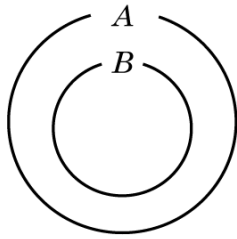


실력 확인 문제

1. 다음 벤 다이어그램에서 집합 $A = \{x | x \text{는 } 28 \text{ 미만의 } 7 \text{의 배수}\}$ 일 때, 집합 B 가 될 수 있는 것을 모두 고르면? (정답 2개)
[배점 3, 하상]



- ① $\{\emptyset\}$ ② $\{7, 14\}$
③ $\{1, 14, 21\}$ ④ $\{7, 14, 21\}$
⑤ $\{7, 14, 21, 28\}$ ⑥

해설

$A = \{7, 14, 21\}$ 이고 $B \subset A$ 이어야 한다.
① $\emptyset \notin A$ 이므로 $\{\emptyset\} \not\subset A$

2. 다음 중 원소의 개수가 0 이 아닌 유한집합은?
[배점 3, 하상]

- ① $\{x | x \text{는 일의 자리의 숫자가 } 1 \text{인 짝수}\}$
② $\{x | x \text{는 } 2 \text{로 나누었을 때 나머지가 } 1 \text{인 자연수}\}$
③ $\{x | x \text{는 } 8 \text{보다 큰 } 8 \text{의 약수}\}$
④ $\{x | x \text{는 두 자리의 } 2 \text{의 배수}\}$
⑤ $\{x | x \text{는 } 1 < x < 2 \text{인 분수}\}$

해설

- ① $\emptyset$
② $\{1, 3, 5, \dots\}$
③ $\emptyset$
④ $\{10, 12, 14, 16, \dots, 98\}$
⑤ $\left\{\frac{3}{2}, \frac{4}{3}, \frac{5}{4}, \dots\right\}$

3. 두 집합 A, B 에 대하여 $A \subset B, B \subset A$ 이고, $A = \{x | x \text{는 } 28 \text{의 약수}\}$ 일 때, $n(A) + n(B)$ 의 값을 구하여라.
[배점 3, 중하]

▶ 답:

▶ 정답: 12

해설

$A \subset B$ 이고 $B \subset A$ 이면 $A = B$ 이다.

$A = \{1, 2, 4, 7, 14, 28\}$, $B = \{1, 2, 4, 7, 14, 28\}$ 이고, $n(A) = 6, n(B) = 6$ 이다.

따라서, $n(A) + n(B) = 12$ 이다.

4. 세 집합 $A = \{x|x \text{는 } 10 \text{ 이하의 홀수}\}$, $B = \{x|x \text{는 } 9 \text{의 약수}\}$, $C = \{x|x \text{는 } 10 \text{보다 작은 자연수}\}$ 사이의 포함관계를 기호를 사용하여 나타낸 것으로 옳은 것을 골라라. [배점 3, 중하]

- ① $A \subset B \subset C$ ② $A \subset C \subset B$
 ③ $B \subset A \subset C$ ④ $A \subset B = C$
 ⑤ $B \subset A = C$

해설

$A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$
 $B = \{1, 3, 9\}$
 $C = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$
 $\therefore B \subset A \subset C$

5. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $n(U) = 50$, $n(A) = 24$, $n(A \cap B) = 15$, $n(A^c \cap B^c) = 9$ 일 때, 집합 B 의 원소의 개수는? [배점 4, 중중]

- ① 2 개 ② 4 개 ③ 8 개
 ④ 16 개 ⑤ 32 개

해설

$n(A^c \cap B^c) = n((A \cup B)^c) = 9$,
 $n(A \cup B) = n(U) - n((A \cup B)^c) = 50 - 9 = 41$
 $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$,
 $41 = 24 + n(B) - 15$
 $\therefore n(B) = 32$

6. 집합 $A = \{1, 2, 3\}$ 일 때, 다음 보기 중 옳지 않은 것을 모두 골라라.

보기

- ㉠ $\{0\} \subset A$ ㉡ $\emptyset \subset A$
 ㉢ $0 \notin A$ ㉣ $A \not\subset \{2, 3, 1\}$
 ㉤ $\{1\} \subset A$ ㉥ $\{0, 1\} \not\subset A$

[배점 4, 중중]

▶ 답:

▶ 답:

▶ 정답: ㉠

▶ 정답: ㉥

해설

- ㉠ $\{0\} \not\subset A$
 ㉥ $A \subset \{2, 3, 1\}$

7. 세 집합

$$A = \{a, b, c, d, e\},$$

$$B = \{x \mid x \text{는 } 20 \text{ 이하의 소수}\},$$

$$C = \{x \mid x \text{는 } 15 \text{의 약수}\} \text{ 일 때,}$$

$n(A) + n(B) + n(C)$ 의 값을 구하여라.

[배점 4, 중중]

- ① 13 ② 15 ③ 17 ④ 19 ⑤ 21

해설

$$B = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19\}$$

$$C = \{1, 3, 5, 15\}$$

$$\therefore n(A) + n(B) + n(C) = 5 + 8 + 4 = 17$$

8. 집합 $A = \{1, 3, 5, 7\}$ 의 부분집합 중 원소 1, 7 을 모두 포함하는 부분집합의 개수는? [배점 4, 중중]

- ① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개
④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

$$A = \{1, 3, 5, 7\} \text{ 에서}$$

원소 1, 7 을 모두 포함하는 부분집합은

$$2^{4-2} = 4 \text{ (개) 이다.}$$

9. 두 집합 A, B 가 다음과 같을 때, $(A - B) \cup X = X$, $(A \cup B) \cap X = X$ 를 만족하는 집합 X 의 개수는?

$$A = \{x \mid x \text{는 } 8 \text{의 약수}\}, B = \{x \mid x \text{는 } 5 \text{이하의 홀수}\}$$

[배점 5, 중상]

- ① 2 개 ② 4 개 ③ 6 개
④ 8 개 ⑤ 10 개

해설

$$(A - B) \cap X = X \text{ 이므로 } (A - B) \subset X$$

$$(A \cup B) \cap X = X \text{ 이므로 } X \subset (A \cup B)$$

$$\{2, 4, 8\} \subset X \subset \{1, 2, 3, 4, 5, 8\}$$

집합 X 는 집합 $A \cup B$ 의 부분집합 중 원소 2, 4, 8 을 반드시 포함하는 집합이다.

$$\therefore 2^{6-3} = 2^3 = 8 \text{ (개)}$$

10. 두 집합 $A = \{a, 5, a+6\}$, $B = \{x | x \text{는 } 14 \text{의 약수}\}$ 에서 $A \cap B = \{1, 7\}$ 일 때, a 의 값을 구하여라.

[배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 1

해설

$1 \in A$ 이므로 $a = 1$ 또는 $a + 6 = 1$ 이다.

(i) $a = 1$ 이면 $A = \{1, 5, 7\}$, $A \cap B = \{1, 7\}$ 이다.

$\therefore a = 1$

(ii) $a + 6 = 1$ 즉, $a = -5$ 이면 $A = \{-5, 1, 5\}$, $A \cap B = \{1\}$ 이므로 조건에 맞지 않는다.

그러므로 $a = 1$ 이다.

11. 전체집합 $U = \{x | x \text{는 } 30 \text{이하의 자연수}\}$ 의 세 부분집합

$A = \{x | x \text{는 } 30 \text{이하의 } 6 \text{의 배수}\}$,

$B = \{x | x \text{는 } 30 \text{이하의 } 9 \text{의 배수}\}$,

$C = \{9, 12, 18, 20, 25\}$ 에 대하여 $A \Delta B = (A \cap B) \cup (A \cup B)^c$ 일 때, $n((A \Delta B) \cap (A \Delta C))$ 의 값을 구하여라.

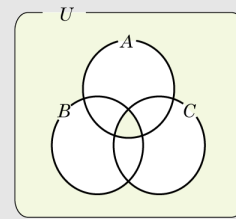
[배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 22

해설

$(A \Delta B) \cap (A \Delta C)$ 를 벤 다이어그램에 나타내면 다음과 같다.



$$n(A \cap B \cap C) = 1, n((A \cup B \cup C)^c) = 21$$

$$\therefore n((A \Delta B) \cap (A \Delta C)) = 1 + 21 = 22$$

12. 두 집합 A, B 가 다음과 같을 때 $(A - B) \cup X = X$, $(A \cup B) \cap X = X$ 를 만족하는 집합 X 의 개수는?

$$A = \{x | x \text{는 } 8 \text{의 약수}\}, \quad B = \{x | x \text{는 } 5 \text{이하의 홀수}\}$$

[배점 5, 중상]

- ① 2개 ② 4개 ③ 6개
 ④ 8개 ⑤ 10개

해설

$(A - B) \cup X = X$ 이므로 $(A - B) \subset X$
 $(A \cup B) \cap X = X$ 이므로 $X \subset (A \cup B)$,
 $A = \{1, 2, 4, 8\}, B = \{1, 3, 5\}$
 $\{2, 4, 8\} \subset X \subset \{1, 2, 3, 4, 5, 8\}$
 집합 X 는 집합 $A \cup B$ 의 부분집합 중 원소 2, 4, 8
 을 반드시 포함하는 집합이다.
 $\therefore 2^{6-3} = 2^3 = 8$ (개)

13. 자연수 p 에 대하여 A_p 는 100 이하인 p 의 배수의
 집합을 나타낼 때, $n(A_2 \cup A_4 \cup A_6 \cup A_8 \cup A_{10})$ 의 값을
 구한 것은? [배점 5, 상하]

- ① 10 ② 20 ③ 30 ④ 40 ⑤ 50

해설

$A_2 = \{2, 4, \dots, 100\}$
 $A_4 = \{4, 8, \dots, 100\}$
 $A_6 = \{6, 12, \dots, 100\}$
 $A_8 = \{8, 16, \dots, 100\}$
 $A_{10} = \{10, 20, 30, \dots, 100\}$
 $A_2 \cup A_4 \cup A_6 \cup A_8 \cup A_{10} = A_2$
 100 이하인 2 의 배수의 집합이므로 50 개이다.

14. 전체집합 $U = \{x | x \text{는 } 10 \text{ 이하의 홀수}\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A \cap B \neq \emptyset$ 이고 집합 B 의 개수가 24 개 일 때 집합 A 의 원소의 개수를 x 라 할 때 x 의 값은? [배점 5, 상하]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$A \cap B \neq \emptyset$ 이므로 집합 B 는 적어도 A 의 원소를 한 개 이상 가지고 있는 전체집합의 부분집합이므로

(집합 B 의 갯수)

$= (U \text{의 부분집합의 갯수}) -$

$(A \text{의 원소를 포함하지 않는 } U \text{의 부분집합의 갯수})$

$$= 2^5 - 2^{5-x}$$

$$= 32 - 2^{5-x} = 24$$

$$\therefore 2^{5-x} = 8 = 2^3$$

따라서 집합 A 의 원소는 2 개이다.

15. 전체집합 $U = \{x | x \text{는 한 자리의 자연수}\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A = \{x | x \text{는 } 10 \text{ 이하의 홀수}\}$, $n(A \cap B) = 0$, $n(A \cup B) = 9$ 일 때, 집합 $B - A$ 를 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답:

▷ 정답: $\{2, 4, 6, 8\}$

해설

$$U = \{1, 2, 3, \dots, 9\}$$

$$A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$$

$$n(U) = 9, n(A \cup B) = 9 \text{ 이므로}$$

$$A \cup B = U \dots \textcircled{1}$$

$$n(A \cap B) = 0 \text{ 이므로 } A \cap B = \emptyset \dots \textcircled{2}$$

① 과 ② 에 의하여

$$B = A^c = \{2, 4, 6, 8\}$$