

실력 확인 문제

1. 다음 보기에서 집합인 것을 모두 고른것은?

보기

- ㉠ 10 보다 큰 홀수의 모임
- ㉡ 1 에 가까운 수의 모임
- ㉢ 요일의 모임
- ㉣ 마른 사람의 모임
- ㉤ 예쁜 꽃들의 모임
- ㉥ 100 보다 작은 짝수의 모임

[배점 2, 하중]

- ① ㉠, ㉡ ② ㉡, ㉢ ③ ㉠, ㉢, ㉤
- ④ ㉠, ㉢, ㉤ ⑤ ㉠, ㉢, ㉤

해설

㉠ : 11, 13, 15, ...
 ㉡ : 월, 화, 수, ... , 일
 ㉢ : 2, 4, 6, ... , 94, 96, 98
 ㉣, ㉤, ㉥은 기준이 분명하지 않다.

2. 다음 두 집합 A, B 에 대하여 $A \cap B$ 와 $A \cup B$ 를 구한 것이다. 빈칸에 들어갈 알맞은 원소를 차례대로 써라.

$$A = \{x | x \text{는 } 6 \text{의 약수}\}$$

$$B = \{x | x \text{는 } 9 \text{의 약수}\}$$

$$A \cap B = \{\square, 3\}$$

$$A \cup B = \{1, 2, 3, 4, \square, 9\}$$

[배점 2, 하중]



해설

$$A = \{1, 2, 3, 4, 5\}, B = \{1, 3, 9\}$$

$$A \cap B = \{1, 3\}, A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 9\}$$

3. 두 집합 A, B 가 다음과 같을 때, $n(A) + n(B)$ 의 값을 구하여라.

$$A = \{x | x \text{는 } 20 \text{의 약수}\}, B = \{x | x \text{는 } 110 \text{ 미만인 } 5 \text{의 배수}\}$$

[배점 3, 하상]



해설

$$A = \{1, 2, 4, 5, 10, 20\}, B = \{5, 10, 15, 20, \dots, 105\}$$

$$\text{이므로 } n(A) = 6, n(B) = 21$$

$$\therefore n(A) + n(B) = 27$$

4. 다음 중 유한집합이 아닌 것을 모두 고르면?
[배점 3, 하상]

- ① $\emptyset$
- ② $\{x \mid x \text{는 두 자리의 자연수}\}$
- ③ $\{x \mid x \text{는 분자가 1인 분수}\}$
- ④ $\{x \mid x \text{는 3으로 나누었을 때 나머지가 2인 자연수}\}$
- ⑤ $\{x \mid x \text{는 100보다 크고 101보다 작은 자연수}\}$

해설

- ③ $\left\{\frac{1}{1}, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \dots\right\}$: 무한집합
- ④ $\{2, 5, 8, \dots\}$: 무한집합

5. 두 집합 A, B 에 대하여 $n(A) = 15$, $n(A \cup B) = 20$, $n(A \cap B) = 8$ 일 때, $n(B)$ 는? [배점 3, 중하]

- ① 12 ② 13 ③ 14 ④ 15 ⑤ 16

해설

$$\begin{aligned} n(A \cup B) &= n(A) + n(B) - n(A \cap B) \\ 20 &= 15 + n(B) - 8 \\ \therefore n(B) &= 13 \end{aligned}$$

6. $n(A) = 10$, $n(A - B) = 4$ 일 때 $n(A \cap B)$ 의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]



해설

$$\begin{aligned} n(A - B) &= n(A) - n(A \cap B) \\ 4 &= 10 - n(A \cap B) \quad \therefore n(A \cap B) = 6 \end{aligned}$$

7. 전체집합 $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 의 두 부분집합 $A = \{2, 4, 5\}$, $B = \{2, 3, 5\}$ 에 대하여 $(A \cap B) \subset X \subset U$ 를 만족하는 집합 X 의 개수는? [배점 3, 중하]

- ① 1개 ② 2개 ③ 4개
- ④ 8개 ⑤ 16개

해설

$A \cap B = \{2, 5\}$ 이므로, 집합 X 는 원소 2, 5를 포함하는 $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 의 부분집합이다.
따라서 X 의 개수는 U 에서 원소 2, 5를 뺀 $\{1, 3, 4\}$ 의 부분집합의 개수와 같으므로 $2 \times 2 \times 2 = 8$ (개)이다.

8. 두 집합 $A = \{8 - a, 5, 7\}$, $B = \{b, a, 8\}$ 에 대하여 $A \cap B = \{1, 7\}$, $A \cup B = \{1, 3, 5, 7, 8\}$ 일 때, $a + b$ 의 값은? [배점 3, 중하]

① 10 ② 11 ③ 12 ④ 13 ⑤ 14

해설

$A \cap B = \{1, 7\}$ 이므로 $1 \in A$ 이다.

$\therefore 8 - a = 1, a = 7$

따라서 $A = \{1, 5, 7\}$, $B = \{b, 7, 8\}$ 이다.

$(A \cup B) - A = \{3, 8\}$ 이므로 $3 \in B$ 이다.

$\therefore b = 3$

$\therefore a + b = 7 + 3 = 10$

9. 두 집합 A, B 에 대하여 집합 B 가 집합 A 에 포함되고, $n(A \cap B) = 7$, $n(A \cup B) = 29$ 일 때, $n(A) - n(B)$ 의 값을 구하면? [배점 4, 중중]

① 2 ② 4 ③ 10 ④ 22 ⑤ 32

해설

$B \subset A$ 이므로 $A \cup B = A$, $A \cap B = B$

$\therefore n(A) - n(B) = n(A \cup B) - n(A \cap B) = 29 - 7 = 22$

10. 두 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 15 \text{ 미만의 소수}\}$, $B = \{11, 13a, a + 2\}$ 에 대하여 $A \cup B = \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 11, 13\}$ 일 때, a 의 값은? [배점 4, 중중]

① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

해설

$A = \{2, 3, 5, 7, 11, 13\}$, $A \cup B = \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 11, 13\}$ 이므로 $\{4, 6\} \subset B$

(i) $a = 6$ 일 때, $B = \{6, 8, 11, 13\}$

$A \cup B = \{2, 3, 5, 6, 8, 11, 13\}$ (×)

(ii) $a + 2 = 6$ 일 때, $a = 4$ 이므로 $B = \{4, 6, 11, 13\}$

$A \cup B = \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 11, 13\}$

$\therefore a = 4$

11. 두 집합 A, B 에 대하여 $A \cup B = \{x|x \text{는 } 7 \text{보다 작은 자연수}\}$, $A = \{x|x \text{는 } 6 \text{의 약수}\}$ 일 때, 다음 중 집합 B 가 될 수 없는 것은?

[배점 4, 중중]

- ① $\{4, 5\}$
- ② $\{2, 4, 5, 6\}$
- ③ $\{x|x \text{는 } 2 \leq x < 7 \text{인 자연수}\}$
- ④ $\{x|x \text{는 } 7 \text{미만의 소수}\}$
- ⑤ $\{x|x \text{는 } 5 \text{이하의 자연수}\}$

해설

집합 $A = \{1, 2, 3, 6\}$, $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 이므로 집합 B 는 원소 4, 5 를 반드시 포함하는 $A \cup B$ 의 부분집합이다.

④ $\{x|x \text{는 } 7 \text{미만의 소수}\} = \{2, 3, 5\} \not\supset 4$

12. 집합 $A = \left\{x \mid x = \frac{4}{n}, n \text{은 } 8 \text{의 약수}\right\}$ 일 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? [배점 4, 중중]

- ① $n(A) = 4$
- ② 집합 A 의 원소들의 합은 7 이다.
- ③ $8 \in A$
- ④ $A \subset \{1, 2, 4, 8\}$
- ⑤ 집합 A 의 진부분집합의 개수는 15 개이다.

해설

$A = \left\{x \mid x = \frac{4}{n}, n = 1, 2, 4, 8\right\}$ 이므로

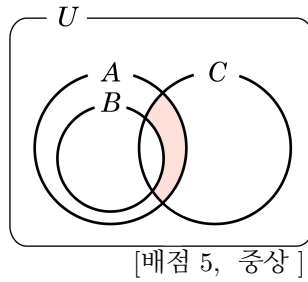
$A = \left\{\frac{4}{1}, \frac{4}{2}, \frac{4}{4}, \frac{4}{8}\right\} = \left\{4, 2, 1, \frac{1}{2}\right\}$

② 집합 A 의 원소들의 합은 $7\frac{1}{2}$

③ $8 \notin A$

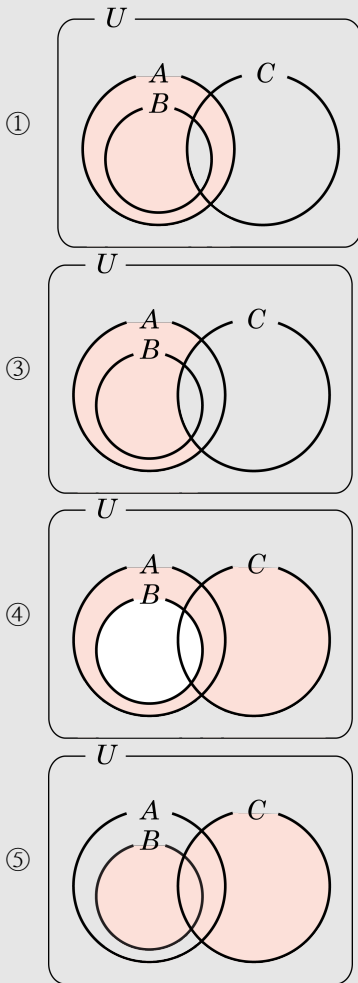
④ $A \not\subset \{1, 2, 4, 8\}$

13. 다음 벤 다이어그램의
 색칠한 부분을 나타내는
 집합은?



- ① $A - (B \cap C)$ ② $(A - B) \cap C$
 ③ $(A \cup B) - C$ ④ $(A \cup C) - B$
 ⑤ $(A \cap B) \cup C$

해설



14. 두 집합 $A = \{x | x \text{는 } 20 \text{보다 작은 } 4 \text{의 배수}\}$, $B = \{1, a, 2+a, 8, 8a\}$ 에서 $A \cap B = \{4, 8, 16\}$ 일 때, $A \cup B$ 는?(단, a 는 자연수이다.) [배점 5, 중상]

- ① $\{1, 2, 4, 8, 16\}$
 ② $\{1, 2, 4, 8, 12, 16\}$
 ③ $\{1, 2, 4, 8, 12, 16, 20\}$
 ④ $\{1, 2, 4, 8, 12, 16, 32\}$
 ⑤ $\{1, 2, 4, 8, 12, 16, 24, 32\}$

해설

$A = \{4, 8, 12, 16\}$
 $A \cap B = \{4, 8, 16\}$ 이므로 $4 \in B$, $8 \in B$, $16 \in B$ 이다.
 이 때, a 가 자연수라 했으므로, $a < 2+a < 8a$ 이다.
 따라서 $8a \neq 4$, $8a \neq 8$ 이다.
 $8a = 16 \quad \therefore a = 2$
 $B = \{1, 2, 4, 8, 16\}$
 $\therefore A \cup B = \{1, 2, 4, 8, 12, 16\}$

15. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $n(U) = 40$, $n(A \cap B) = 5$, $n(A^c \cap B^c) = 3$ 일 때, $n(A - B) + n(B - A)$ 의 값을 구하여라. [배점 5, 중상]



 32

해설

$$A^c \cap B^c = (A \cup B)^c$$

$$n(A \cup B) = n(U) - n((A \cup B)^c) = 40 - 3 = 37$$

$$n(A - B) + n(B - A)$$

$$= n(A \cup B) - n(A \cap B)$$

$$= 37 - 5 = 32$$