단원 종합 평가

1. 다음 □ 안에 들어갈 가장 큰 자연수를 구하여라.

> 두 집합 $X = \{1, 3, 5, 7, \cdots, 49\}$, $Y = \{x|x$는□미만의 홀수$\}$ 이면 $X = Y$ 이다.

[배점 3, 중하]

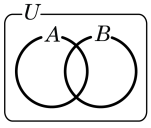
▶ 답 :

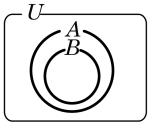
▷ 정답 : 51

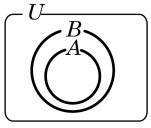
해설

집합 X 의 원소는 1부터 49까지의 홀수들의 모임이다. 따라서 □ 안에 들어갈 가장 큰 자연수는 51이다.

2. 다음 벤 다이어그램 중 $B^c \subset A^c$ 인 관계를 만족하는 것을 골라라.

㉠ 

㉡ 

㉢ 

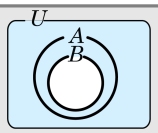
[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉢

해설

$A \subset B$ 일 때, 벤 다이어그램을 그리면 $B^c \subset A^c$ 이다.



3. 학생 35명 중에서 제주도에 가 본 학생이 13명, 경주에 가 본 학생이 19명, 두 곳 모두 가 본적이 없는 학생이 8명일 때, 경주에만 가 본 학생 수를 구하여라.

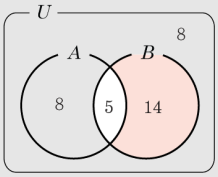
[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 14명

해설

주어진 문제를 벤 다이어그램을 활용하여 해결할 수 있다. 벤 다이어그램의 각 영역에 해당하는 학생의 수를 기입하면 다음과 같다.



4. 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것을 모두 고르면?

[배점 4, 중중]

① $A = \varnothing$ 이면 $n(A) = 0$ 이다.

② $B \subset A$ 이면 $n(B) < n(A)$ 이다.

③ $A = B$ 이면 $n(A) = n(B)$ 이다.

④ $n(A) = n(B)$ 이면 $A = B$ 이다.

⑤ $A = \{0\}$ 이면 $n(A) = 0$ 이다.

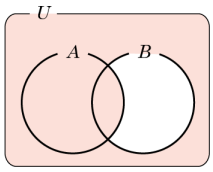
해설

② $B \subset A$ 이면 $n(B) \leq n(A)$

④ $A = \{0\}$, $B = \{1\}$ 이면 $n(A) = n(B) = 1$ 이지만 $A \neq B$

⑤ $A = \{0\}$ 이면 $n(A) = 1$

5. 다음 벤 다이어그램에서 색칠한 부분이 나타내는 집합은?



[배점 4, 중중]

① $A^c \cap B^c$ ② $(A \cap B)^c$ ③ $A^c \cup B^c$

④ $A \cup B^c$ ⑤ $A^c - B$

해설

주어진 벤 다이어그램의 색칠한 부분은 ④ $A \cup B^c$ 이다.

6. 두 집합 $A = \{x | x$는 120 이하의 5의 배수$\}$, $B = \{x | x$는 120 이하의 8의 배수$\}$ 에 대하여 $n(A \cup B)$ 의 값을 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 36

해설

$n(A) = 24$, $n(B) = 15$, $n(A \cap B) = 3$ 이므로

$n(A \cup B) = 24 + 15 - 3 = 36$

7. 두 집합 $A = \{x \mid x$는 6의 약수$\}$, $B = \{1,\ 2,\ a\}$ 에 대하여 $B \subset A$ 를 만족하는 a 의 값을 모두 구하여라.

[배점 5, 중상]

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 3

▷ 정답: 6

해설

$A = \{1,\ 2,\ 3,\ 6\}$

$B \subset A$ 이므로 $a \in A$

$\therefore a = 3$ 또는 $a = 6$

8. 다음을 만족하는 집합 A 의 원소가 될 수 없는 것은?

㉠ 모든 원소는 자연수이다.

㉡ $2 \in A,\ 6 \in A$

㉢ $a + b \in A,\ a \in A,\ b \in A$

[배점 5, 중상]

① 4 ② 5 ③ 8 ④ 10 ⑤ 12

해설

$2 \in A,\ 6 \in A$ 이므로

$2 + 2 = 4 \in A,\ 2 + 6 = 8 \in A$

$4 + 6 = 10 \in A,\ 6 + 6 = 12 \in A$

9. 다음 중 무한집합인 것을 모두 고르면? (정답 2 개)

[배점 5, 중상]

① $A = \{5,\ 10,\ 15,\ 20,\ 25,\ \cdots,\ 100\}$

② $B = \{x \mid x$는 1 보다 작은 분수$\}$

③ $C = \{x \mid x$는 3 의 배수인 짝수$\}$

④ $D = \{x \mid x$는 $2 \times n$, n은 10 보다 작은 자연수$\}$

⑤ $E = \left\{x \,\middle|\, x$는 $\dfrac{100}{x}$ 을 자연수로 만드는 자연수$\right\}$

해설

① $A = \{5,\ 10,\ 15,\ 20,\ 25,\ \cdots,\ 100\}$ 이므로 유한집합이다.

② $B = \{x \mid x$는 1 보다 작은 분수$\} = \left\{\dfrac{1}{2},\ \dfrac{1}{3},\ \dfrac{1}{4},\ \cdots\right\}$ 이므로 무한집합이다.

③ $C = \{x \mid x$는 3 의 배수인 짝수$\} = \{6,\ 12,\ \cdots\}$ 이므로 무한집합이다.

④ $D = \{x \mid x$는 $2 \times n$, n은 10 보다 작은 자연수$\} = \{2,\ 4,\ 6,\ 8,\ 10,\ \cdots,\ 18\}$ 이므로 유한집합이다.

⑤ $E = \left\{x \,\middle|\, x$는 $\dfrac{100}{x}$ 을 자연수로 만드는 자연수$\right\} = \{1,\ 2,\ 4,\ 5,\ 20,\ 25,\ 50,\ 100\}$ 이므로 유한집합이다.

10. 두 집합 A, B에 대하여 $A = \{1, 3, 5, 7, 9, 11\}$, $B = \{5, 9, 14\}$ 이고 $A \cap X = X$, $(A \cap B) \cup X = X$ 를 만족할 때 다음 중 옳지 않은 것을 모두 고르면? (정답 2 개) [배점 5, 중상]

① $X \subset A$ ② $X \subset (A \cap B)$

③ $\{5, 9\} \subset X$ ④ $(A \cap B) \subset X \subset A$

⑤ $(A \cap B) \subset X \subset B$

해설

$A \cap X = X$ 일 때 $X \subset A$ 이고 $(A \cap B) \cup X = X$ 이면 $(A \cap B) \subset X$ 를 만족한다.
② $(A \cap B) \subset X$ 이므로 옳지 않다.
③ $A \cap B = \{5, 9\}$ 이므로 $\{5, 9\} \subset X$ 이다.
⑤ $(A \cap B) \subset X \subset A$ 이지만 $X \subset B$ 라고 할 수 없기 때문에 $(A \cap B) \subset X \subset B$ 이라고 할 수 없다.

11. 두 집합
$A = \{x \mid x$는 100 이상 250 이하 12의 배수$\}$,
$B = \{x \mid x$는 100 보다 작은 4의 배수$\}$ 일 때,
$n(B) - n(A)$ 를 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

$n(A) = 12$, $n(B) = 24$
$n(B) - n(A) = 24 - 12 = 12$

12. 집합 $P = \{3x + 1 | x$는 6보다 작은 자연수$\}$ 의 부분집합 $A = \{4, 7\}, B = \{4, 10\}$ 에 대하여 $A \cap X^c = B \cap X^c$ 를 만족하는 집합 P 의 부분집합 X 의 개수를 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 8 개

해설

$P = \{3x + 1 | x$는 6보다 작은 자연수$\}$
$= \{4, 7, 10, 13, 16\}$
$A = \{4, 7\}, B = \{4, 10\}$
$A \cap X^c = B \cap X^c \rightarrow A - X = B - X$ 이므로 X 는 원소 $7, 10$ 을 반드시 포함하는 P 의 부분집합이다.
따라서 부분집합 X 의 개수는 $2^{5-2} = 8$ (개)

13. 집합 $A_N = \{x | x$ 는 N 의 약수$\}$로 정의한다. A_N 의 진부분집합의 개수가 7 개일 때, N 의 최솟값을 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

A_N 의 진부분집합의 개수가 7 개라면,
A_N 의 부분집합의 개수는 8 개이다.
원소의 개수가 n 개인 부분집합의 개수$=2^n$
집합 A_N 의 원소의 개수는 3 개이다.
N 의 약수의 개수가 3 개가 되려면 N 은 소수의 제곱수이어야 한다.
따라서 가장 작은 소수인 2 의 제곱수인 4 가 N 의 최솟값이다.

14. 전체집합 U 의 공집합이 아닌 세 부분집합 A, B, C 에 대하여 $n(A) = n(C)$ 이고, $(A \cap B^c) \cup (B \cap C^c) = \varnothing$ 일 때, 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은? [배점 5, 상하]

① $n(A - C) = 0$

② $\dfrac{n(C)}{n(A)} \times n(B) = n(C)$

③ $n(A \cap C) = n(B)$

④ $\dfrac{n(A) + n(C)}{2} = n(B)$

⑤ $n((A \cap C) - B) = n(A \cup B \cup C)$

해설

$(A \cap B^c) \cup (B \cap C^c) = \varnothing$ 이면 $A - B = \varnothing$, $B - C = \varnothing$ 이므로 $A \subset B$, $B \subset C$

또, $n(A) = n(C)$, $A \subset C$ 이므로 $A = C$

따라서 $A = B = C$

① $n(A - C) = 0 \to A = C$ 이므로 옳다.

② $\dfrac{n(C)}{n(A)} \times n(B) = n(C) \to 1 \times n(B) = n(C)$ 이므로 옳다.

③ $n(A \cap C) = n(B) \to$ 옳다.

④ $\dfrac{n(A) + n(C)}{2} = n(B) \to$ 옳다.

⑤ $n((A \cap C) - B) = n(A \cup B \cup C) \to n((A \cap C) - B) = 0$ 이므로 옳지 않다.

15. 전체집합 U 의 부분집합인 집합 A, B, C 의 원소의 개수는 각각 9 개, 10 개, 11 개이다. $(A - B) \cup (B^C \cup C)^C = \varnothing$ 일 때, $n(B \cap C) - n(A \cup B)$ 의 값을 구하여라. [배점 6, 상중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$(A - B) \cup (B^c \cup C)^c = \varnothing$ 이므로

$A - B = \varnothing \to A \subset B$

$(B^c \cup C)^c = \varnothing \to B - C = \varnothing \to B \subset C$

$\therefore n(B \cap C) - n(A \cup B) = n(B) - n(B) = 0$