

단원 종합 평가

1. 경주는 다음과 같은 내용이 기록된 파일을 각각 아래 컴퓨터 폴더에 분류하여 저장하려고 한다. 다음 파일이 들어갈 폴더를 찾아라.



- A 파일
〈100보다 작은 홀수의 모임〉
1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, ..., 99
- B 파일
〈1보다 크고 2보다 작은 분수의 모임〉
 $\frac{3}{2}, \frac{4}{3}, \frac{5}{4}, \dots$
- C 파일
〈2008베이징올림픽 채택종목〉
수영, 역도, 마라톤, 레슬링, ...

[배점 3, 중하]

- ▶ 답:
▶ 답:
▶ 답:

- ▶ 정답 : A 파일 : 유한집합 폴더
▶ 정답 : B 파일 : 무한집합 폴더
▶ 정답 : C 파일 : 유한집합 폴더

해설

A 파일 : 100보다 작은 홀수의 모임을 집합으로 나타내면 $\{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, \dots, 99\}$ 이므로 유한집합,

B 파일 : 1보다 크고 2보다 작은 분수의 모임을 집합으로 나타내면 $\left\{\frac{3}{2}, \frac{4}{3}, \frac{5}{4}, \dots\right\}$ 이므로 무한집합,

C 파일 : 2008 베이징 올림픽 채택 종목을 집합으로 나타내면 $\{\text{수영, 역도, 육상, 레슬링, } \dots, \text{마라톤}\}$ 이므로 유한집합이다.

따라서 무한집합 폴더에 들어갈 파일은 B 파일이고, 유한집합 폴더에 들어갈 파일은 A 파일과 C 파일이다.

2. 다음 중에서 옳은 것을 모두 골라라.

- ㉠ $\{x \mid x \text{는 } 3 \text{의 약수}\} \subset \{1, 2, 3\}$
 ㉡ $\{a, b\} \in \{a, b, c\}$
 ㉢ $0 \in \emptyset$
 ㉣ $\emptyset \in \{x \mid x \text{는 } 6 \text{의 배수}\}$
 ㉤ $\emptyset \subset \{1\}$
 ㉥ $\emptyset \subset \emptyset$

[배점 3, 중하]

- ▶ 답:
▶ 답:
▶ 답:

- ▶ 정답 : ㉠
▶ 정답 : ㉤
▶ 정답 : ㉥

해설

㉠ $\{a, b\} \in \{a, b, c\}$ 에서 집합과 집합 사이의 관계는 $\subset$ 를 써야한다.

㉢ $0 \in \emptyset$ 에서는 $\emptyset \subset \{0\}$ 이어야 한다.

㉣ $\emptyset \in \{x \mid x \text{는 } 6 \text{의 배수}\}$ 에서는 $\subset$ 를 써야한다.

㉥ 공집합($\emptyset$)은 모든 집합의 부분집합이다.

3. 다음 중 옳은 것은?

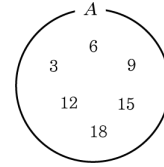
[배점 4, 중중]

- ① $n(\emptyset) = n(\{0\})$
- ② $n(\{1, 2, 4\}) - n(\{1, 4\}) = 2$
- ③ $n(\{4\}) = 4$
- ④ $n(\{x|x \text{는 } 40 \text{ 이하의 짝수}\}) = 40$
- ⑤ $n(\{x|x \text{는 } 2 < x < 4 \text{인 홀수}\}) = 1$

해설

- ① $n(\emptyset) = 0, n(\{0\}) = 1$
- ② $n(\{1, 2, 4\}) - n(\{1, 4\}) = 3 - 2 = 1$
- ③ $n(\{4\}) = 1$
- ④ $n(\{2, 4, 6, \dots, 40\}) = 20$
- ⑤ $n(\{3\}) = 1$

4. 다음 벤 다이어그램의 집합 A 를 조건제시법으로 나타낸 것 중 옳은 것은?



[배점 4, 중중]

- ① $A = \{x|x \text{는 } 9 \text{의 약수}\}$
- ② $A = \{x|x \text{는 } 12 \text{의 약수}\}$
- ③ $A = \{x|x \text{는 } 15 \text{의 약수}\}$
- ④ $A = \{x|x \text{는 } 15 \text{이하의 } 3 \text{의 배수}\}$
- ⑤ $A = \{x|x \text{는 } 18 \text{이하의 } 3 \text{의 배수}\}$

해설

$A = \{3, 6, 9, 12, 18\}$ 이므로 조건제시법으로 나타내면 $A = \{x|x \text{는 } 18 \text{이하의 } 3 \text{의 배수}\}$ 이다.

5. 다음 중 부분집합의 개수가 16 개인 집합은?

[배점 4, 중중]

- ① $\{x \mid x \text{는 } 5 \text{의 약수}\}$
- ② $\{x \mid x \text{는 } 17 \text{보다 작은 자연수}\}$
- ③ $\{x \mid x \text{는 } 15 \text{보다 작은 홀수}\}$
- ④ $\{a, b, c, d, e\}$
- ⑤ $\{x \mid x \text{는 } 6 \text{의 약수}\}$

해설

- ① $2^2 = 4$ (개)
- ② 2^{16} (개)
- ③ $2^7 = 128$ (개)
- ④ $2^5 = 32$ (개)
- ⑤ $2^4 = 16$ (개)

6. 자연수들로 이루어진 두 집합 X, Y 에 대하여 $X+Y = \{x+y \mid x \in X, y \in Y\}$ 라 하자.

$X = \{3, 6, 9, \dots\}, Y = \{5, 10, 15, \dots\}$ 이라 할 때, 집합 $X+Y$ 의 원소 중에서 20 이하의 자연수의 개수를 구하여라.

[배점 5, 중상]

▶ 답:

▶ 정답: 9개

해설

$X+Y$ 가 20 이하인 수는
 $x=3$ 일 때, $y=5, 10, 15$ 의 3가지이고
 $x=6, 9$ 일 때, $y=5, 10$ 의 각각 2가지이고
 $x=12, 15$ 일 때, $y=5$ 의 각각 1가지이다. 따라서 모두 9개이다.

7. 두 집합 A, B 에 대하여 $A = \{1, 3, 5, 7, 9, 11\}, B = \{5, 9, 14\}$ 이고 $A \cap X = X, (A \cap B) \cup X = X$ 를 만족할 때 다음 중 옳지 않은 것을 모두 고르면? (정답 2개)

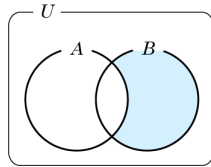
[배점 5, 중상]

- ① $X \subset A$
- ② $X \subset (A \cap B)$
- ③ $\{5, 9\} \subset X$
- ④ $(A \cap B) \subset X \subset A$
- ⑤ $(A \cap B) \subset X \subset B$

해설

$A \cap X = X$ 일 때 $X \subset A$ 이고 $(A \cap B) \cup X = X$ 이면 $(A \cap B) \subset X$ 를 만족한다.
 ② $(A \cap B) \subset X$ 이므로 옳지 않다.
 ③ $A \cap B = \{5, 9\}$ 이므로 $\{5, 9\} \subset X$ 이다.
 ⑤ $(A \cap B) \subset X \subset A$ 이지만 $X \subset B$ 라고 할 수 없기 때문에 $(A \cap B) \subset X \subset B$ 이라고 할 수 없다.

8. 다음 중 다음 벤 다이어그램의 색칠된 부분이 나타내는 집합이 아닌 것을 고르면?

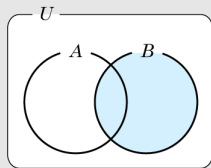


[배점 5, 중상]

- ① $B - A$ ② $A^c \cap B$
 ③ $(A \cup B) - A$ ④ $B - (A \cap B)$
 ⑤ $(A \cup B) \cap B$

해설

⑤ $(A \cup B) \cap B = B$



9. 진수네 반에서 동생이 있는 학생은 모두 25 명이다. 이 중에서 남동생이 있는 학생이 18 명, 여동생이 있는 학생이 15 명이었다. 남동생과 여동생이 모두 있는 학생은 몇 명인지 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 8 명

해설

남동생과 여동생이 있는 집합을 각각 A, B 라 하면

$$n(A) = 18, n(B) = 15, n(A \cup B) = 25$$

$$n(A \cap B) = 18 + 15 - 25 = 8$$

10. 집합 $S = \{a, \{a\}, \{a, b\}, b, \{c\}, c, d\}$ 일 때, 다음 중 옳은 것만 골라라.

- ㉠ $\{a\} \subset S$
- ㉡ $\{b\} \in S$
- ㉢ $\{b, c, d\} \in S$
- ㉣ $c \in S, d \in S$
- ㉤ $\{c, d\} \subset S$
- ㉥ $S \subset \{a, b, c, d\}$

[배점 5, 상하]

해설

집합 S 는 집합 안에 또 다른 집합을 원소로 가진 집합이다. 따라서 집합 S 의 원소는

$\{a, \{a\}, \{a, b\}, b, \{c\}, c, d\}$ 가 된다.

㉠ $\{a\} \subset S \rightarrow \{a\}$ 는 집합 S 의 원소이므로 옳다.

㉡ $\{b\} \in S \rightarrow b$ 는 집합 S 의 원소이지만 $\{b\}$ 는 집합 S 의 원소가 아니다.

㉢ $\{b, c, d\} \in S \rightarrow b, c, d$ 는 모두 집합 S 의 원소이므로 $\{b, c, d\} \subset S$ 가 되어야 한다.

㉣ $c \in S, d \in S \rightarrow c, d$ 는 집합 S 의 원소이므로 옳다.

㉤ $\{c, d\} \subset S \rightarrow c, d$ 는 집합 S 의 원소이고 $\{c, d\}$ 는 집합 S 의 부분집합이 되므로 옳다.

㉥ $S \subset \{a, b, c, d\} \rightarrow$ 집합 S 는 $\{a, b, c, d\}$ 의 부분집합이 될 수 없다.

따라서 옳은 것은 ㉠, ㉣, ㉤이다.

11. 전체집합 $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A = \{1, 3, 5\}$ 이고 $A \cap B \neq \emptyset$ 일 때, 집합 B 의 개수를 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 28 개

해설

$A \cap B \neq \emptyset$ 이므로 집합 B 는 적어도 A 의 원소를 한 개 이상 가지고 있는 전체집합의 부분집합이므로

$$\begin{aligned}
 (\text{집합 } B \text{의 갯수}) &= (U \text{의 부분집합의 갯수}) - \\
 & \quad (A \text{의 원소를 포함하지 않는 } U \text{의 부분집합의 갯수}) \\
 &= 2^5 - 2^{5-3} \\
 &= 2^5 - 2^2 \\
 &= 32 - 4 = 28(\text{개})
 \end{aligned}$$

12. 전체집합 $U = \{x|x \text{는 } 20 \text{ 이하의 홀수}\}$ 의 부분집합 A, B 가 있다.

$A - B = \{7, 11\}$, $B - A = \{9, 13\}$, $A^c \cap B^c = \{1, 5, 15\}$ 일 때, $n(A \cap B)$ 의 값을 구하여라.

[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$U = \{x|x \text{는 } 20 \text{ 이하의 홀수}\} = \{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19\}$

$A - B = \{7, 11\}$, $B - A = \{9, 13\}$,

$A^c \cap B^c = (A \cup B)^c = \{1, 5, 15\}$ 이고,

전체집합 U 는 $A - B$, $B - A$, $(A \cup B)^c$, $A \cap B$ 로 이루어지므로,

$A \cap B = \{3, 17, 19\}$ 이다.

$\therefore n(A \cap B) = 3$

13. 1 학년 1 반 학생 45 명 중 수박을 좋아하는 학생이 35 명, 자두를 좋아하는 학생이 27 명이다. 수박과 자두를 모두 좋아하는 학생 수의 최대값과 최소값을 각각 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 최대값 : 27 명

▷ 정답 : 최소값 : 17 명

해설

1 학년 1 반의 학생의 집합을 U , 수박을 좋아하는 학생의 집합을 A , 자두를 좋아하는 학생의 집합을 B 라 두면, 수박과 자두를 모두 좋아하는 학생의 집합은 $A \cap B$ 이고,

$n(U) = 45, n(A) = 35, n(B) = 27$ 이다.

$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) \leq 45$ 이므로,

$17 \leq n(A \cap B) \leq 27$

따라서 수박과 자두를 모두 좋아하는 학생 수의 최대값과 최소값은 각각 27 명과 17 명

14. 다음 중 옳은 것은?

[배점 6, 상중]

① $n(\{0, 1, 2\}) = 2$

② $n(\{x|x \text{는 } 4\text{의 약수}\}) = 4$

③ $n(\{1, 2, 3\}) - n(\{1, 2\}) = 3$

④ $n(\{x|x \text{는 } 10\text{보다 작은 자연수}\}) = 10$

⑤ $n(\{\emptyset\}) = 1$

해설

① $n(\{0, 1, 2\}) = 3$

② $n(\{x|x \text{는 } 4\text{의 약수}\}) = n(\{1, 2, 4\}) = 3$

③ $n(\{1, 2, 3\}) - n(\{1, 2\}) = 3 - 2 = 1$

④ $n(\{x|x \text{는 } 10\text{보다 작은 자연수}\})$
 $= n(\{1, 2, \dots, 9\}) = 9$

15. 1 부터 어떤 수까지의 자연수 중 k 의 배수를 원소로 하는 집합을 $P_{(k)}$ 라고 정의한다. $n(P_{(3)}) = a$, $n(P_{(4)}) = b$, $n(P_{(12)}) = c$ 라고 할 때, $n((P_{(3)} \cup P_{(6)}) \cup (P_{(2)} \cap P_{(4)}))$ 를 a, b, c 로 나타내어라.

[배점 6, 상중]

▶ 답 :

▶ 정답 : $a + b - c$

해설

$n(P_{(3)}) = a$, $n(P_{(4)}) = b$, $n(P_{(12)}) = c$ 라고 할 때

$$\begin{aligned} & n((P_{(3)} \cup P_{(6)}) \cup (P_{(2)} \cap P_{(4)})) \\ &= n(P_3 \cup P_4) \\ &= n(P_3) + n(P_4) - n(P_{12}) \\ &= a + b - c \end{aligned}$$