

실력 확인 문제

1. 전체집합 $U = \{x | x \text{는 } 25 \text{ 이하의 } 3 \text{의 배수}\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여

$A - B = \{9, 21, 24\}$, $B - A = \{3, 15\}$, $A^c \cap B^c = \{12\}$ 일 때, 집합 $A \cap B$ 는? [배점 3, 하상]

① $\{3, 6\}$ ② $\{3, 6, 12\}$

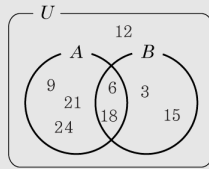
③ $\{3, 18\}$ ④ $\{6, 12\}$

⑤ $\{6, 18\}$

해설

$U = \{3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24\}$

주어진 조건을 벤 다이어그램으로 나타내면 다음과 같다.



$\therefore A \cap B = \{6, 18\}$

2. 다음 중 원소의 개수가 0 이 아닌 유한집합은?

[배점 3, 하상]

① $\{x | x \text{는 일의 자리의 숫자가 } 1 \text{인 짝수}\}$

② $\{x | x \text{는 } 2 \text{로 나누었을 때 나머지가 } 1 \text{인 자연수}\}$

③ $\{x | x \text{는 } 8 \text{보다 큰 } 8 \text{의 약수}\}$

④ $\{x | x \text{는 두 자리의 } 2 \text{의 배수}\}$

⑤ $\{x | x \text{는 } 1 < x < 2 \text{인 분수}\}$

해설

① $\emptyset$

② $\{1, 3, 5, \dots\}$

③ $\emptyset$

④ $\{10, 12, 14, 16, \dots, 98\}$

⑤ $\left\{\frac{3}{2}, \frac{4}{3}, \frac{5}{4}, \dots\right\}$

3. 두 집합 A, B 에 대하여 $n(A - B) = 27$, $n(A \cup B) = 48$, $n(A) = 35$ 일 때, $n(A \cap B) + n(B)$ 의 값은?

[배점 3, 중하]

- ① 8 ② 21 ③ 27 ④ 29 ⑤ 35

해설

$$\begin{aligned} n(A - B) &= n(A) - n(A \cap B) \\ 27 &= 35 - n(A \cap B) \\ \therefore n(A \cap B) &= 8 \\ n(A - B) &= n(A \cup B) - n(B) \\ 27 &= 48 - n(B) \\ \therefore n(B) &= 21 \\ n(A \cap B) + n(B) &= 8 + 21 = 29 \end{aligned}$$

4. 두 집합 $A = \{8 - a, 5, 7\}$, $B = \{b, a, 8\}$ 에 대하여 $A \cap B = \{1, 7\}$, $A \cup B = \{1, 3, 5, 7, 8\}$ 일 때, $a + b$ 의 값은?

[배점 3, 중하]

- ① 10 ② 11 ③ 12 ④ 13 ⑤ 14

해설

$$\begin{aligned} A \cap B &= \{1, 7\} \text{ 이므로 } 1 \in A \text{ 이다.} \\ \therefore 8 - a &= 1, \quad a = 7 \\ \text{따라서 } A &= \{1, 5, 7\}, \quad B = \{b, 7, 8\} \text{ 이다.} \\ (A \cup B) - A &= \{3, 8\} \text{ 이므로 } 3 \in B \text{ 이다.} \\ \therefore b &= 3 \\ \therefore a + b &= 7 + 3 = 10 \end{aligned}$$

5. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $n(U) = 60$, $n(A) = 36$, $n(A \cap B) = 11$, $n(A^c \cap B^c) = 14$ 일 때, $n(B)$ 를 구하여라.

[배점 4, 중중]



21

해설

$$\begin{aligned} n(A^c \cap B^c) &= n((A \cup B)^c) = 14, \\ n(A \cup B) &= n(U) - n((A \cup B)^c) = 60 - 14 = 46, \\ n(A \cup B) &= n(A) + n(B) - n(A \cap B), \\ 46 &= 36 + n(B) - 11 \\ \therefore n(B) &= 21 \end{aligned}$$

6. 두 집합 A, B 에 대하여 $A \cup B = \{x \mid x \text{는 } 6 \text{의 약수}\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 3 \text{ 이하의 자연수}\}$ 일 때, 다음 중 집합 A 가 될 수 없는 것은?

[배점 4, 중중]

- ① $\{1, 2, 6\}$
- ② $\{x \mid x \text{는 } 12 \text{보다 작은 } 6 \text{의 배수}\}$
- ③ $\{3, 6\}$
- ④ $\{x \mid x \text{는 } 4 < x < 7 \text{인 자연수}\}$
- ⑤ $\{x \mid x \text{는 } 6 \text{의 약수}\}$

해설

집합 $B = \{1, 2, 3\}$ 이고, $A \cup B = \{1, 2, 3, 6\}$ 이므로 $6 \in A$

집합 A 는 원소 6을 반드시 포함하는 $A \cup B$ 의 부분집합이다.

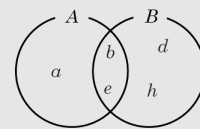
④ $\{x \mid x \text{는 } 4 < x < 7 \text{인 자연수}\} = \{5, 6\} \not\subset \{1, 2, 3, 6\}$

7. 두 집합 A, B 에 대하여 $A = \{a, b, e\}$ 이고, $A \cap B = \{b, e\}$, $A \cup B = \{a, b, d, e, h\}$ 일 때, 집합 B 는?

[배점 4, 중중]

- ① $\{a, d, e, h\}$
- ② $\{b, d, e, h\}$
- ③ $\{b, e, h\}$
- ④ $\{d, e, h\}$
- ⑤ $\{d, e\}$

해설



$\therefore B = \{b, d, e, h\}$

8. 집합 $A = \{1, 2, 3\}$ 일 때, 다음 보기 중 옳지 않은 것을 모두 골라라.

보기

- | | |
|---------------------|-------------------------------|
| ㉠ $\{0\} \subset A$ | ㉡ $\emptyset \subset A$ |
| ㉢ $0 \notin A$ | ㉣ $A \not\subset \{2, 3, 1\}$ |
| ㉤ $\{1\} \subset A$ | ㉥ $\{0, 1\} \not\subset A$ |

[배점 4, 중중]



해설

- ㉠ $\{0\} \not\subset A$
 ㉢ $A \subset \{2, 3, 1\}$

9. 집합 $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 에 대하여 다음을 만족하는 집합 X 의 개수를 구하여라.

$$\{1, 3\} \subset X \subset A, n(X) = 4$$

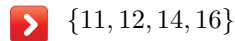
[배점 5, 중상]



해설

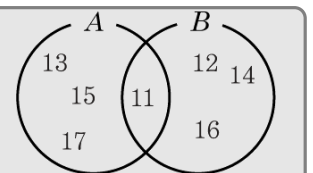
X 는 원소 1, 3 을 뺀 $\{2, 4, 5\}$ 의 부분집합 중 원소의 개수가 2 **개**인 부분집합에 원소 1, 3 을 포함시킨 $\{1, 2, 3, 4\}$, $\{1, 2, 3, 5\}$, $\{1, 3, 4, 5\}$ 의 3 **개**이다.

10. 두 집합 A, B 에 대하여 $A = \{11, 13, 15, 17\}$, $A \cup B = \{11, 12, 13, 14, 15, 16, 17\}$, $A \cap B = \{11\}$ 일 때, 집합 B 를 구하여라. [배점 5, 중상]



해설

$\{11, 12, 14, 16\}$



11. 두 집합 $A = \{3, 6, 8, 9, 11\}$, $B = \{x | x \text{는 } 3 \leq x \leq 5 \text{인 자연수}\}$ 에 대하여 $(A - B) \cup X = X$, $(A \cup B) \cap X = X$ 를 만족하는 집합 X 의 개수를 구하여라. [배점 5, 중상]



8개

해설

$$B = \{3, 4, 5\}$$

$$(A - B) \cup X = X \text{ 이므로 } (A - B) \subset X$$

$$(A \cup B) \cap X = X \text{ 이므로 } X \subset (A \cup B)$$

$$\{6, 8, 9, 11\} \subset X \subset \{3, 4, 5, 6, 8, 9, 11\}$$

집합 X 는 $A \cup B$ 의 부분집합 중 원소 6, 8, 9, 11을 반드시 포함하는 집합이다.

$$\therefore 2^{7-4} = 2^3 = 8 \text{ (개)}$$

12. 두 집합 $A = \{x | x \text{는 } 10 \text{ 이상 } 15 \text{ 이하의 자연수}\}$, $B = \{x | x \text{는 } 12 \text{ 이상 } 18 \text{ 미만의 } 3 \text{의 배수}\}$ 에 대하여 다음 조건을 만족하는 집합 X 의 개수를 구하여라.

보기

$$X \subset A, B \subset X, n(X) = 4$$

[배점 5, 중상]



6개

해설

$$A = \{10, 11, 12, 13, 14, 15\}$$

$$B = \{12, 15\}$$

$$X \subset A, B \subset X \text{ 이므로 } B \subset X \subset A$$

$$\{12, 15\} \subset X \subset \{10, 11, 12, 13, 14, 15\}$$

집합 X 는 집합 A 의 부분집합 중 원소 12, 15를 반드시 포함하고 원소의 개수가 4개인 집합이므로 $\{10, 11, 12, 15\}$, $\{10, 12, 13, 15\}$, $\{10, 12, 14, 15\}$, $\{11, 12, 13, 15\}$, $\{11, 12, 14, 15\}$, $\{12, 13, 14, 15\}$ 의 6개이다.

13. 세 집합 A, B, C 에 대하여 $n(A) = 12, n(B) = 10, n(C) = 9, n(A \cap B) = 4, n(B \cup C) = 15, A \cap C = \emptyset$ 일 때, $n(A \cup B \cup C)$ 의 값을 구하여라.

[배점 5, 상하]



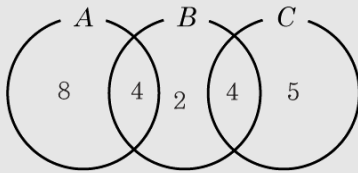
23

해설

$n(A) = 10, n(C) = 9, n(B \cup C) = 15$ 이므로

$$n(B \cap C) = 10 + 9 - 15 = 4$$

$A \cap C = \emptyset$ 이므로 벤 다이어그램을 그려보면



$$\therefore n(A \cup B \cup C) = 8 + 4 + 2 + 4 + 5 = 23$$

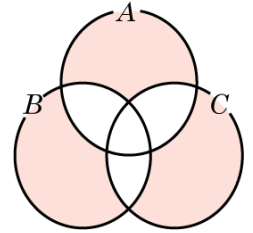
14. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A \subset B$ 일 때, 다음 중 다른 하나는? [배점 5, 상하]

- ① $A \cap B$ ② $A \cup \emptyset$
 ③ $(A \cap B) \cap A$ ④ $A - B$
 ⑤ $A - B^c$

해설

④ $A - B = \emptyset$

151. 에서 100까지의 자연수 중에서 $A = \{x | x \text{는 } 2 \text{의 배수}\}, B = \{x | x \text{는 } 3 \text{의 배수}\}, C = \{x | x \text{는 } 5 \text{의 배수}\}$ 일 때, 다음 벤 다이어그램에 색칠된 부분에 속하는 원소의 개수는?



[배점 5, 상하]

- ① 48 개 ② 67 개 ③ 75 개
 ④ 77 개 ⑤ 85 개

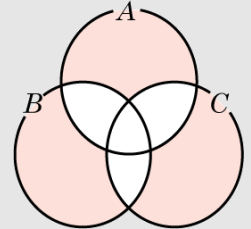
해설

부분에 속하는 원소

의 개수는

$$n(A) + n(B) + n(C) - 2 \times n(A \cap B) - 2 \times n(B \cap C) - 2 \times n(C \cap A) + 3 \times n(A \cap B \cap C)$$

이다.



$n(A) = 50, n(B) = 33, n(C) = 20, A \cap B = \{x | x \text{는 } 6 \text{의 배수}\}$ 이므로 $n(A \cap B) = 16$

$B \cap C = \{x | x \text{는 } 15 \text{의 배수}\}$ 이므로 $n(B \cap C) = 6,$

$C \cap A = \{x | x \text{는 } 10 \text{의 배수}\}$ 이므로 $n(C \cap A) = 10$

$A \cap B \cap C = \{x | x \text{는 } 30 \text{의 배수}\}$ 이므로 $n(A \cap B \cap C) = 3$

따라서 $50 + 33 + 20 - 2 \times 16 - 2 \times 6 - 2 \times 10 + 3 \times 3 = 48$ 이다.