

실력 확인 문제

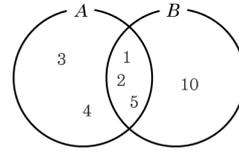
1. 다음 중 집합이 아닌 것은? [배점 2, 하중]

- ① 5의 배수의 모임
- ② 15보다 큰 14의 약수의 모임
- ③ 10보다 큰 홀수의 모임
- ④ 가장 작은 자연수의 모임
- ⑤ 10보다 조금 작은 수들의 모임

해설

- ① {5, 10, 15, ...}
- ② \emptyset
- ③ {11, 13, 15, ...}
- ④ {1}

2. 다음 벤 다이어그램을 보고 $A \cap B$ 와 $A \cup B$ 가 올바르게 짝지어진 것은?



[배점 2, 하중]

- ① $A \cap B : \{1, 2, 5\}, A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 10\}$
- ② $A \cap B : \{1, 2, 3, 4, 5, 10\}, A \cup B = \{1, 2, 5\}$
- ③ $A \cap B : \{1, 2, 3, 4, 5\}, A \cup B = \{1, 2, 5, 10\}$
- ④ $A \cap B : \{3, 4\}, A \cup B = \{10\}$
- ⑤ $A \cap B : \{1, 2, 5\}, A \cup B : \{1, 2, 5, 10\}$

해설

교집합은 두 집합 A, B 에 대하여 집합 A 에도 속하고, 집합 B 에도 속하는 원소로 이루어진 집합을 말한다. 그리고 합집합은 두 집합 A, B 에 대하여 집합 A 에 속하거나 집합 B 에 속하는 원소 전체로 이루어진 집합을 말한다.

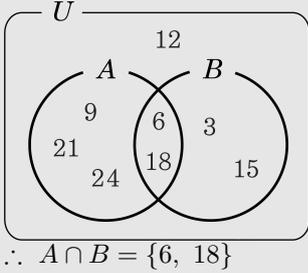
따라서 문제의 두 집합 A, B 에 대하여 $A \cap B = \{1, 2, 5\}$ 이고, $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 10\}$ 이다.

3. 전체집합 $U = \{x \mid x \text{는 } 25 \text{ 이하의 } 3 \text{ 의 배수}\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여
 $A - B = \{9, 21, 24\}$, $B - A = \{3, 15\}$, $A \cap B^c = \{12\}$
 일 때, 집합 A, B 의 교집합을 구하면?
 [배점 3, 하상]

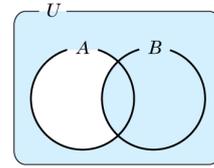
- ① $\{3, 6\}$ ② $\{3, 6, 12\}$
- ③ $\{3, 18\}$ ④ $\{6, 12\}$
- ⑤ $\{6, 18\}$

해설

$U = \{3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24\}$
 주어진 조건을 벤 다이어그램으로 나타내면 다음과 같다.



4. 다음 벤 다이어그램에서 $n(U) = 57$, $n(A) = 19$, $n(B) = 33$, $n(A^c \cup B^c) = 54$ 일 때, 색칠한 부분이 나타내는 집합의 원소의 개수를 구하여라.



[배점 3, 하상]



41 개

해설

주어진 벤 다이어그램의 색칠한 부분은 $(A - B)^c$ 이다.

$$n(A^c \cup B^c) = n((A \cap B)^c) = n(U) - n(A \cap B)$$

에서

$$54 = 57 - n(A \cap B) \therefore n(A \cap B) = 3$$

$$n(A - B) = n(A) - n(A \cap B) = 19 - 3 = 16$$

$$\therefore n((A - B)^c) = n(U) - n(A - B) = 57 - 16 = 41$$

5. 집합 $A = \{x|x \text{는 } 32 \text{의 약수}\}$ 일 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2개) [배점 3, 중하]

- ① $\emptyset \subset A$
- ② $16 \notin A$
- ③ A 는 무한집합이다.
- ④ $n(A) = 5$
- ⑤ $\{x|x \text{는 } 8 \text{의 약수}\} \subset A$

해설

$$A = \{1, 2, 4, 8, 16, 32\}$$

- ① \emptyset 는 모든 집합의 부분집합
- ② $16 \in A$
- ③ A 는 유한집합
- ④ $n(A) = 6$
- ⑤ $\{x|x \text{는 } 8 \text{의 약수}\} = \{1, 2, 4, 8\} \subset A$

6. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 보기에서 옳은 것을 모두 고른것은?

보기

- | | |
|----------------------------|--------------------------|
| ㉠ $(A^C)^C = A$ | ㉡ $A \cup A^C = U$ |
| ㉢ $A \cap A^C = \emptyset$ | ㉣ $(A \cup B) \subset B$ |
| ㉤ $U^C = \emptyset$ | |

[배점 3, 중하]

- ① ㉠, ㉡, ㉢, ㉤, ㉥
- ② ㉠, ㉡, ㉢, ㉣, ㉤
- ③ ㉠, ㉡, ㉣
- ④ ㉠, ㉤
- ⑤ ㉣

해설

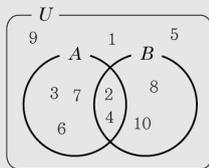
$$\text{㉣ } B \subset (A \cup B)$$

7. 전체집합 $U = \{x|x \text{는 } 10 \text{ 이하의 자연수}\}$ 의 두 부분 집합 A, B 에 대하여 $B^C = \{1, 3, 5, 6, 7, 9\}$, $B - A = \{8, 10\}$, $(A \cup B)^C = \{1, 5, 9\}$ 일 때, 집합 A 의 원소가 아닌 것은? [배점 3, 중하]

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

주어진 집합을 벤 다이어그램으로 나타내면



$\therefore A = \{2, 3, 4, 6, 7\}$

[별해] $(A \cup B)^C = \{1, 5, 9\}$ 이므로

$A \cup B = \{2, 3, 4, 6, 7, 8, 10\}$ 이다.

$A = (A \cup B) - (B - A) = \{2, 3, 4, 6, 7\}$

8. 두 집합 A, B 에 대하여 $n(A - B) = 3$, $n(B - A) = 5$, $n(A \cup B) = 12$ 일 때, $n(A \cap B)$ 를 구하여라.

[배점 3, 중하]

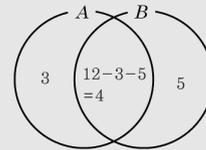


해설

$n(A \cup B) = n(A - B) + n(A \cap B) + n(B - A)$

$12 = 3 + n(A \cap B) + 5 \quad \therefore n(A \cap B) = 4$

[별해] 벤 다이어그램의 각 부분에 속하는 원소의 개수를 적어 보면



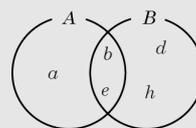
따라서 $n(A \cap B) = 4$ 이다.

9. 두 집합 A, B 에 대하여 $A = \{a, b, e\}$ 이고, $A \cap B = \{b, e\}$, $A \cup B = \{a, b, d, e, h\}$ 일 때, 집합 B 는?

[배점 4, 중중]

- ① $\{a, d, e, h\}$ ② $\{b, d, e, h\}$
 ③ $\{b, e, h\}$ ④ $\{d, e, h\}$
 ⑤ $\{d, e\}$

해설



$\therefore B = \{b, d, e, h\}$

10. 집합 $A = \left\{x \mid x \text{는 } \frac{11}{x} = 5 \text{를 만족하는 자연수}\right\}$ 의 부분집합의 개수는? [배점 4, 중중]

- ① 0개 ② 1개 ③ 2개
 ④ 3개 ⑤ 4개

해설

$A = \emptyset$ 이므로 모든 집합의 부분집합에는 \emptyset 과 자기 자신이 포함되는데 \emptyset 은 \emptyset 과 자기 자신이 같으므로 집합 A 의 부분집합의 개수는 1개이다.

11. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 20 \text{보다 작은 소수}\}$ 의 부분집합 중에서 한 자리의 자연수를 모두 포함하는 부분집합의 개수는? [배점 4, 중중]

- ① 4 ② 10 ③ 12 ④ 16 ⑤ 20

해설

$A = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19\}$ 의 부분집합 중 원소 2, 3, 5, 7 을 모두 포함하는 부분집합의 개수는 $2^{8-4} = 2^4 = 16$ (개)

12. 다음 중 $A \neq B$ 인 것은? [배점 4, 중중]

- ① $A = \{2, 4, 8\}$,
 $B = \{8, 2, 4\}$
 ② $A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$,
 $B = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 홀수}\}$
 ③ $A = \{a, b, c, 3\}$,
 $B = \{3, c, b, a\}$
 ④ $A = \{x \mid x \text{는 } 7 \text{ 이하의 홀수}\}$,
 $B = \{x \mid x \text{는 } 8 \text{ 이하의 홀수}\}$
 ⑤ $A = \{5, 10, 15, \dots\}$,
 $B = \{x \mid x \text{는 } 100 \text{ 이하의 } 5 \text{의 배수}\}$

해설

$B = \{x \mid x \text{는 } 100 \text{ 이하의 } 5 \text{의 배수}\}$
 $= \{5, 10, 15, \dots, 100\} \neq A$

13. $\{a, b, c, d, e\}$ 의 부분집합 중에서 a 또는 d 를 포함하는 부분집합의 개수를 구하면? [배점 5, 중상]

- ① 4 개 ② 8 개 ③ 10 개
 ④ 12 개 ⑤ 24 개

해설

(i) a 을 포함하는 경우
 $2^{5-1} = 2^4 = 16$ (개)
 (ii) d 를 포함하는 경우
 $2^{5-1} = 16$ (개)
 (i) a 와 d 를 모두 포함하는 경우
 $2^{5-2} = 8$ (개)
 따라서 구하는 부분집합의 개수는
 $16 + 16 - 8 = 24$ (개)이다.

14. 다음 안에 알맞은 세 자연수의 합을 구하여라.

보기

- ㉠ $n(\{x|x \text{는 } \square \text{미만의 자연수}\}) = 4$
 ㉡ $n(\{a, b, c, d\}) - n(\{b, c, d\}) = \square$
 ㉢ $A \subset \{1, 2, 3\}$ 이고, $n(A) = 2$ 를 만족하는 집합 A 의 개수는 개이다.

[배점 5, 중상]



해설

㉠ $n(\{x|x \text{는 } 5 \text{ 미만의 자연수}\}) = 4$
 ㉡ $n(\{a, b, c, d\}) - n(\{b, c, d\}) = 1$
 ㉢ $A \subset \{1, 2, 3\}$ 이고, $n(A) = 2$ 를 만족하는 집합 A 는 $\{1, 2\}$, $\{1, 3\}$, $\{2, 3\}$ 의 3 개
 $\therefore 5 + 1 + 3 = 9$

15. 전체집합 $U = \{x \mid |x| \leq 2 \text{인 정수}\}$ 의 두
부분집합 $A = \{x \mid |x| \leq 1 \text{인 정수}\}$, $B =$
 $\{x \mid 0 < x < 3 \text{인 정수}\}$ 에 대하여 $A^c \cap B^c$ 을 원
소나열법으로 나타내어라. [배점 5, 중상]



 $\{-2\}$

해설

$$U = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$$

$$A = \{-1, 0, 1\}, B = \{1, 2\}$$

$$A^c = \{-2, 2\}, B^c = \{-2, -1, 0\}$$

$$A^c \cap B^c = \{-2\}$$