문제 풀이 과제

1. $A = \{0,\ 1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5\}$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것을 모두 고르면? [배점 2, 하중]

① $\varnothing \subset A$　　② $\{2\} \subset A$

③ $\{4,\ 5\} \in A$　　④ $n(A) = 5$

⑤ $\{0,\ \{2\}\} \subset A$

해설

③ $\{4,\ 5\} \subset A$
④$n(A) = 6$

2. 다음 중 옳은 것은? [배점 2, 하중]

① $n(\{4\}) = 4$

② $n(\{0\}) = 0$

③ $n(\{\varnothing\}) = 0$

④ $n(A) = n(B)$ 이면 $A = B$

⑤ $A = \{x \mid x$는 10이하의 소수$\}$ 이면 $n(A) = 4$

해설

$A = \{x \mid x$는 10이하의 소수$\}$
$A = \{2,\ 3,\ 5,\ 7\}$ 이다.
따라서 $n(A) = 4$ 이다.

3. 두 집합 $A,\ B$ 에 대하여 $n(A) = 13$, $n(B) = 16$, $n(A \cup B) = 21$ 일 때, $n(A \cap B)$ 를 구하여라.
[배점 3, 하상]

▶ 답 :
▷ 정답 : 8

해설

$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$
$21 = 13 + 16 - n(A \cap B)$
$\therefore n(A \cap B) = 8$

4. 두 집합 $n(A) = 15, n(B) = 11, n(A \cap B) = 6$ 일 때, $n(A - B)$ 를 구하여라. [배점 3, 하상]

▶ 답 :
▷ 정답 : 9

해설

$n(A - B) = n(A) - n(A \cap B) = 15 - 6 = 9$

5. 19 명의 학생에게 A, B 두 문제를 풀게 하였더니, A 문제를 푼 학생은 11 명이며, B 문제를 푼 학생은 8 명이며, 한 문제도 못 푼 학생은 3 명이었다. A 문제만 푼 학생은 몇 명인지 구하여라. [배점 3, 하상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 8명

해설

$n(U) = 19, n((A \cup B)^c) = 3$ 이므로 $n(A \cup B) = 19 - 3 = 16$ 이다.

$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$ 이므로 $n(A \cap B) = 3$ 이다.

따라서 A 문제만 푼 학생은 $n(A - B) = n(A) - n(A \cap B) = 11 - 3 = 8$ 이다.

6. 우리 반 학생 중에서 형이 있는 학생이 15 명, 누나가 있는 학생이 10 명이고, 형과 누나가 모두 있는 학생이 5 명이다. 형이나 누나가 있는 학생 수는? [배점 3, 중하]

① 10 명 ② 15 명 ③ 20 명 ④ 25 명 ⑤ 30 명

해설

형이 있는 학생을 A 라 하면 $n(A) = 15$

누나가 있는 학생을 B 라 하면 $n(B) = 10$

형과 누나가 모두 있는 학생은 $A \cap B$ 이므로 $n(A \cap B) = 5$

형이나 누나가 있는 학생은 $A \cup B$ 이다.

$\therefore\ n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$

$= 15 + 10 - 5 = 20$ (명)

7. $U = \{1, 3, 5, 7, 9\}$, $A = \{1, 3, 5\}$, $B = \{3, 5, 9\}$ 일 때, $A \cap B$ 를 포함하는 U 의 부분집합의 개수는? [배점 3, 중하]

① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

해설

$U = \{1, 3, 5, 7, 9\}$

$A = \{1, 3, 5\}$, $B = \{3, 5, 9\}$ 이므로 $A \cap B = \{3, 5\}$ 이다.

3, 5 를 포함하는 U 의 부분집합의 개수는

$2^{5-2} = 2^3 = 8$ (개)

8. 두 집합 $A = \{1, 2, a+1\}$ $B = \{3, 5, a\}$ 에서 $A \cap B = \{2, 3\}$ 일 때, $A - B$ 는? [배점 3, 중하]

① $\varnothing$ ② $\{1\}$ ③ $\{5\}$ ④ $\{1, 5\}$ ⑤ $\{1, 2, 3\}$

해설

$A \cap B = \{2, 3\}$ 이므로 $a + 1 = 3,\ a = 2$

따라서, $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{2, 3, 5\}$ 이므로 $A - B = \{1\}$ 이다.

9. 두 집합 A, B 에 대한 다음 설명 중 옳은 것은?

[배점 4, 중중]

① $A \subset B$ 이면 $n(A) \le n(B)$ 이다.

② $n(A) < n(B)$ 이면 $A \subset B$ 이다.

③ $A \subset B$ 이고 $B \subset A$ 이면 $n(A) \ne n(B)$ 이다.

④ $n(A) = n(B)$ 이면 $A = B$ 이다.

⑤ $n(A) = n(B)$ 이면 $A \subset B$ 이다.

해설

② 반례 : $A = \{1\}$, $B = \{2,\ 3\}$

③ $A \subset B$ 이고 $B \subset A$ 이면 $A = B$, $n(A) = n(B)$ 이다.

④ 반례 : $A = \{1,\ 2\}$, $B = \{3,\ 4\}$

⑤ 반례 : $A = \{1,\ 2\}$, $B = \{3,\ 4\}$

10. 전체집합 $U = \{x|x$는 10 이하의 자연수$\}$ 의 두 부분집합 A, B 가 보기의 조건을 모두 만족할 때, 다음 중 집합 B 의 부분집합이 아닌 것을 모두 고르면?(정답 2개)

보기

ㄱ. $A \cap B = \{1, 5\}$

ㄴ. $A - B = \{2, 6\}$

ㄷ. $(A \cup B)^c = \{8, 9, 10\}$

[배점 4, 중중]

① $\{1, 3\}$

② $\{1, 3, 4\}$

③ $\{1, 3, 4, 6\}$

④ $\{1, 3, 4, 5, 7\}$

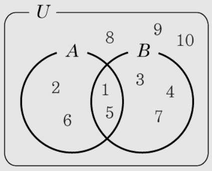
⑤ $\{1, 3, 4, 5, 8\}$

해설

$U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ 이다.

주어진 조건을 벤 다이어그램으로 나타내면 다음 그림과 같으므로 $B = \{1, 3, 4, 5, 7\}$ 이다.

따라서 B 의 부분집합이 아닌 것은 ③, ⑤이다.



11. 전체집합 $U=\{x|x$는 10 이하의 자연수$\}$ 의 두 부분집합 $A=\{x|x$는 6의 약수$\}$, $B=\{2,4,7,8,10\}$ 에 대하여 다음 중 옳은 것은?

[배점 4, 중중]

① $A^c \cap B^c=\{5,8,9\}$

② $n(A\cup B)=6$

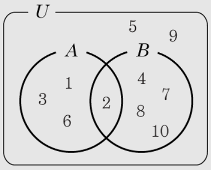
③ $A-B=\{1,3,6\}$

④ $A^c=\{4,5,7,8,9\}$

⑤ $n((A\cap B)^c)=3$

해설

$U=\{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10\}$, $A=\{1,2,3,6\}$, $B=\{2,4,7,8,10\}$ 이므로 벤 다이어그램으로 나타내면 다음과 같다.



① $A^c\cap B^c=\{5,9\}$
② $n(A\cup B)=8$
④ $A^c=\{4,5,7,8,9,10\}$
⑤ $n((A\cap B)^c)=2$

12. 집합 A, B, C, D, E 의 관계가 보기와 같을 때, 다음 중 옳은 것은?

보기

$A\subset C$, $B\subset C$, $C\subset E$, $D\subset E$

[배점 5, 중상]

① 집합 A 는 집합 B 의 부분집합이다.

② 집합 B 는 집합 D 의 부분집합이다.

③ $D\subset C$ 이면, $B\subset D$ 이다.

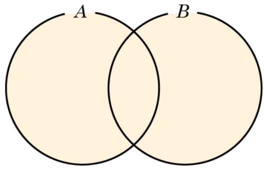
④ $E\subset D$ 이면, $A\subset D$ 이다.

⑤ 집합 B 와 집합 E 는 같을 수 없다.

해설

① 집합 A 는 집합 B 의 부분집합이다.→ 알 수 없다.
② 집합 B 는 집합 D 의 부분집합이다.→ 알 수 없다.
③ $D\subset C$ 이면, $B\subset D$ 이다.→ $D\subset B$, $B\not\subset D$ 일 수 있다.
④ $E\subset D$ 이면, $A\subset D$ 이다. → $E\subset D$ 이면, $D=E$ 이고 $A\subset E$ 이므로 $A\subset D$ 이다.
⑤ 집합 B 와 집합 E 는 같을 수 없다. → $B=C=E$ 일 수 있다.

13. 두 집합 $A=\{1,2,4,8,16,24\}$, $B=\{4\times x|x\in A\}$ 에 대하여 다음 벤 다이어그램의 색칠한 부분을 나타내는 집합의 원소의 최댓값을 구하여라.



[배점 5, 중상]

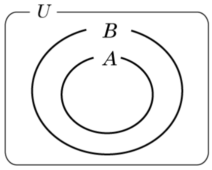
▶ 답 :

▷ 정답 : 96

해설

$B=\{4\times x|x\in A\}$ 는 집합 A 의 원소를 x 에 대입한 수들의 집합이다.
원소나열법으로 고쳐보면,
$B=\{4,8,16,32,64,96\}$ 가 된다.
색칠한 부분의 원소는 $\{1,2,4,8,16,32,64,96\}$ 이다.
이 때 가장 큰 원소는 96 이다.

14. 전체집합 U 의 두 부분집합 A,B 에 대하여 다음 벤 다이어그램을 만족할 때, 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2개)



[배점 5, 중상]

① $A-B=\varnothing$
② $B\cap A^c=\varnothing$
③ $B^c\subset A^c$
④ $U\subset(A\cup B)$
⑤ $U-A^c=B$

해설

② $B\cap A^c\neq\varnothing$
④ $(A\cup B)\subset U$
⑤ $U-A^c=A$

15. 집합 $P = \{p_1, p_2, p_3, \cdots, p_N\}$ 에 대하여 $[P] = p_1 \times p_2 \times p_3 \times \cdots \times p_N$ 이라 정의한다. 집합 $A = \{1, 2, 3\}$ 의 부분집합을 $A_1, A_2, A_3, \cdots, A_8$ 이라 할 때, $[A_1] \times [A_2] \times [A_3] \times \cdots \times [A_8]$ 의 값을 구하여라.

[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 1296

해설

$A = \{1, 2, 3\}$ 의 부분집합이 $A_1, A_2, A_3, \cdots, A_8$ 일 때,
집합 A 의 모든 부분집합에서 하나의 원소는 모두 $2^{3-1} = 4$ (번) 씩 나온다.
따라서 $[A_1] \times [A_2] \times [A_3] \times \cdots \times [A_8] = 1^4 \times 2^4 \times 3^4 = 1296$

16. 집합 A 에 대하여 집합 $P = \{X | X \subset A\}$ 일 때, 집합 P 의 부분집합 중 원소의 개수가 적어도 1 개인 부분집합의 개수는 15 개이다. $n(A)$ 를 구하여라.

[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

원소의 개수가 n 인 진부분집합의 개수는 $2^n - 1$ (개) 이므로
$n(P) = 4$
집합 P 의 원소의 개수는 집합 A 의 부분집합의 개수와 같으므로
$2^{n(A)} = 4$, $n(A) = 2$

17. 집합 $N = \{x \mid x$는 100이하의 자연수$\}$ 의 부분집합 $A_n = \{x \mid x$는 n의 배수$\}$ 에 대하여 다음 중 옳은 것을 모두 골라라 ?

㉠ $A_2 \subset A_4$

㉡ $A_3 \subset A_4 = A_{12}$

㉢ $A_4 \cup A_6 \subset A_2$

㉣ $(A_2 \cap A_3) \cup (A_3 \cap A_4) = A_{12}$

㉤ $n(A_4) > n(A_2)$

㉥ $A_3 - A_4 = A_3 - A_{12}$

[배점 5, 상하]

해설

㉠$A_2 \subset A_4 \to A_4 \subset A_2$
㉡$A_3 \subset A_4 = A_{12} \to$ 옳다.
㉢$A_4 \cup A_6 \subset A_2 \to A_4 \subset A_2$ 이고 $A_6 \subset A_2$ 이므로 옳다.
㉣$(A_2 \cap A_3) \cup (A_3 \cap A_4) = A_{12} \to A_6 \cup A_{12} = A_6$ 이므로 옳지 않다.
㉤$n(A_4) > n(A_2) \to A_4 \subset A_2$ 이므로 옳지 않다.
㉥$A_3 - A_4 = A_3 - A_{12} \to$ 3 의 배수에서 4 의 배수인 것을 제외한 집합은, 3 의 배수에서 12 의 배수를 제외한 집합과 같으므로 옳다.

18. 두 집합 $A = \{a,\ a+1,\ 7\}$, $B = \{2,\ 3,\ 5\}$ 에서 $A \cap B = \{3\}$ 일 때, $A \cup B$는? [배점 6, 상중]

① $\{2\}$ ② $\{2,\ 3\}$

③ $\{2,\ 3,\ 4\}$ ④ $\{2,\ 3,\ 4,\ 5\}$

⑤ $\{2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 7\}$

해설

i) $a+1=3$ 이면 $a=2$ 이고
$A=\{2,\ 3,\ 7\}$, $B=\{2,\ 3,\ 5\}$ 에서
$A\cap B=\{2,\ 3\}$ 이므로 $A\cap B=\{3\}$ 에 모순된다.
ii) $a=3$ 이면 $a+1=4$ 이고
$A=\{3,\ 4,\ 7\}$, $B=\{2,\ 3,\ 5\}$ 에서 $A\cap B=\{3\}$ 이다.
따라서 $A\cup B=\{2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 7\}$ 이다.

19. 전체집합 U 의 부분집합 A 에 대하여 다음 중 옳지 않은 것은? [배점 6, 상중]

① $A \cap A^c = \phi$ ② $A \cup U = U$

③ $\phi^c = U$ ④ $A \cap U = U$

⑤ $(A^c)^c = A$

해설

$A\cap U = A$

20. $f_k(a) = (a$ 를 k 로 나누었을 때의 나머지$)$라고 정의한다.
자연수 전체의 집합 N 의 부분집합 $A_k = \{x | f_k(x^2)=1, x<10\}$ 에 대하여 $n(A_3 \cap A_4)$ 의 값을 구하여라. [배점 6, 상중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$f_k(a) = (a$ 를 k 로 나누었을 때의 나머지$)$,
$A_k = \{x | f_k(x^2)=1, x<10\}$ 라는 조건에서
x^2 의 값이 될 수 있는 수는
1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81 이다.
$A_3 = \{1,\ 4,\ 16,\ 25,\ 49,\ 64\}$,
$A_4 = \{1,\ 9,\ 25,\ 49,\ 81\}$,
$A_3 \cap A_4 = \{1,\ 25,\ 49\}$ 이다.
따라서, $n(A_3 \cap A_4) = 3$ 이다.