

5. 두 집합 A, B 에 대하여 $A \cup B = \{x \mid x \text{는 } 7 \text{보다 작은 자연수}\}$, $A = \{x \mid x \text{는 } 6 \text{의 약수}\}$ 일 때, 다음 중 집합 B 가 될 수 없는 것은?

[배점 4, 중중]

- ① $\{4, 5\}$
- ② $\{2, 4, 5, 6\}$
- ③ $\{x \mid x \text{는 } 2 \leq x < 7 \text{인 자연수}\}$
- ④ $\{x \mid x \text{는 } 7 \text{미만의 소수}\}$
- ⑤ $\{x \mid x \text{는 } 5 \text{이하의 자연수}\}$

해설

집합 $A = \{1, 2, 3, 6\}$, $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 이므로 집합 B 는 원소 4, 5를 반드시 포함하는 $A \cup B$ 의 부분집합이다.

④ $\{x \mid x \text{는 } 7 \text{미만의 소수}\} = \{2, 3, 5\} \not\supset 4$

6. 다음 보기에서 집합에 대한 설명으로 옳지 않은 것은?

보기

- ㉠ $n(\{0\}) = 1$
- ㉡ $\{1, 2\} \supset \{2, 1\}$
- ㉢ $\{2, 4, 6, 8, \dots\} \supset \{2, 4, 6\}$
- ㉣ $n(\{2, 3, 5, 7\}) = n(\{0, \{\emptyset\}, \emptyset, \{0\})$
- ㉤ $n(\{1, 10 \mid \{1, 10\}\}) = 4$

[배점 4, 중중]

해설

㉤ $n(\{1, 10 \mid \{1, 10\}\}) = 3$

7. 두 집합 A, B 에 대하여 집합 B 가 집합 A 에 포함되고 $n(A \cap B) = 7$, $n(A \cup B) = 29$ 일 때, $n(A) - n(B)$ 의 값은? [배점 4, 중중]

- ① 2 ② 4 ③ 10 ④ 22 ⑤ 32

해설

$B \subset A$ 이므로 $A \cup B = A$, $A \cap B = B$
 $\therefore n(A) - n(B) = n(A \cup B) - n(A \cap B) = 29 - 7 = 22$

8. 두 집합 A, B 에 대하여 $A \cup B = \{x|x \text{는 } 7 \text{보다 작은 자연수}\}$, $A = \{x|x \text{는 } 6 \text{의 약수}\}$ 일 때, 다음 중 집합 B 가 될 수 없는 것은?

[배점 4, 중중]

- ① $\{4, 5\}$
- ② $\{2, 4, 5, 6\}$
- ③ $\{x|x \text{는 } 2 \leq x < 7 \text{인 자연수}\}$
- ④ $\{x|x \text{는 } 7 \text{미만의 소수}\}$
- ⑤ $\{x|x \text{는 } 5 \text{이하의 자연수}\}$

해설

집합 $A = \{1, 2, 3, 6\}$, $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 이므로 집합 B 는 원소 4, 5 를 반드시 포함하는 $A \cup B$ 의 부분집합이다.
 ④ $\{x|x \text{는 } 7 \text{미만의 소수}\} = \{2, 3, 5\} \not\supseteq A$

9. 집합 $A = \{a, b, c\}$, $B = \{a, b, c, d, e\}$ 에 대하여 다음을 만족하는 집합 C 의 개수를 구하여라.

- ① $A \not\subset C$
- ② $C \subset B$
- ③ $a \in C, b \in C$

[배점 5, 중상]

▶ **답:**
 ▷ **정답:** 4 개

해설

①과 ③에 의하여 $a \in C, b \in C, c \notin C$ 이다.
 따라서 집합 C 는 a 와 b 를 포함하고 c 를 포함하지 않는 B 의 부분집합이므로 $2^{5-2-1} = 2^2 = 4$ (개) 이다.

10. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } a^2 \text{을 } 10 \text{으로 나눈 나머지, } a \text{는 자연수}\}$ 일 때, A 의 부분집합의 개수를 구하여라.

[배점 5, 중상]

▶ **답:**
 ▷ **정답:** 64 개

해설

제곱수의 일의 자리를 살펴보면 1^2 은 1, 2^2 은 4, 3^2 은 9, 4^2 은 6, 5^2 은 5, 6^2 은 6, 7^2 은 9, 8^2 은 4, 9^2 은 1, 10^2 은 0, 11^2 은 1, ... 이므로
 $A = \{0, 1, 4, 5, 6, 9\}$
 따라서 집합 A 의 부분집합의 개수는 $2^6 = 64$ (개)이다.

11. 두 집합 $A = \{1, 2, 4, 5, 7\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 5\text{이하의 홀수}\}$ 에 대하여 $X \cap A = X$ 와 $X \cup (A \cap B) = X$ 를 만족하는 집합 X 의 개수를 구하여라.

[배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 8개

해설

$$X \cap A = X \text{이므로 } X \subset A$$

$$X \cup (A \cap B) = X \text{이므로 } (A \cap B) \subset X$$

$$A \cap B = \{1, 5\}$$

$$\{1, 5\} \subset X \subset \{1, 2, 4, 5, 7\}$$

집합 X 는 집합 A 의 부분집합 중 원소 1, 5를 반드시 포함하는 집합이다.

$$\therefore 2^{5-2} = 2^3 = 8 \text{ (개)}$$

12. 두 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 16\text{의 약수}\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 17 \text{ 미만의 소수}\}$ 일 때, $n((A \cup B) - (A \cap B))$ 를 구하면? [배점 5, 중상]

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

해설

$$A = \{1, 2, 4, 8, 16\}$$

$$B = \{2, 3, 5, 7, 11, 13\}$$

$$A \cap B = \{2\}$$

$$A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 7, 8, 11, 13, 16\}$$

$$(A \cup B) - (A \cap B) = \{1, 3, 4, 5, 7, 8, 11, 13, 16\}$$

$$\therefore n((A \cup B) - (A \cap B)) = 9$$

13. 전체집합 $U = \{1, 2\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A \cap B = A$ 인 두 집합 A, B 는 모두 몇 쌍인지 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답:

▷ 정답: 9쌍

해설

$A \cap B = A$ 이면 $A \subset B$ 이다.

집합 U 의 부분집합은 $\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{1, 2\}$,

$A = \emptyset$ 일 때, B 는 $\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{1, 2\}$ 로 4쌍이 될 수 있다.

$A = \{1\}$ 일 때, B 는 $\{1\}, \{1, 2\}$ 로 2쌍이 될 수 있다.

$A = \{2\}$ 일 때, B 는 $\{2\}, \{1, 2\}$ 로 2쌍이 될 수 있다.

$A = \{1, 2\}$ 일 때, B 는 $\{1, 2\}$ 이므로 1쌍이 될 수 있다.

$$\therefore 4 + 2 + 2 + 1 = 9 \text{ (쌍)}$$

14. 재원이네 반 학생 42 명 중 야구를 좋아하는 학생이 26 명, 축구를 좋아하는 학생이 24 명이다. 야구와 축구를 둘 다 좋아하는 학생이 12 명 일 때, 야구와 축구를 모두 좋아하지 않는 학생 수는? [배점 5, 상하]

- ① 0 명 ② 1 명 ③ 2 명
 ④ 3 명 ⑤ 4 명

해설

야구를 좋아하는 학생의 집합을 A , 축구를 좋아하는 학생의 집합을 B 라고 하면
 $n(U) = 42, n(A) = 26, n(B) = 24, n(A \cap B) = 12$ 이다.
 $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) = 50 - 12 = 38$ 이므로
 $n((A \cup B)^c) = n(U) - n(A \cup B) = 42 - 38 = 4$

15. 우리 반 학생 36 명 중 개를 키우는 학생은 15 명, 고양이를 키우는 학생은 18 명이다. 개만 키우는 학생이 8 명일 때, 개도 고양이도 키우지 않는 학생의 수를 구하여라. [배점 5, 상하]

- ▶ **답:**
 ▷ **정답:** 10 명

해설

우리 반 학생의 집합을 U , 개를 키우는 학생의 집합을 A , 고양이를 키우는 학생의 집합을 B 라 하면
 $n(U) = 36, n(A) = 15, n(B) = 18$
 $n(A - B) = 8$
 $n(A - B) = n(A) - n(A \cap B)$ 이므로
 $8 = 15 - n(A \cap B), n(A \cap B) = 7$
 $n(A \cup B)$
 $= n(A) + n(B) - n(A \cap B) = 15 + 18 - 7 = 26$
 $n((A \cup B)^c) = n(U) - n(A \cup B) = 36 - 26 = 10$