

단원 종합 평가

1. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 3 \text{보다 크고, } 9 \text{보다 작은 짝수}\}$ 의 부분집합의 갯수를 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 8개

해설

$A = \{4, 6, 8\}$ 이므로 부분집합의 갯수는 원소의 갯수만큼 2를 곱한 값과 같으므로 $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$ (개)이다.

2. 집합 $A = \{a, b, c, d, e, f, g\}$ 일 때, a, e 를 반드시 원소로 가지는 A 의 부분집합의 개수를 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 32개

해설

A 의 부분집합 중 원소 a, e 를 포함한 것이므로 $\{b, c, d, f, g\}$ 의 부분집합에 a, e 를 첨가한 것과 같다.
따라서 $\{b, c, d, f, g\}$ 의 부분집합의 개수는 $2^5 = 32$ (개)이다.

3. 두 집합 A, B 에 대하여 $n(A) = 18, n(B) = 35$ 이고, $A \cap B = A$ 일 때, $n(A \cup B) - n(A \cap B)$ 를 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 17

해설

$A \cap B = A$ 이므로 $A \subset B$ 이고 $A \cup B = B$ 이다.
 $n(A \cup B) - n(A \cap B) = n(B) - n(A) = 35 - 18 = 17$

4. 다음 중 공집합인 것은? [배점 4, 중중]

- ① $\{x \mid x \text{는 분모가 } 7 \text{인 기약분수}\}$
- ② $\{x \mid x \text{는 } 9 \text{의 배수 중 짝수}\}$
- ③ $\{x \mid x \text{는 } 11 \text{ 미만의 홀수}\}$
- ④ $\{x \mid x \text{는 } 1 < x \leq 2 \text{인 자연수}\}$
- ⑤ $\{x \mid x \text{는 } 1 \text{보다 작은 자연수}\}$

해설

- ① $\left\{ \frac{1}{7}, \frac{2}{7}, \frac{3}{7}, \dots \right\}$
- ② $\{18, 36, 54, \dots\}$
- ③ $\{1, 3, 5, 7, 9\}$
- ④ $\{2\}$

5. 집합 A, B 에 대하여

$n(A) = 16, n(B) = 11, n(A \cup B) = 21$ 일 때,
 $n(A \cap B)$ 는?

[배점 4, 중중]

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

해설

$$\begin{aligned} n(A \cap B) &= n(A) + n(B) - n(A \cup B) \\ &= 16 + 11 - 21 = 6 \end{aligned}$$

6. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여

$n(U) = 20, n(A \cup B) = 18, n(A \cap B^c) = 7$ 일 때,
 $n(A^c \cap B^c)$ 은? [배점 4, 중중]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

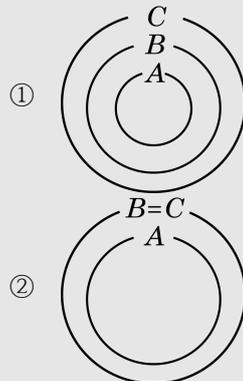
해설

$$\begin{aligned} n(A^c \cap B^c) &= n(A \cup B)^c = n(U) - n(A \cup B) \\ &= 20 - 18 = 2 \text{ 이다.} \end{aligned}$$

7. 세 집합 A, B, C 에 대하여 옳지 않은 것을 모두 고르면? [배점 5, 중상]

- ① $A \subset B, B \subset C$ 이면 $A \subset C$ 이다.
 ② $A \subset B, B = C$ 이면 $A \subset C$ 이다.
 ③ $A \subset B, B \subset C$ 이면 $A = B$ 이다.
 ④ $A \subset B, B \subset C, C \subset A$ 이면 $A = C$ 이다.
 ⑤ $A \subset B \subset C$ 이면 $n(A) < n(B) < n(C)$ 이다.

해설



- ③ 예를 들어 $A = \{1\}, B = \{1, 2\}, C = \{1, 2, 3\}$ 이면 $A \subset B, B \subset C$ 이지만 $A \neq B$
 ④ $A \subset B, B \subset C, C \subset A$ 이면 $A = B = C$
 ⑤ $A \subset B \subset C$ 이면 $n(A) \leq n(B) \leq n(C)$

8. 자연수로 이루어진 집합 $A = \{1, 2, 3, 4, \dots, n\}$ 의 부분집합 중에서 원소 $n-1$ 과, n 을 포함하지 않은 부분집합의 개수가 64 일 때, n 의 값을 구하여라.

[배점 5, 중상]

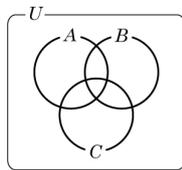
▶ 답:

▷ 정답: 8

해설

집합 A 의 원소의 개수가 n 개이므로
 $2^{n-2} = 64 = 2^6$ 이다.
 $\therefore n-2 = 6, n = 8$

9. 집합 A, B, C 가 전체집합 U 의 부분집합으로서 다음 그림과 같이 주어졌다. 두 집합 P, Q 에 대하여 $P \circ Q$ 를 $P \circ Q = (P - Q) \cup (Q - P^c)$ 와 같이 정의할 때, $A \circ A$ 의 값을 구하면?



[배점 5, 중상]

- ① A ② B ③ C
 ④ \emptyset ⑤ $A - B$

해설

$P \circ Q = (P - Q) \cup (Q - P^c)$ 이므로 $A \circ A = (A - A) \cup (A - A^c) = \emptyset \cup A = A$ 이다.

10. 다음 중에서 옳은 것을 모두 고르면?

[배점 5, 중상]

- ① $A \cap B = A$ 이면 $n(A) < n(B)$
 ② $A \cap B = \emptyset$ 이면 $n(A \cup B) = n(A) + n(B)$
 ③ $A - B = \emptyset$ 이면 $A = B$
 ④ $A \cup B = B$ 이면 $B - A = \emptyset$
 ⑤ $A \cap B^c = A$ 이면 $n(A \cap B) = 0$

해설

- ① $A \cap B = A$ 이면 $n(A) \leq n(B)$
 ③ $A - B = \emptyset$ 이면 $A \subset B$
 ④ $A \cup B = B$ 이면 $A \subset B$ 이므로 $A - B = \emptyset$

11. 축구를 좋아하는 학생이 21 명, 농구를 좋아하는 학생이 15 명, 축구와 농구를 모두 좋아하는 학생은 9 명, 모두 싫어하는 학생은 6 명이다. 이 때, 축구만 싫어하거나 농구를 좋아하는 학생은 모두 몇 명인지 구하여라.

[배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 21명

해설

$n(A) = 21, n(B) = 15, n(A \cap B) = 9, n(A \cup B)^c = 6$ 이다.
 $n(A^c \cup B) = n(B) + n(A \cup B)^c = 15 + 6 = 21$ 이다.

12. 다음 중에서 집합이 아닌 것을 모두 고르면? (정답 2개) [배점 5, 상하]

- ① 높은 산들의 모임
- ② 작은 사람들의 모임
- ③ 몸무게가 60 kg 이하인 우리 학교 남학생의 모임
- ④ 우리나라에서 인구수가 가장 적은 도시의 모임
- ⑤ 우리 반 남학생 모임

해설

- ① ‘높은’이라는 단어가 개인에 따라 그 기준이 다르므로 집합이 될 수 없다.
- ② ‘작은’이라는 단어가 개인에 따라 그 기준이 다르므로 집합이 될 수 없다.
- ③ ‘60 kg 이하’라는 명확한 기준이 있으므로 집합이다.
- ④ ‘가장’이라는 단어가 명확한 기준을 제시하므로 집합이다.
- ⑤ ‘우리 반 남학생’은 기준이 명확하므로 집합이다.

13. 집합 $A = \{1, 3, 5, 7, \dots, 2m - 1\}$ 의 부분집합 중에서 원소 1 과 3 은 반드시 포함하고 5 와 $2m - 1$ 은 포함하지 않는 부분집합의 개수가 32 개일 때 자연수 m 의 값을 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ **답:**
▷ **정답:** 9

해설

$A = \{1, 3, 5, 7, \dots, 2m - 1\} \rightarrow n(A) = m$ (개)
원소 1 과 3 은 반드시 포함하고 5 와 $2m - 1$ 은 반드시 포함하지 않는 부분집합의 개수가 32 개이므로
 $2^{m-2-2} = 32, m - 4 = 5$
 $m = 9$

14. 세 자리의 자연수 중에서 일의 자리 숫자가 4 의 배수인 수의 집합을 A , 십의 자리 숫자가 4 의 배수인 수의 집합을 B , 일의 자리의 숫자가 4 의 배수인 수의 집합을 C 라 할 때, $n(A \cap B \cap C)$ 를 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ **답:**
▷ **정답:** 18

해설

일의 자리 숫자가 4 의 배수인 수의 집합과 십의 자리 숫자가 4 의 배수인 수의 집합, 일의 자리의 숫자가 4 의 배수인 수의 집합의 교집합은 세 자리 모두 4 의 배수인 수로 이루어진 수의 집합이다.
4 의 배수가 될 수 있는 한 자리 수는 0, 4, 8 이지만, 백의 자리에는 0 이 올 수 없다.
 $\therefore n(A \cap B \cap C) = 2 \times 3 \times 3 = 18$

15. 집합 $A_n = \{x | n \leq x < 6n + 5, n \text{은 자연수}\}$ 에 대하여 $S(n) = A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_n$ 이라고 정의한다. $n(S(n)) \geq 1$ 을 만족하는 n 의 최댓값을 구하여라.

[배점 6, 상중]

▶ 답:

▷ 정답: 10

해설

$$A_1 = \{x | 1 \leq x < 11\},$$

$$A_2 = \{x | 2 \leq x < 17\},$$

$$A_3 = \{x | 3 \leq x < 23\},$$

⋮

$$A_{10} = \{x | 10 \leq x < 65\},$$

$$A_{11} = \{x | 11 \leq x < 71\},$$

따라서 $n \geq 11$ 이 되면 $n(S(n)) = 0$ 이 되므로 n 의 최댓값은 10