

# 문제 풀이 과제

1. 두 집합  $A = \{x|x \text{는 } 24 \text{의 약수}\}$ ,  $B = \{x|x \text{는 } 28 \text{의 약수}\}$  에 대하여  $n(A \cap B)$  를 구하여라.  
[배점 2, 하중]

① 2    ② 3    ③ 4    ④ 5    ⑤ 6

해설

$$\begin{aligned} A &= \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24\} \\ B &= \{1, 2, 4, 7, 14, 28\} \\ A \cap B &= \{1, 2, 4\} \\ n(A \cap B) &= 3 \end{aligned}$$

2. 전체집합  $U = \{x|x \text{는 } 10 \text{이하의 자연수}\}$  의 두 부분집합  $A, B$  에 대하여  $A^c = \{4, 5, 7\}$ ,  $B^c = \{3, 4, 6, 8\}$  일 때,  $A \cap B$  를 구하여라.  
[배점 2, 하중]

▶ 답:

▷ 정답:  $\{1, 2, 9, 10\}$

해설

$$\begin{aligned} A &= (A^c)^c = \{1, 2, 3, 6, 8, 9, 10\} \\ B &= (B^c)^c = \{1, 2, 5, 7, 9, 10\} \\ \therefore A \cap B &= \{1, 2, 9, 10\} \end{aligned}$$

3.  $\{x|x \text{는 'mathematics'에 있는 알파벳의 모음}\}$  을 원소나열법으로 나타내어라. [배점 2, 하중]

▶ 답:

▷ 정답:  $\{a, c, e, h, i, m, s, t\}$

해설

$$\begin{aligned} \{x|x \text{는 'mathematics'에 있는 알파벳의 모음}\} &= \\ &= \{m, a, t, h, e, i, c, s\} \end{aligned}$$

4. 두 집합  $A, B$  에 대하여  $A \subset B$  이고  $B \subset A$  이다. 집합  $A = \{x|x \text{는 } 3 \text{보다 크고 } 10 \text{보다 작은 짝수}\}$  일 때,  $B$  의 원소의 개수를 구하여라. [배점 3, 하상]

▶ 답:

▷ 정답: 3개

해설

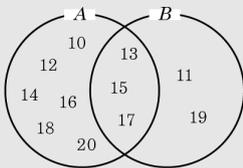
$A \subset B$  이고,  $B \subset A$  이면  $A = B$  이다.  
 $A = \{4, 6, 8\}$  이므로  $B = \{4, 6, 8\}$   
따라서  $n(B) = 3$  이다.

5. 집합  $B = \{x|x \text{는 } 10 \text{ 이상 } 20 \text{ 미만의 홀수}\}$ ,  $A \cap B = \{13, 15, 17\}$ ,  
 $A \cup B = \{10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20\}$  일 때  
 집합 A를 구하면? [배점 3, 하상]

- ① {13, 15}
- ② {13, 15, 17, 19, 20}
- ③ {10, 12, 14, 16, 18, 20}
- ④ {10, 14, 16, 18}
- ⑤ {10, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 20}

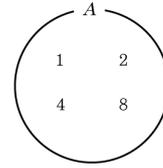
**해설**

조건제시법을 원소나열법으로 고쳐보면  $B = \{11, 13, 15, 17, 19\}$  가 된다.  
 $A \cup B = \{10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20\}$ ,  
 $A \cap B = \{13, 15, 17\}$  가 성립하도록 벤 다이어그램에 그려보자.



그러므로  $A = \{10, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 20\}$  이다.

6. 다음 그림의 집합 A를 조건제시법으로 나타내면?



[배점 3, 하상]

- ①  $\{x|x \text{는 } 2 \text{의 배수}\}$
- ②  $\{x|x \text{는 } 4 \text{의 배수}\}$
- ③  $\{x|x \text{는 } 8 \text{의 배수}\}$
- ④  $\{x|x \text{는 } 8 \text{의 약수}\}$
- ⑤  $\{x|x \text{는 } 10 \text{의 약수}\}$

**해설**

$A = \{1, 2, 4, 8\}$  이므로 조건제시법으로 나타내면  $\{x|x \text{는 } 8 \text{의 약수}\}$  이다.

7. 전체집합  $U$ 와 두 부분집합  $A, B$ 에 대하여  
 $U = A \cup B$ ,  $A = \{x | x \text{는 } 40 \text{의 약수}\}$ ,  $B = \{x | x \text{는 } 25 \text{의 약수}\}$ 일 때,  $(A \cup B^c) \cap (A^c \cup B)$ 의 원소의 개수를 구하여라. [배점 3, 중하]

- ▶ 답:
- ▷ 정답: 2개

**해설**

$A = \{1, 2, 4, 5, 8, 10, 20, 40\}$   
 $B = \{1, 5, 25\}$   
 $A \cap B = \{1, 5\}$

8. 전체집합  $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$  이고,  $A = \{1, 2, 3, 5\}$ ,  $B = \{5, 6\}$  일 때,  $n(A - B)^c$  의 값은? [배점 3, 중하]

- ① 1    ② 2    ③ 3    ④ 4    ⑤ 5

해설

$A = \{1, 2, 3, 5\}$ ,  $B = \{5, 6\}$  에서  $A - B = \{1, 2, 3\}$  이다.

따라서  $(A - B)^c = U - (A - B) = \{4, 5, 6\}$  이다.

$$\therefore n((A - B)^c) = 3$$

9. 48에 가장 작은 자연수를 곱하여 어떤 자연수의 제곱이 되게 하려고 한다. 이때, 곱하여야 할 가장 작은 자연수를 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▶ 정답: 3

해설

48을 소인수분해하면 다음과 같다.

$$\begin{array}{r} 2) 48 \\ 2) 24 \\ 2) 12 \\ 2) 6 \\ 3 \end{array}$$

$48 = 2^4 \times 3$  이므로  $2^4 \times 3 \times \square$  가 어떤 자연수의 제곱이 되기 위한  $\square$ 의 값 중에서 가장 작은 자연수는 3이다.

10. 두 집합  $A = \{1, 2, 3, 4\}$ ,  $B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$  에 대하여 다음 중 옳은 것을 모두 골라라.

보기

- ㉠  $A \subset B$   
 ㉡  $n(B) - n(A) = \{5, 6\}$   
 ㉢  $n(A) < n(B)$   
 ㉣  $n(A) \subset n(B)$   
 ㉤  $B \not\subset A$

[배점 4, 중중]

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▶ 정답: ㉠

▶ 정답: ㉢

▶ 정답: ㉤

해설

$$\text{㉡ } n(B) - n(A) = 2$$

$$\text{㉣ } n(A) \not\subset n(B)$$

11. 두 집합  $A = \{2, 5, a + 3\}$ ,  $B = \{b - 3, 5, 9\}$  에 대하여  $A \subset B$ ,  $B \subset A$  일 때,  $a + b$  의 값을 구하여라.  
[배점 4, 중중]

▶ 답:

▷ 정답: 11

해설

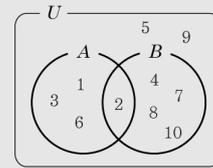
$A \subset B$  이고,  $B \subset A$  이면  $A = B$  이다.  
 $A = B$  이므로  $a + 3 = 9$ ,  $b - 3 = 2$   
 따라서  $a = 6$ ,  $b = 5$   
 $\therefore a + b = 11$

12. 전체집합  $U = \{x | x \text{는 } 10 \text{ 이하의 자연수}\}$  의 두 부분집합  $A = \{x | x \text{는 } 6 \text{의 약수}\}$ ,  $B = \{2, 4, 7, 8, 10\}$  에 대하여 다음 중 옳은 것은?  
[배점 4, 중중]

- ①  $A^c \cap B^c = \{5, 8, 9\}$
- ②  $n(A \cup B) = 6$
- ③  $A - B = \{1, 3, 6\}$
- ④  $A^c = \{4, 5, 7, 8, 9\}$
- ⑤  $n((A \cap B)^c) = 3$

해설

$U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ ,  $A = \{1, 2, 3, 6\}$ ,  $B = \{2, 4, 7, 8, 10\}$  이므로 벤 다이어그램으로 나타내면 다음과 같다.



- ①  $A^c \cap B^c = \{5, 9\}$
- ②  $n(A \cup B) = 8$
- ④  $A^c = \{4, 5, 7, 8, 9, 10\}$
- ⑤  $n((A \cap B)^c) = 2$

13. 두 집합  $A, B$ 에 대하여  $A = \{2, 5, 6, 7, 9, 10, 13, 15, 16\}$ ,  $B = \{1, 3, 8, 10, 13, 16\}$  이고  $B \cap X = X, (A \cap B) \cup X = X$  를 만족할 때 다음 중 옳지 않은 것은? (정답 2 개)  
[배점 5, 중상]

- ①  $B \subset X$                       ②  $X \subset (A \cup B)$   
 ③  $(A \cap B) \subset X \subset B$       ④  $(A \cap B) \subset X \subset A$   
 ⑤  $\{10, 13\} \subset X$

**해설**

$B \cap X = X$  일 때  $X \subset B$  이고  $(A \cap B) \cup X = X$  이면  $(A \cap B) \subset X$  을 만족한다.

- ①  $X \subset B$  이므로 옳지 않다.  
 ④  $(A \cap B) \subset X \subset B$  이지만  $X \subset A$  라고 할 수 없기 때문에  $(A \cap B) \subset X \subset A$  이라고 할 수 없다.  
 ⑤  $\{10, 13\} \subset A \cap B$  이므로  $\{10, 13\} \subset X$  이다.

14. 우리 반 학생 40 명 중에서 영어 학원을 다니는 학생은 25 명, 수학 학원을 다니는 학생은 21 명이라면, 두 과목 모두 학원을 다니는 사람 수의 최솟값과 최댓값의 합을 구하여라.  
[배점 5, 중상]

▶ **답:**  
 ▷ **정답:** 27명

**해설**

문제에서  $A \cup B$  이 주어지고 있다. 우리 반 학생 40 명이  $A \cup B$  이다.

영어 학원을 다니는 학생을 집합  $A$  라고 하고, 수학 학원을 다니는 학생은 집합  $B$  라고 한다.

영어, 수학 학원을 모두 다니는 학생은  $A \cap B$  가 된다.

$A \cap B$  의 최솟값과 최댓값을 구해 보자.

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$40 = 25 + 21 - x$$

$x$  의 최솟값은 6 이다.

최댓값은 수학 학원을 다니는 학생이 영어 학원을 다니는 학생에 포함될 때 성립한다.

그러므로  $x$  의 최댓값은 21(명)이다.

최솟값과 최댓값의 합은 27(명)이다.

15. 집합  $A = \{2, 3 \times a, a + 3\}$ ,  $B = \{a, 2 \times a + 1, 3 \times a - 2\}$  이고  $A - B = \{6\}$  일 때,  $C = \{1, 2, 3\}$  에 대하여  $(A - C) \cup (B \cap C)$  는?  
[배점 5, 중상]

- ①  $\{2, 4\}$       ②  $\{2, 5\}$       ③  $\{2, 6\}$   
 ④  $\{2, 5, 6\}$       ⑤  $\{2, 6, 7\}$

해설

$A - B = \{6\}$  이므로  
 (1)  $3 \times a = 6$  일 때,  $a = 2$  이다.  
 따라서  $A = \{2, 5, 6\}$ ,  $B = \{2, 4, 5\}$  이고  $C = \{1, 2, 3\}$  이므로  
 $(A - C) \cup (B \cap C) = \{5, 6\} \cup \{2\} = \{2, 5, 6\}$  이다.  
 (2)  $a + 3 = 6$  일 때,  $a = 3$  이다.  
 따라서  $A = \{2, 6, 9\}$ ,  $B = \{3, 7\}$  이므로  $A - B = \{2, 6, 9\} \neq \{6\}$  이므로 조건에 맞지 않다.  
 따라서 (1), (2) 에서  $(A - C) \cup (B \cap C) = \{5, 6\} \cup \{2\} = \{2, 5, 6\}$  이다.

16. 집합  $A_n = \{x | 2n - 1 \leq x \leq 2n + 1, n \text{은 자연수}\}$  에 대하여  $n(A_3 \cup A_4 \cup A_5 \cup \dots \cup A_{10})$  의 값을 구하여라.  
[배점 5, 상하]

▶ 답:  
 ▷ 정답: 17

해설

$A_3 = \{x | 5 \leq x \leq 7\}$ ,  
 $A_4 = \{x | 7 \leq x \leq 9\}$ ,  
 $A_5 = \{x | 9 \leq x \leq 11\}$ ,  
 $\vdots$   
 $A_{10} = \{x | 19 \leq x \leq 21\}$ ,  
 $A_3 \cup A_4 \cup A_5 \cup \dots \cup A_{10} = \{x | 5 \leq x \leq 21\}$ ,  
 $\therefore n(A_3 \cup A_4 \cup A_5 \cup \dots \cup A_{10}) = 17$

17. 집합  $A = \{1, 2, 4, 8, \dots, 2^m\}$  의 부분집합 중에서 1 과 2 는 반드시 포함하고, 2 를 제외한 짝수 번째 원소들은 포함하지 않는 부분집합의 개수가 64 개일 때, 자연수  $m$  의 값을 구하여라.  
[배점 5, 상하]

▶ 답:  
 ▷ 정답: 14

해설

1 과 2 는 반드시 포함하고 2 를 제외한 짝수 번째 원소들의 개수  $\frac{m}{2} - 1$  (개) 는 반드시 포함하지 않으므로  
 $2^{m-2 - (\frac{m}{2} - 1)} = 64$  이므로  
 $m - 2 - (\frac{m}{2} - 1) = 6, \frac{m}{2} - 1 = 6,$   
 $m = 14$

18. 집합  $S = \{x \mid x \text{는 자연수}\}$  의 부분집합  $A = \{x \mid x \in A \text{이면 } 5 - x \in A\}$  가 있다. 집합  $A$  의 개수를 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답:

▷ 정답: 3개

해설

자연수 전체집합의 부분집합인  $A$  가  $A = \{x \mid x \in A \text{이면 } 5 - x \in A\}$  라는 조건을 가질 때, 집합  $A$  의 원소가 될 수 있는 자연수는 1, 2, 3, 4 이다. 조건을 이용하면 1 과 4, 2 와 3 은 반드시 동시에 원소가 되어야 하므로 집합  $A$  는  $\{1, 4\}$ ,  $\{2, 3\}$ ,  $\{1, 2, 3, 4\}$  의 3 개의 경우가 가능하다.

19. 중학생 120 명을 대상으로 수학, 과학, 영어 중 자신 있어 하는 과목을 선택하게 하였더니, 수학을 선택한 학생은 33 명, 과학을 선택한 학생은 40 명, 영어를 선택한 학생은 36 명이였다. 또, 두 과목을 선택한 학생은 모두 34 명, 세 과목을 모두 선택한 학생은 9 명이였다. 세 과목 중 어떤 과목도 선택하지 않은 학생 수를 구하여라. [배점 6, 상중]

▶ 답:

▷ 정답: 63 명

해설

중학생 전체의 집합을  $U$ , 수학을 선택한 학생의 집합을  $A$ , 과학을 선택한 학생의 집합을  $B$ , 영어를 선택한 학생의 집합을  $C$  라 하면, 두 과목을 선택한 학생 수는  $n(A \cap B) + n(B \cap C) + n(C \cap A) - 3n(A \cap B \cap C)$ , 세 과목을 모두 선택한 학생 수는  $n(A \cap B \cap C)$ , 세 과목 중 어떤 과목도 선택하지 않은 학생 수는  $n((A \cup B \cup C)^c)$ ,  $n(U) = 120, n(A) = 33, n(B) = 40, n(C) = 36, n(A \cap B \cap C) = 9$ ,  $n(A \cap B) + n(B \cap C) + n(C \cap A) - 3n(A \cap B \cap C) = 34$  이므로,  $n(A \cap B) + n(B \cap C) + n(C \cap A) = 34 + 27 = 61$ ,  $n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - (n(A \cap B) + n(B \cap C) + n(C \cap A)) + n(A \cap B \cap C) = 33 + 40 + 36 - 61 + 9 = 57$   $\therefore n((A \cup B \cup C)^c) = n(U) - n(A \cup B \cup C) = 120 - 57 = 63$

20.  $n(U) = 50$  인 전체집합  $U$  의 부분집합  $A, B, C$  가 다음과 같은 조건을 만족할 때,

$$n((A - B) - C) + n((B - C) - A) + n((C - A) - B)$$

를 구하여라.

- $n(A) + n(B) + n(C) = 80, n((A \cup B \cup C)^c) = 5$
- $n(A - B) = 10, n(B - C) = 15, n(C - A) = 17$

[배점 6, 상중]

▶ 답:

▷ 정답: 13

해설

$$\begin{aligned}
 n(U) = 50, n((A \cup B \cup C)^c) = 5 &\rightarrow n(A \cup B \cup C) = 45, \\
 A - B, B - C, C - A &\text{는 서로소이므로,} \\
 n(A - B) + n(B - C) + n(C - A) &= n(A \cup B \cup C) - n(A \cap B \cap C) \\
 \rightarrow 42 = 45 - n(A \cap B \cap C) &\rightarrow n(A \cap B \cap C) = 3 \\
 n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(B \cap C) - n(C \cap A) + n(A \cap B \cap C) &\text{이므로,} \\
 45 = 80 - n(A \cap B) - n(B \cap C) - n(C \cap A) + 3 & \\
 \rightarrow n(A \cap B) + n(B \cap C) + n(C \cap A) = 38 & \\
 \therefore n((A - B) - C) + n((B - C) - A) + n((C - A) - B) & \\
 = n(A \cup B \cup C) - (n(A \cap B) + n(B \cap C) + n(C \cap A)) + 2n(A \cap B \cap C) & \\
 = 45 - 38 + 6 = 13 &
 \end{aligned}$$

21. 전체집합  $U = \{x | x \text{는 } 20 \text{ 이하의 소수}\}$  의 두 부분집합  $A, B$  에 대하여

$A = \{x | x \leq 7, x \in U\}$  일 때,  $n(A \cap B) = 3$  을 만족하는 집합  $B$  의 개수를 구하여라. [배점 6, 상중]

▶ 답:

▷ 정답: 64 개

해설

$$\begin{aligned}
 U &= \{x | x \text{는 } 20 \text{ 이하의 소수}\} = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19\}, \\
 A &= \{x | x \leq 7, x \in U\} = \{2, 3, 5, 7\}, \\
 n(A \cap B) = 3 &\rightarrow \text{집합 } B \text{ 는 } \{2, 3, 5, 7\} \text{ 중에 세 수를 포함하고 나머지 하나는 반드시 포함하지 않는 } U \text{ 의 부분집합이다.} \\
 (1) & 2, 3, 5 \text{ 는 반드시 포함하고, } 7 \text{ 은 반드시 포함하지 않는 부분집합의 개수는 } 2^{8-3-1} = 16 \text{ (개)} \\
 (2) & 2, 3, 7 \text{ 은 반드시 포함하고, } 5 \text{ 는 반드시 포함하지 않는 부분집합의 개수는 } 2^{8-3-1} = 16 \text{ (개)} \\
 (3) & 2, 5, 7 \text{ 은 반드시 포함하고, } 3 \text{ 은 반드시 포함하지 않는 부분집합의 개수는 } 2^{8-3-1} = 16 \text{ (개)} \\
 (4) & 3, 5, 7 \text{ 은 반드시 포함하고, } 2 \text{ 는 반드시 포함하지 않는 부분집합의 개수는 } 2^{8-3-1} = 16 \text{ (개)} \\
 &\text{따라서 집합 } B \text{ 의 개수는 } 16 \times 4 = 64 \text{ (개)}
 \end{aligned}$$