

단원 종합 평가

1. 집합 $A = \{4, 6, 8\}$ 의 부분집합 중 원소 6을 반드시 포함하고 원소의 개수가 3개인 부분집합의 원소의 합을 구하여라. [배점 3, 하상]

▶ 답:

▶ 정답: 18

해설

원소 6를 제외한 $\{4, 8\}$ 의 부분집합은 $\emptyset, \{4\}, \{8\}, \{4, 8\}$ 의 4개가 있으므로, 원소 6을 반드시 포함하는 집합 $A = \{4, 6, 8\}$ 의 부분집합에는 $\{6\}, \{4, 6\}, \{6, 8\}, \{4, 6, 8\}$ 이 있다. 이 중 원소의 개수가 3개인 것은 $\{4, 6, 8\}$ 이므로 원소의 합은 $4 + 6 + 8 = 18$ 이다.

2. 두 집합 A, B 에 대하여 $n(A) = 5, n(B) = 7$ 이고 $n(A \cap B) = 3$ 일 때, $n(A \cup B)$ 는? [배점 3, 하상]

① 8 ② 9 ③ 10 ④ 11 ⑤ 12

해설

$$\begin{aligned} n(A \cup B) &= n(A) + n(B) - n(A \cap B) \\ &= 5 + 7 - 3 = 9 \end{aligned}$$

3. 6보다 작은 짝수의 집합을 A 라고 할 때, 기호 $\in, \notin$ 이 옳게 사용된 것을 보기에서 모두 고르면?

보기

㉠ $1 \notin A$ ㉡ $2 \in A$ ㉢ $3 \in A$
㉣ $4 \notin A$ ㉤ $5 \in A$ ㉥ $6 \notin A$

[배점 3, 중하]

① ㉠, ㉡, ㉥

② ㉡, ㉣, ㉥

③ ㉠, ㉣, ㉥, ㉥

④ ㉠, ㉣, ㉣, ㉥

⑤ ㉠, ㉡, ㉣, ㉣, ㉥, ㉥

해설

집합 A 의 원소는 2, 4이다.
옳은 것은 ㉠, ㉡, ㉥이다.

4. 경주는 다음과 같은 내용이 기록된 파일을 각각 아래 컴퓨터 폴더에 분류하여 저장하려고 한다. 다음 파일이 들어갈 폴더를 찾아라.



- A 파일
〈100보다 작은 홀수의 모임〉
1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, ..., 99
- B 파일
〈1보다 크고 2보다 작은 분수의 모임〉
 $\frac{3}{2}, \frac{4}{3}, \frac{5}{4}, \dots$
- C 파일
〈2008베이징올림픽 채택종목〉
수영, 역도, 마라톤, 레슬링, ...

[배점 3, 중하]

- ▶ 답 :
▶ 답 :
▶ 답 :

- ▶ 정답 : A 파일 : 유한집합 폴더
▶ 정답 : B 파일 : 무한집합 폴더
▶ 정답 : C 파일 : 유한집합 폴더

해설

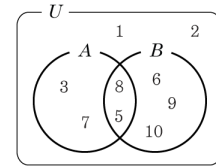
A 파일 : 100보다 작은 홀수의 모임을 집합으로 나타내면 $\{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, \dots, 99\}$ 이므로 유한집합,

B 파일 : 1보다 크고 2보다 작은 분수의 모임을 집합으로 나타내면 $\left\{\frac{3}{2}, \frac{4}{3}, \frac{5}{4}, \dots\right\}$ 이므로 무한집합,

C 파일 : 2008 베이징 올림픽 채택 종목을 집합으로 나타내면 $\{\text{수영, 역도, 육상, 레슬링, } \dots, \text{마라톤}\}$ 이므로 유한집합이다.

따라서 무한집합 폴더에 들어갈 파일은 B 파일이고, 유한집합 폴더에 들어갈 파일은 A 파일과 C 파일이다.

5. 다음 벤 다이어그램에 대한 설명으로 옳지 않은 것은?

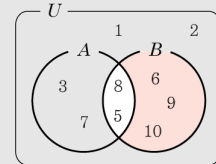


[배점 3, 중하]

- ① $n(U) = 9$
② $n(A \cap B^C) = 2$
③ $n((A \cup B) - A) = 2$
④ $n(B - A) = 3$
⑤ $n(A^C) = 5$

해설

- ③ $(A \cup B) - A$ 를 색칠하면 다음과 같다.



$$\therefore n((A \cup B) - A) = 4$$

6. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2개)
[배점 4, 중중]

- ① $n(\{2\}) < n(\{3\})$
 ② $A = \{1, 2, 3\}, B = \{1, 2\}$ 이면 $n(A) - n(B) = 3$ 이다.
 ③ $n(A) = 0$ 이면 $A = \emptyset$ 이다.
 ④ $n(\{50\}) - n(\{40\}) = 10$
 ⑤ $A = \{x \mid x \text{는 } 8 \text{의 약수}\}, B = \{x \mid x \text{는 } 9 \text{보다 작은 홀수}\}$ 이면 $n(A) = n(B)$ 이다.

해설

- ① $n(\{2\}) = n(\{3\}) = 1$
 ② $A = \{1, 2, 3\}, B = \{1, 2\}$ 이면
 $n(A) - n(B) = 3 - 2 = 1$ 이다.
 ④ $n(\{50\}) - n(\{40\}) = 1 - 1 = 0$
 ⑤ $A = \{1, 2, 4, 8\}, B = \{1, 3, 5, 7\}$ 이므로
 $n(A) = n(B) = 4$

7. 집합 $A = \{1, 2, \dots, n\}$ 의 부분집합 중에서 $1, n$ 을 원소로 갖지 않는 집합의 개수가 8 개 일 때, 자연수 n 의 값을 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답:

▶ 정답: 5

해설

$$2^{(1, n \text{을 제외한 원소의 개수})} = 2^{n-2} = 8 = 2^3 \quad \therefore n = 5$$

8. $A = \{x \mid x \text{는 } 32 \text{의 약수}\}, B = \{1, 4, 32, a, b, 2\}$ 인 집합 A, B 에 대하여 $A = B$ 일 때, $a + b$ 의 값은?
[배점 4, 중중]

- ① 12 ② 16 ③ 20 ④ 24 ⑤ 28

해설

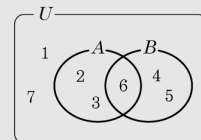
$A = \{1, 2, 4, 8, 16, 32\}$ 이고
 $B = \{1, 2, 4, 32, a, b\}$ 이므로
 $\therefore a + b = 8 + 16 = 24$ 이다.

9. 전체집합 $U = \{x \mid x \text{는 } 8 \text{보다 작은 자연수}\}$ 의 두 부분 집합 A, B 에 대하여
 $A - B = \{2, 3\}, B - A = \{4, 5\}, A \cap B = \{6\}$ 일 때,
 $A^c \cap B^c$ 은? [배점 4, 중중]

- ① $\{1, 7\}$ ② $\{7, 8\}$ ③ $\{1, 5, 8\}$
 ④ $\{1, 5, 8\}$ ⑤ $\{1, 7, 8\}$

해설

$U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ 이므로 $(A \cup B)^c = (\{2, 3, 4, 5, 6\})^c = \{1, 7\}$ 이다.



10. 어느 마을에서 개나리신문을 보는 가구는 25 가구, 진달래신문을 보는 가구는 16 가구, 개나리와 진달래 신문 모두를 보는 가구는 5 가구이다. 개나리와 진달래 신문 중 하나의 신문만 보는 가구의 수는?

[배점 4, 중중]

- ① 31 가구 ② 32 가구 ③ 33 가구
④ 34 가구 ⑤ 35 가구

해설

$n(A) = 25, n(B) = 16, n(A \cap B) = 5$
 $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) = 25 + 16 - 5 = 36$ 이다.
 $n((A - B) \cup (B - A)) = n(A \cup B) - n(A \cap B) = 36 - 5 = 31$ 이다.

11. 두 집합 $A = \{1, 5, a\}$, $B = \{5, 7, b\}$ 이고 $A \subset B$ 일 때, 다음 설명 중 옳지 않은 것을 골라라.

- ㉠ $a = 5$ ㉡ $b = 1$
 ㉢ $B \subset A$ ㉣ $A = B$
 ㉤ $a + b = 8$

[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉢

해설

$A \subset B$ 조건을 만족하기 위해선 집합 A 의 모든 원소가 집합 B 안에 포함되어야 하므로 $b = 1$ 이고,
 a 는 1, 5, 7 중 한 가지가 되어야하지만 이미 집합 A 에 1, 5 가 존재하므로 $a = 7$ 이 되어 $A = B$ 가 된다.
 ㉠ $a = 7$

12. 집합 $A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ 에 대하여 다음 조건을 만족하는 집합 X 의 개수를 구하여라.

$$\{1, 9\} \subset X \subset A$$

[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 8개

해설

X 는 원소 1 과 9 를 포함하는 집합 A 의 부분집합
 이므로 X 의 개수는 $2 \times 2 \times 2 = 8(\text{개})$ 이다.

13. $U = \{x | 0 \leq x < 15, x \text{는 자연수}\}$ 의 두 부분 집합 $A = \{x | x \text{는 } 12 \text{ 이하의 } 2 \text{의 배수}\}, B = \{2, 3, 5, 7, 11, 13\}$ 에 대하여 $n((A \cap B^c) \cup (B \cap A^c))$ 을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 10

해설

$A = \{2, 4, 6, 8, 10, 12\}, B = \{2, 3, 5, 7, 11, 13\}$ 이므로

$$n((A \cap B^c) \cup (B \cap A^c))$$

$$= n((A - B) \cup (B - A))$$

$$= n(\{3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13\}) = 10 \text{ 이다.}$$

14. 자연수 전체의 집합 N 의 부분집합인 집합 $A_n = \{x | x \text{는 } n \text{의 배수}\}$ 이라고 정의한다. 다음 중 옳지 않은 것은 ? [배점 5, 상하]

① $A_4 \subset A_2$

② $A_6 \subset A_2$

③ $A_2 \cap A_5 = A_{10}$

④ $A_3 \cap A_4 \subset A_{24}$

⑤ $A_2 - A_3 = A_2 - A_6$

해설

- ① $A_4 \subset A_2 \rightarrow$ 모든 4의 배수는 2의 배수이므로 옳다.
 ② $A_6 \subset A_2 \rightarrow$ 모든 6의 배수는 2의 배수이므로 옳다.
 ③ $A_2 \cap A_5 = A_{10} \rightarrow$ 2와 5의 공배수의 집합은 10의 배수의 집합과 같으므로 옳다.
 ④ $A_3 \cap A_4 \subset A_{24} \rightarrow A_3 \cap A_4 = A_{12}$ 이므로 $A_{24} \subset A_{12}$ 따라서 틀렸다.
 ⑤ $A_2 - A_3 = A_2 - A_6 \rightarrow$ 2의 배수에서 3의 배수를 제외한 것은 6의 배수를 제외한 것과 같으므로 옳다.

15. 전체집합 $U = \{x | x \text{는 } 25 \text{ 이하의 자연수}\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $n(A^c \cap B) = 10$, $n(B^c) = 10$, $n(A^c \cap B^c) = 3$ 일 때, $n(A - B)$ 의 값을 구하여라.

[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 7

해설 $n(U) = 25$ 이므로

$$n(B) = n(U) -$$

$$n(B^c) = 25 - 10 =$$

$$15$$

$$A^c \cap B = B - A \text{ 이}$$

므로

$$n(B - A) = n(A^c \cap B) = 10$$

$$n((A \cup B)^c) = n(A^c \cap B^c) = 3$$

벤 다이어그램에 각 부분의 원소의 개수를 적어보면 따라서 $n(A - B) = 25 - (5 + 10 + 3) = 7$ 이다.

