

단원 종합 평가

1. 집합 $A = \{1, 2, \dots, n\}$ 에서 n 을 포함한 부분집합의 개수가 16 개라고 할 때, 자연수 n 의 값을 구하여라.

[배점 3, 하상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 5

해설

$$2^{(n \text{을 제외한 원소의 개수})} = 2^{n-1} = 16 = 2^4 \therefore n = 5$$

2. 100 이하의 자연수 중에서 3 의 배수이거나 4 의 배수인 수의 개수를 구하여라. [배점 3, 하상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 50 개

해설

3 의 배수인 집합을 A 라 하고, 4 의 배수인 집합을 B 라 하자.

3 의 배수이면서 4 의 배수인 집합은 $A \cap B$ 이다.

3 의 배수이거나 4 의 배수인 수, 즉 $A \cup B$ 를 구하는 것이다.

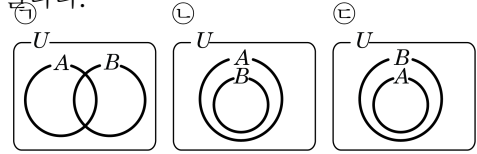
$$n(A) = 33, n(B) = 25, n(A \cap B) = 8 \text{ 이므로}$$

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$x = 33 + 25 - 8$$

$$x = 50$$

3. 다음 벤 다이어그램 중 $B^c \subset A^c$ 인 관계를 만족하는 것을 골라라.



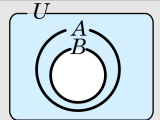
[배점 3, 중하]

▶ 답 :

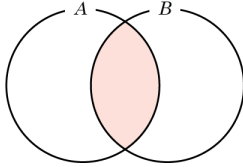
▶ 정답 : C

해설

B 일 때, 벤 다이어그램을 그리면 $B^c \subset A^c$ 이다.



4. 두 집합 $A = \{x|x \text{는 } 5 \text{의 배수}\}, B = \{x|x \text{는 } 75 \text{의 약수}\}$ 에 대하여 다음 벤 다이어그램으로 나타낼 때, 색칠한 부분에 해당하는 원소가 아닌 것은?

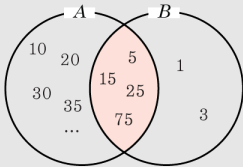


[배점 3, 중하]

- ① 5 ② 10 ③ 15 ④ 25 ⑤ 75

해설

$A = \{x|x \text{는 } 5 \text{의 배수}\} = \{5, 10, 15, 20, \dots\}, B = \{x|x \text{는 } 75 \text{의 약수}\} = \{1, 3, 5, 15, 25, 75\}$ 이므로 두 집합 A, B 를 벤 다이어그램으로 나타내면 다음과 같다.



따라서 색칠한 부분에 해당하는 원소는 5, 15, 25, 75이다.

5. 어느 반 학생 39 명이 수학 시험을 보는데 A 문제를 맞힌 학생은 19 명, B 문제를 맞힌 학생은 27 명, A와 B 모두 맞힌 학생은 12 명일 때, A와 B 모두 틀린 학생은 몇 명인지 구하여라. (단, 수학 시험의 문제는 A와 B 두 문제만 있다.) [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 5 명

해설

A 문제를 맞힌 학생을 A 라 하면 $n(A) = 19$

B 문제를 맞힌 학생을 B 라 하면 $n(B) = 27$

A와 B 모두 맞힌 학생은 $A \cap B$ 이므로 $n(A \cap B) = 12$

A나 B를 맞힌 학생은 $A \cup B$ 이다.

$\therefore n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) = 19 + 27 - 12 = 34(\text{명})$

따라서 A와 B를 모두 틀린 학생은 5 명이다.

6. $n(\{1, 3, 5, 7\}) - n(\{1, 5, 7\}) + n(\{0, \emptyset\})$ 의 값을 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답 :

▶ 정답 : 3

해설

$n(\{1, 3, 5, 7\}) - n(\{1, 5, 7\}) + n(\{0, \emptyset\})$
 $= 4 - 3 + 2 = 3$

7. 다음 중 옳은 것을 골라라. [배점 4, 중중]

- ① $\{x|x\text{는 짝수}\} \subset \{x|x\text{는 홀수}\}$
- ② $\{x|x\text{는 5보다 작은 자연수}\} \subset \{1, 2, 3\}$
- ③ $\{x|x\text{는 25의 배수}\} \subset \{100, 200, 300\}$
- ④ $\{x|x\text{는 3의 배수}\} \supset \{x|x\text{는 9의 배수}\}$
- ⑤ $\{x|x\text{는 홀수}\} \subset \{1, 3, 5, 7\}$

해설

$$\textcircled{4} \{3, 6, 9, 12, 15, 18, \dots\} \supset \{9, 18, 27, 36, \dots\}$$

8. 두 집합 $A = \{x|x\text{는 120 이하의 5의 배수}\}$, $B = \{x|x\text{는 120 이하의 8의 배수}\}$ 에 대하여 $n(A \cup B)$ 의 값을 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답:

▷ 정답: 36

해설

$$n(A) = 24, n(B) = 15, n(A \cap B) = 3 \text{ 이므로} \\ n(A \cup B) = 24 + 15 - 3 = 36$$

9. 두 집합 C, D 에 대하여 $n(C) = 12$, $n(D) = 8$, $n(C \cap D) = 4$ 일 때, $n(C \cup D)$ 는? [배점 4, 중중]

- ① 15 **② 16** ③ 17 ④ 18 ⑤ 19

해설

$$n(C \cup D) = n(C) + n(D) - n(C \cap D) \\ = 12 + 8 - 4 = 16$$

10. 우리 반 40 명의 학생 중 미술시간에 물감을 준비해 온 학생은 26 명, 색연필을 준비해 온 학생은 23 명, 아무것도 준비하지 않은 학생은 3 명이다. 물감과 색연필 두 가지를 모두 준비해 온 학생 수를 구하여라.

[배점 4, 중중]

▶ 답:

▷ 정답: 13명

해설

$$n(U) = 40, n(A) = 26, n(B) = 23 \\ n(A \cup B) = 40 - 3 = 37 \\ n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) \text{ 이므로} \\ 37 = 26 + 23 - n(A \cap B) \text{ 이다.} \\ \text{따라서 } n(A \cap B) = 13 \text{ 이다.}$$

11. 세 집합 A, B, C 에 대하여 $A = \{1, 3, 5\}$, $B = \{2, 4, 6\}$, $C = \{x + y \mid x \in A, y \in B\}$ 일 때, $n(C)$ 는?
[배점 5, 중상]

① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

해설

집합 C 의 원소는

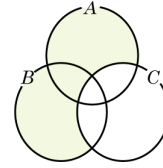
$$1 + 2 = 3, 1 + 4 = 5, 1 + 6 = 7,$$

$$3 + 2 = 5, 3 + 4 = 7, 3 + 6 = 9,$$

$$5 + 2 = 7, 5 + 4 = 9, 5 + 6 = 11$$

에서 $C = \{3, 5, 7, 9, 11\}$ 이므로 $n(C) = 5$ 이다.

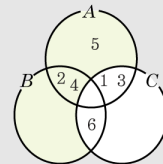
12. 다음 그림에서 색칠한 부분의 집합을 나타낸 것은?



[배점 5, 중상]

- ① $(A \cap B) - C$ ② $(A \cap C) - B$
 ③ $(A \cup B) - C$ ④ $(A \cup C) - B$
 ⑤ $(B \cup C) - A$

해설



색칠한 부분을 집합으로 나타내면 $(A \cup B) - C$ 이다.

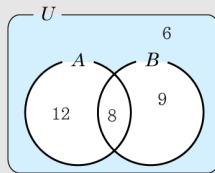
13. 수민이네 반 학생을 대상으로 과목에 대한 선호도를 조사하였더니 음악을 좋아하는 학생이 20명, 체육을 좋아하는 학생이 17명, 음악과 체육을 모두 좋아하는 학생이 8명이고 음악을 좋아하지 않는 학생이 15명이다. 이때, 음악과 체육을 모두 좋아하지 않는 학생 수를 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 6명

해설

주어진 문제를 벤 다이어그램을 활용하여 해결할 수 있다. 벤 다이어그램의 각 영역에 해당하는 학생의 수를 기입하면 다음과 같다.



14. 다음 중에서 집합이 아닌 것을 모두 고르면? (정답 2개) [배점 5, 상하]

- ① 높은 산들의 모임
- ② 작은 사람들의 모임
- ③ 몸무게가 60 kg 이하인 우리 학교 남학생의 모임
- ④ 우리나라에서 인구수가 가장 적은 도시의 모임
- ⑤ 우리 반 남학생 모임

해설

- ① ‘높은’이라는 단어가 개인에 따라 그 기준이 다르므로 집합이 될 수 없다.
- ② ‘작은’이라는 단어가 개인에 따라 그 기준이 다르므로 집합이 될 수 없다.
- ③ ‘60 kg 이하’라는 명확한 기준이 있으므로 집합이다.
- ④ ‘가장’이라는 단어가 명확한 기준을 제시하므로 집합이다.
- ⑤ ‘우리 반 남학생’은 기준이 명확하므로 집합이다.

15. 집합 $A = \{1, 3, 5, 7, \dots, 2m-1\}$ 의 부분집합 중에서 원소 1 과 3 은 반드시 포함하고 5 와 $2m-1$ 은 포함하지 않는 부분집합의 개수가 32 개일 때 자연수 m 의 값을 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 9

해설

$A = \{1, 3, 5, 7, \dots, 2m-1\} \rightarrow n(A) = m$
(개)

원소 1 과 3 은 반드시 포함하고 5 와 $2m-1$ 은 반드시 포함하지 않는 부분집합의 개수가 32 개이므로

$$2^{m-2-2} = 32, m-4 = 5$$

$$m = 9$$