

단원 종합 평가

1. 집합 $A = \{3, 5, 7\}$ 의 부분집합을 모두 고르면? (정답 2개) [배점 3, 중하]

- ① $\{\emptyset\}$ ② $\{3, 4, 5\}$ ③ $\{3\}$
 ④ $\{\{7\}\}$ ⑤ $\{3, 5, 7\}$

해설

집합 A 의 부분집합 : $\emptyset, \{3\}, \{5\}, \{7\}, \{3, 5\}, \{3, 7\}, \{5, 7\}, \{3, 5, 7\}$

2. 어느 아파트 단지 150가구 중 A 신문을 구독하는 가구는 70가구, B 신문을 구독하지 않는 가구는 69가구이다. 두 신문을 모두 구독하지 않는 가구가 16가구일 때, A 와 B 신문을 모두 구독하는 가구는 몇 가구인가? [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 17가구

해설

A 신문을 구독하는 가구들의 집합을 A , B 신문을 구독하는 가구들의 집합을 B 라고 하면,

$n(U) = 150$, $n(A) = 70$, $n(B^c) = 69$, $n((A \cup B)^c) = 16$ 이므로

$n(A \cup B) = n(U) - n((A \cup B)^c) = 150 - 16 = 134$

$n(B) = n(U) - n(B^c) = 150 - 69 = 81$

$n(A \cap B) = n(A) + n(B) - n(A \cup B) = 70 + 81 - 134 = 17$

3. 다음 중에서 집합인 것을 모두 고른 것은?

- ㉠ 5의 배수의 모임
 ㉡ 가장 작은 자연수의 모임
 ㉢ 1보다 크고 2보다 작은 자연수의 모임
 ㉣ 50에 가까운 수의 모임
 ㉤ 유명한 축구 선수의 모임

[배점 4, 중중]

- ① ㉠ ② ㉠, ㉡
 ③ ㉠, ㉡, ㉣ ④ ㉠, ㉡, ㉣, ㉤
 ⑤ ㉠, ㉡, ㉣, ㉤, ㉥

해설

㉣ ‘가까운’ 이란 기준이 명확하지 않아 집합이 아니다.

㉤ ‘유명한’ 이란 기준이 명확하지 않아 집합이 아니다.

4. 두 집합 $A = \{2, 5, a+3\}$, $B = \{b-3, 5, 9\}$ 에 대하여 $A \subset B$, $B \subset A$ 일 때, $a+b$ 의 값을 구하여라.

[배점 4, 중중]

▶ 답 :

▶ 정답 : 11

해설

$A \subset B$ 이고, $B \subset A$ 이면 $A = B$ 이다.

$A = B$ 이므로 $a+3 = 9$, $b-3 = 2$

따라서 $a = 6$, $b = 5$

$\therefore a+b = 11$

5. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $n(U) = 15$, $n(A-B) = 5$, $n(A) = 8$, $n(B^c) = 8$ 일 때, $n(B-A)$ 는?

[배점 4, 중중]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

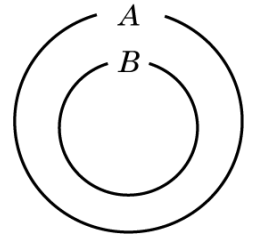
해설

$n(A-B) = 5$, $n(A) = 8$ 이므로 $n(A \cap B) = 3$ 이다.

$n(B^c) = 8$ 이므로 $n(B) = n(U) - n(B^c) = 15 - 8 = 7$ 이다.

따라서 $n(B-A) = n(B) - n(A \cap B) = 7 - 3 = 4$ 이다.

6. 두 집합 A, B 사이의 관계가 다음 벤 다이어그램과 같고, 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 36 \text{의 약수}\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } \square \text{의 약수}\}$ 일 때, $\square$ 안에 들어갈 수 없는 것은?



[배점 5, 중상]

- ① 6 ② 12 ③ 18 ④ 24 ⑤ 36

해설

$A = \{1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36\}$

① $\{1, 2, 3, 6\} \subset A$

② $\{1, 2, 3, 4, 6, 12\} \subset A$

③ $\{1, 2, 3, 6, 9, 18\} \subset A$

④ $\{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24\} \not\subset A$

⑤ $B = A$

7. $U = \{x \mid x \text{는 } 20 \text{ 이하의 자연수}\}$, $A = \{x \mid x \text{는 } 8 \text{의 약수}\}$, $B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 일 때, 옳은 것은? [배점 5, 중상]

① $n(A \cup B) = 5$

② $n(A \cap B) = 4$

③ $n(A \cap B^c) = 1$

④ $n(B^c - A) = 13$

⑤ $n(A - B) + n(B - A) = 3$

해설

$$U = \{1, 2, 3, \dots, 20\}, A = \{1, 2, 4, 8\}, \\ B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$$

① $n(A \cup B) = n(\{1, 2, 3, 4, 5, 8\}) = 6$

② $n(A \cap B) = n(\{1, 2, 4\}) = 3$

③ $n(A \cap B^c) = n(\{8\}) = 1$

④ $n(B^c - A) = n(\{6, 7, 9, 10, 11, \dots, 20\}) \\ = 14$

⑤ $n(A - B) + n(B - A) \\ = n(\{8\}) - n(\{3, 5\}) \\ = 1 - 2 = -1$

8. 우리 반 학생 40 명 중에서 영어 학원을 다니는 학생은 25 명, 수학 학원을 다니는 학생은 21 명이라면, 두 과목 모두 학원을 다니는 사람 수의 최솟값과 최댓값의 합을 구하여라.

[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 27 명

해설

문제에서 $A \cup B$ 이 주어지고 있다. 우리 반 학생 40 명이 $A \cup B$ 이다.

영어 학원을 다니는 학생을 집합 A 라고 하고, 수학 학원을 다니는 학생은 집합 B 라고 한다.

영어, 수학 학원을 모두 다니는 학생은 $A \cap B$ 가 된다.

$A \cap B$ 의 최솟값과 최댓값을 구해 보자.

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$40 = 25 + 21 - x$$

x 의 최솟값은 6 이다.

최댓값은 수학 학원을 다니는 학생이 영어 학원을 다니는 학생에 포함될 때 성립한다.

그러므로 x 의 최댓값은 21(명) 이다.

최솟값과 최댓값의 합은 27(명) 이다.

9. 다음 중에서 옳은 것을 모두 고르면?

[배점 5, 중상]

① $A \cap B = A$ 이면 $n(A) < n(B)$

② $A \cap B = \emptyset$ 이면 $n(A \cup B) = n(A) + n(B)$

③ $A - B = \emptyset$ 이면 $A = B$

④ $A \cup B = B$ 이면 $B - A = \emptyset$

⑤ $A \cap B^c = A$ 이면 $n(A \cap B) = 0$

해설

① $A \cap B = A$ 이면 $n(A) \leq n(B)$

③ $A - B = \emptyset$ 이면 $A \subset B$

④ $A \cup B = B$ 이면 $A \subset B$ 이므로 $A - B = \emptyset$

10. 두 집합 $A = \{1, 3, 5\}$, $B = \{2, 4, 6\}$ 에 대하여 집합 $C = \{ab | a \in A, b \in B\}$ 일 때, 집합 C 의 원소의 개수를 구하여라.

[배점 5, 상하]

▶ 답:

▶ 정답: 8개

해설

$A = \{1, 3, 5\}$, $B = \{2, 4, 6\}$ 이고 집합 $C = \{ab | a \in A, b \in B\}$ 라면,

집합 A, B 의 원소를 하나씩 서로 곱한 값이 집합 C 의 원소가 된다.

따라서 집합 $C = \{2, 4, 6, 10, 12, 18, 20, 30\}$ 이므로 $n(C) = 8$

11. 집합 $A = \{1, 3, 5, 7, \dots, 2m-1\}$ 의 부분집합 중에서 원소 1 과 3 은 반드시 포함하고 5 와 $2m-1$ 은 포함하지 않는 부분집합의 개수가 32 개일 때 자연수 m 의 값을 구하여라.

[배점 5, 상하]

▶ 답:

▶ 정답: 9

해설

$A = \{1, 3, 5, 7, \dots, 2m-1\} \rightarrow n(A) = m$ (개)

원소 1 과 3 은 반드시 포함하고 5 와 $2m-1$ 은 반드시 포함하지 않는 부분집합의 개수가 32 개이므로

$2^{m-2-2} = 32, m-4 = 5$

$m = 9$

12. 집합 $P = \{p_1, p_2, p_3, \dots, p_N\}$ 에 대하여 $f(P) = p_1 + p_2 + p_3 + \dots + p_N$ 이라 정의한다.

집합 $A = \{3, 6, 9, 12\}$ 의 부분집합을 $A_1, A_2, A_3, \dots, A_{16}$ 이라 할 때, $f(A_1) + f(A_2) + f(A_3) + \dots + f(A_{16})$ 의 값을 구하여라.

[배점 5, 상하]

▶ 답:

▶ 정답: 240

해설

$A = \{3, 6, 9, 12\}$ 의 부분집합을 $A_1, A_2, A_3, \dots, A_{16}$ 이라 두면,

집합 A 의 모든 부분집합에서 하나의 원소는 모두 $2^{4-1} = 8$ (번) 씩 나온다.

따라서 $f(A_1) + f(A_2) + f(A_3) + \dots + f(A_{16}) = 8 \times (3 + 6 + 9 + 12) = 240$

13. 세 집합 P, Q, R 에 대하여 $n(P) = 19$, $n(Q \cap R) = 7$, $n(P \cap Q \cap R) = 3$ 일 때, $n(P \cup (Q \cap R))$ 을 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 23

해설

$$\begin{aligned} n(P \cup (Q \cap R)) \\ &= n(P) + n(Q \cap R) - n(P \cap Q \cap R) \\ &= 19 + 7 - 3 = 23 \end{aligned}$$

14. 전체집합 $U = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A = \{1, 9\}$, $A - (A - B) = \{1\}$ 을 만족하는 집합 B 의 개수를 구하여라. [배점 6, 상중]

▶ 답 :

▶ 정답 : 8개

해설

$$\begin{aligned} A - (A - B) &= A \cap (A \cap B^C)^C \\ &= A \cap (A^C \cup B) = (A \cap A^C) \cup (A \cap B) \\ &= (A \cap B) = \{1\} \\ A &= \{1, 9\}, (A \cap B) = \{1\}, U = \{1, 3, 5, 7, 9\} \\ &\text{을 만족하는} \\ \text{집합 } B &\text{는 원소 } 1 \text{ 을 반드시 포함하고 원소 } 9 \text{ 를} \\ &\text{반드시 포함하지 않으므로} \\ \text{집합 } B &\text{의 개수는 } 2^3 = 8(\text{개}) \end{aligned}$$

15. $A = \{1, a, 5\}$, $B = \{a + 1, 5, 7\}$ 이고 $A - B = \{1, 3\}$ 일 때, $B \cap A^c$ 은? [배점 6, 상중]

① $\{4\}$

② $\{7\}$

③ $\{4, 7\}$

④ $\{3, 7\}$

⑤ $\{2, 3, 7\}$

해설

$A - B = \{1, 3\}$ 이므로 $a = 3$ 이다. 따라서 $A = \{1, 3, 5\}$, $B = \{4, 5, 7\}$ 이고 $B \cap A^c = B - A = \{4, 7\}$ 이다.