ㅁ, ㅂ, ㅅ, ㅇ, ㅈ, ㅊ, ㅋ, ㆁ, ㆁ} \}$

$B = \{ \text{ㅏ, ㅑ, ㅓ, ㅕ, ㅗ, ㅛ, ㅜ, ㅠ, ㅡ, ㅟ, ㅢ} \}$

7. 집합 $A = \{1, 3, 5, 7, \dots, a\}$ 의 부분집합 중에서 원소 $a-4$, $a-2$, a 를 동시에 포함하는 부분집합의 개수가 64개일 때, a 의 값을 구하여라.

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 17

해설

$$64 = 2^6$$

집합 A 의 원소의 개수가 n 개라면,

$$n - 3 = 6, \quad n = 9, \quad n(A) = 9$$

$$A = \{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17\}$$

$$\therefore a = 17$$

8. 두 집합 $A = \{2, a+3, 8\}$, $B = \{6, b, 7\}$ 에 대하여 $A \cap B = \{7, 8\}$ 일 때, $a+b$ 의 값을 구하여라.

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

$A \cap B = \{7, 8\}$ 이므로 $7 \in A$ 이다.

$\therefore a+3=7, a=4$

$8 \in B \therefore b=8$

$\therefore a+b=4+8=12$

9. 다음 글을 읽고, 승훈이가 초대한 초등학교 친구 중 중학교가 다른 친구는 모두 몇 명인지 구하여라.

엄마 : 초대한 친구 중에 초등학교 친구와 중학교 친구는 각각 몇 명이니?

승훈 : 초등학교 친구 7명과 중학교 친구 5명요.
이 말을 들은 엄마는 12명이 먹을 수 있는 음식을 준비했다.

(그 날 저녁)

친구들 : 안녕하세요.

엄마 : 어서들 와라. 그런데! 승훈아! 왜 10명이니? 안 온 사람 있니?

승훈 : 아니요. 제가 초대한 친구는 모두 왔는데요.

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 5명

해설

승훈이가 초대한 초등학교 친구와 중학교 친구는 모두 10(명)이다.

또한 초등학교와 중학교가 같은 친구는 $7+5-10=2$ (명)이다.

따라서 초등학교 친구 중 중학교 친구가 다른 친구는 초등학교 친구 중 초등학교와 중학교가 같은 친구를 제외한 $7-2=5$ (명)이다.

10. 현정이네 반 학생 35 명 중 야구만 잘하는 학생은 12 명, 축구만 잘하는 학생은 13 명이고, 둘 다 못하는 학생은 4 명이다. 야구와 축구를 모두 잘하는 학생은 몇 명인지 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 6 명

해설

현정이네 반 학생 전체의 집합을 U , 야구를 잘하는 학생들의 집합을 A , 축구를 잘하는 학생들의 집합을 B 라고 하면,

$$n(U) = 35, n(A - B) = 12,$$

$$n(B - A) = 13, n((A \cup B)^c) = 4$$

$$n(A \cup B) = n(U) - n((A \cup B)^c) = 35 - 4 = 31$$

$$n(A \cup B) = n(A - B) + n(B - A) + n(A \cap B)$$

$$31 = 12 + 13 + n(A \cap B)$$

$$n(A \cap B) = 6$$

11. 집합 $A = \{x \mid x = 7 \times n - 4, n \text{은 자연수}\}$ 에 대하여 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? [배점 4, 중중]

① $3 \notin A$ ② $4 \in A$ ③ $7 \notin A$

④ $10 \notin A$ ⑤ $17 \in A$

해설

$$A = \{3, 10, 17, \dots\}$$

$$\textcircled{1} 3 \in A$$

$$\textcircled{2} 4 \notin A$$

$$\textcircled{4} 10 \in A$$

12. 집합 A 의 진부분집합의 개수가 15 개일 때, $n(A)$ 를 구하여라. [배점 4, 중중]

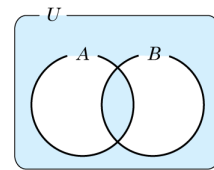
▶ 답 :

▶ 정답 : 4

해설

진부분집합은 자기 자신을 제외한 모든 부분집합
이므로, 진부분집합의 수 = 부분집합의 수 - 1 이 된다. 따라서 집합 A 의 부분집합의 개수는 $15 + 1 = 16$ 개이며, $2^n = 16 \therefore n = 4$ 이다.

13. 다음과 같은 벤 다이어그램에서 $n(U) = 40, n(A) = 12, n(B) = 15, n(A \cap B^c) = 9$ 일 때, 색칠한 부분이 나타내는 집합의 원소의 개수는?

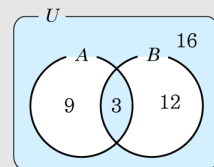


[배점 4, 중중]

① 15 ② 17 ③ 19 ④ 21 ⑤ 23

해설

각 집합의 원소의 개수를 벤 다이어그램에 나타내면 다음 그림과 같으므로 $3 + 16 = 19$ 이다.



14. 전체집합 $U = \{1, 2, 3, 4, 6, 7\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여

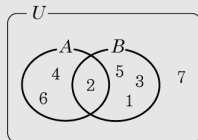
$A = \{2, 4, 6\}, A \cap B = \{2\}, B \cap A^c = \{1, 3, 5\}, A^c \cap B^c = \{7\}$ 일 때, A^c 은? [배점 5, 중상]

- ① $\{1, 3\}$ ② $\{1, 5\}$
 ③ $\{1, 7\}$ ④ $\{3, 5, 7\}$

⑤ $\{1, 3, 5, 7\}$

해설

$B \cap A^c = \{7\} = B - A$ 이므로
 $A^c = U - A = \{1, 3, 5, 7\}$ 이다.



15. 두 집합 $A = \{4, 7, a+1, 2a-2\}, B = \{3, a+2, b, 9\}$ 에 대하여 $A - B = \{4, 6\}$ 일 때, $A \cup B$ 를 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: $\{3, 4, 6, 7, 8, 9\}$

해설

$A - B = \{4, 6\}$ 이므로

$4 \in A, 6 \in A$ 이고 $4 \notin B, 6 \notin B, 7 \in B$

$a+1=6$ 또는 $2a-2=6$

(i) $a+1=6$ 일 때, $a=5$

$A = \{4, 6, 7, 8\}, B = \{3, 7, b, 9\}$

$A - B = \{4, 6\}$ 이려면 $b=8$

(ii) $2a-2=6$ 일 때, $a=4$

$A = \{4, 5, 6, 7\}, B = \{3, 6, b, 9\}$

$6 \notin B$ 이어야 하므로 $a \neq 4$

$\therefore A = \{4, 6, 7, 8\}, B = \{3, 7, 8, 9\}$

$A \cup B = \{3, 4, 6, 7, 8, 9\}$